同一コンポーネントによる確率システムの分解に関する一考察

金 岡 泰 保*・富 田 真 吾*

A Note on the Decomposition of Stochastic Systems by Identical Components

Taiho KANAOKA and Shingo TOMITA

Abstract

From the technological point of view, it is very significant to realize a desired system by interconnecting smaller systems. Analogously, decomposition theory plays a significant role for the realization of stochastic systems. Many interesting results concerned with the decomposition of stochastic systems have been published. However, the study as for the decomposition by identical components has not been presented.

This paper introduces a new concept of ε-decomposition and, using the concept, proposes a method to decompose any given stochastic system into some identical component stochastic systems.

1. まえがき

確率システムの分解については，任意の確率システムあるいは自己同型群を有する確率システム等を対象として，手法的には substitution property, state splitting, partition pair あるいは (m,k) プロパティ等の概念を導入して，これまでに種々の興味ある成果が報告されて来た[1~11]．これらは，何れも，与えられた確率システムを実現するためにはコンポーネント確率システム（単にコンポーネントともいう）をどのように決めればよいかという立場からのアプローチであり，与えられた確率システムが変われば新めてコンポーネントを求めようとするものであった．しかしながら，工学的な立場からすると同一のコンポーネントを接続あるいは合成することによって任意の確率システムを実現できることが望ましく，このことは文献(7)(8)等にも課題として指摘されている．

このような立場からの考察として，本論文は，ε 分解なる概念を新に導入し，与えられた任意の確率システムを状態数と遷移行列が全て同一であるような複数個のコンポーネントの並列接続に ε 分解する一手法を提案するものである．

* 電子工学科

§2 では，準備として，確率システムおよび複数個のコンポーネントを並列に接続して得られる確率システム等の定義を与え，更に，ε 同値，ε 同型および ε 分解などの概念を導入する．§3 では，任意の確率システムは，m を十分大きくとれば，種々の状態数を持つコンポーネント $A^{(1)}, A^{(2)}, \ldots, A^{(m)}$ の並列接続に ε 分解可能であることを示し，このことから，任意の確率システムは状態数と遷移行列が同一のコンポーネントによる並列接続に ε 分解可能であることが示される．§5 では，例題として，遷移確率が全て1/2の12個の2状態コンポーネントによって，与えられた5状態確率システムが ε 分解されることを示す．

2. 準　備

この章では，確率システムおよび ε 分解などに伴う種々の定義と記法について述べる．

〔定義1〕 確率システムとは次の3項組によって表わされる A である．

$$A=[S,\ \Sigma,\ \{A(\sigma)\}]$$

但し，S, Σ はそれぞれ状態および入力記号の有限集合である．$\{A(\sigma)\}(\sigma\in\Sigma)$ は状態遷移確率行列の集合で，その要素 $A(\sigma)$ の i 行 j 列 $(1\leqq i,\ j\leqq|S|)$ 成分 $a_{i,j}(\sigma)$ は確率システム A に状態 $s_i\in S$ で σ を入力したと

き，状態が $s_j \in S$ へ遷移する確率を表わしており $\sum_{j=1}^{|S|} a_{i,j}(\sigma)=1$ である．但し，$|U|$ は集合 U の要素数を示している．

〔定義2〕 m 個のコンポーネント確率システム（単にコンポーネントともいう）$A^{(1)}=[S^1, \Sigma, \{A^{(1)}(\sigma)\}]$, $A^{(2)}=[S^2, \Sigma, \{A^{(2)}(\sigma)\}], \ldots, A^{(m)}=[S^m, \Sigma, \{A^{(m)}(\sigma)\}]$（但し，各 $i(1 \leqq i \leqq m)$ に対して $|S^i|=r_i$）を並列に接続して得られる確率システム（略してPCS）とは

$$B=[Z, \Sigma, \{B(\sigma)\}]$$

である．ここで，$Z=S^1 \times S^2 \times \cdots \times S^m$ であり，$|Z|=r_1 r_2 \cdots r_m$．又，

$$B(\sigma)=(b_{u,v}(\sigma))_{0 \leqq u,v \leqq |Z|-1} \tag{1}$$

とすると

$$b_{u,v}(\sigma)=\prod_{k=1}^{m} a_{i_k, j_k}^{(k)}(\sigma) \tag{2}$$

但し，各 ν $(1 \leqq \nu \leqq m)$ に対して

$$A^{(\nu)}(\sigma)=(a_{i,j}^{(\nu)}(\sigma))_{0 \leqq i,j \leqq r_\nu - 1}$$

である．$b_{u,v}(\sigma)$ は B に状態 $z_u \in Z$ で σ を入力したとき，状態 $z_v \in Z$ へ遷移する確率を表わしており，z_u および z_v は確率システム $A^{(1)}, A^{(2)}, \ldots, A^{(m)}$ の状態による m 次元ベクトルで $z_u=(s_{i_1}^1, s_{i_2}^2, \ldots, s_{i_m}^m)$, $z_v=(s_{j_1}^1, s_{j_2}^2, \ldots, s_{j_m}^m)$ $(s_v^k \in S^k)$ である．但し，$(u)_{10}=(i_1 i_2 \cdots i_m)_{r_1 r_2 \cdots r_m}$, $(v)_{10}=(j_1 j_2 \cdots j_m)_{r_1 r_2 \cdots r_m}$ であり，$(\ )_{10}$ は10進数で，$(\rho_1 \rho_2 \cdots \rho_m)_{r_1 r_2 \cdots r_m}$ は各 $i(1 \leqq i \leqq m)$ に対して ρ_i は r_i 進数であるような m 桁の数を示している．

〔定義3〕 Kを任意の空でない集合とする．このとき，互いに素でかつその和集合が K である K の部分集合の族

$$\Pi=\{\Pi_i \mid \Pi_i \subset K,\ \mu \neq \nu \rightarrow \Pi_\mu \cap \Pi_\nu=\phi,\ \cup \Pi_i=K\}$$

を集合 K の分割という．Π_i は ϕ であってもよいことに注意．

〔定義4〕 $0 \leqq \varepsilon \ll 1$ とする．

(4.1) 確率ベクトル $\boldsymbol{a}=(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, $\boldsymbol{b}=(b_1, b_2, \ldots, b_n)$ に対して

$$\max\left\{\frac{|a_i-b_i|}{a_i} \,\middle|\, 1 \leqq i \leqq n\right\}<\varepsilon \tag{3}$$

が成立するならば $\boldsymbol{b}$ は $\boldsymbol{a}$ と ε 同値であるという．

(4.2) 確率行列 $E=(e_{i,j})_{(1 \leqq i,j \leqq n)}$, $G=(g_{i,j})_{1 \leqq i,j \leqq n}$ に対して

$$\max\left\{\frac{|e_{i,j}-g_{i,j}|}{e_{i,j}} \,\middle|\, 1 \leqq i, j \leqq n\right\}<\varepsilon \tag{4}$$

が成立するならば G は E と ε 同値であるという．

〔定義5〕 $A=[S, \Sigma, A\{(\sigma)\}]$, $A'=[S', \Sigma, \{A'(\sigma)\}]$ はそれぞれ確率システムとする．このとき，S と S' の間に一対一写像 g が存在し，$gA(\sigma)$ と $A'(\sigma)$ が ε 同値ならば，A と A' は ε 同型であるという．但し，$gA(\sigma)=(a_{g(i),g(j)}(\sigma))_{0 \leqq i,j \leqq |S|}$.

〔定義6〕 $\boldsymbol{a}=(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ を確率ベクトルとし，$\{\tau_i \mid 1 \leqq i \leqq n\}$ 上の分割を $\Pi=\{\Pi_i \mid 1 \leqq i \leqq t\}$ とする．このとき，$\boldsymbol{a}$ を分割 Π に従って併合して得られる確率ベクトルとは

$$\bar{\boldsymbol{a}}=(\bar{a}_1, \bar{a}_2, \ldots, \bar{a}_t) \tag{5}$$

但し，$\bar{a}_i=\sum_{\tau_f \in \Pi_i} a_f$

である．

次に，$PCS\ B=[Z, \Sigma, \{B(\sigma)\}]$ を基にして構成され，本論文の議論で重要な役割を果たす確率システム $\hat{B}$ を定義する．

〔定義7〕 $B=[Z, \Sigma, \{B(\sigma)\}]$ を m 個の確率システムの並列接続によって得られる PCS とする．又，$Q=\{\Pi^1, \Pi^2, \ldots, \Pi^t\}(|\Pi^i|=t)$ は Z 上の t 分割の集合とし，$Z'=\{z_{\mu_i} \mid 1 \leqq i \leqq t\}$ $(Z' \subseteq Z)$ とする．今，各 $i(1 \leqq i \leqq t)$ に対して行列 $B(\sigma)$ の第 μ_i 行を分解 Π^i で併合して得られる確率ベクトルを $\xi_i=(\xi_{i,1}, \xi_{i,2}, \ldots, \xi_{i,t})$ とし，行列 N を

$$N=(\xi_{i,j})\ 1 \leqq i, j \leqq t$$

とする．このとき，B から Z' と Q を基にして構成される確率システム $\hat{B}$ とは

$$\hat{B}=[\varphi, \Sigma, \{\hat{B}(\sigma)\}]\ (|\varphi|=t)$$

$$\text{但し，}\hat{b}_{i,j}(\sigma)=\sum_{z_f \in \Pi_j^i} b_{i,f}(\sigma) \tag{6}$$

で $\hat{B}(\sigma)=N$

である．

与えられた確率システムが ε 分解可能であるとは次のように定義される．

〔定義8〕 $A=[S, \Sigma, \{A(\sigma)\}]$ $(|S|=t)$ とする．又，$A^{(1)}, A^{(2)}, \ldots, A^{(m)}$ を並列接続して得られる PCS を $B=[Z, \Sigma, \{B(\sigma)\}]$ とする．更に，$Z'=\{z_{\mu_i} \mid 1 \leqq i \leqq t\}$ $(Z' \subset Z)$，Z 上の t 分割の集合を $Q=\{\Pi^i \mid 1 \leqq i \leqq t\}$ $(|\Pi^i|=t)$，B から Q とZ' を基にして構成される確率システムを $\hat{B}=[\varphi, \Sigma, \{\hat{B}(\sigma)\}]\ (|\varphi|=t)$ とする．このとき，各 i $(1 \leqq i \leqq m)$ に対して $|S^i|<t$ でかつ $\hat{B}$ が A と ε 同型ならば A は $A^{(1)}, A^{(2)}, \ldots, A^{(m)}$ の並列接続に ε 分解可能であるという．

確率システムの分解に際しては，ある1個の入力に対する遷移行列について分解理論を確立すれば他の入

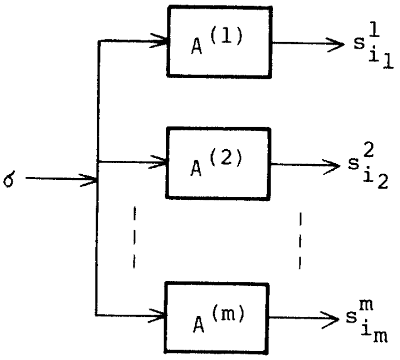

Fig. 1 Parallel connection of m component stochastic system.

力に対しては同様となるから，以下では入力 σ に関してのみ議論する．又，記法を簡略化するために，$a_{i,j}(\sigma), b_{i,j}(\sigma)$ 等を $a_{i,j}, b_{i,j}$ 等と表わす．

3. 確率システムの ε 分解

この章では，まず，m を十分大きくとれば，任意の確率システムは m 個のコンポーネント $A^{(1)}, A^{(2)}, \ldots, A^{(m)}$ の並列接続に ε 分解可能であることを示し，更に，このことから，各コンポーネントの遷移行列が全て等しい場合も同様の結果が成立することを示す．

各 $\nu(1\leqq\nu\leqq m)$ に対して確率システム $A^{(\nu)}$ の状態遷移確率行列を再掲する．

$$A^{(\nu)}(\sigma)=(a^{(\nu)}_{i,j}(\sigma))_{0\leqq i,j\leqq r-1} \tag{7}$$

但し，式(7)において $0<a^{(\nu)}_{i,j}<1$ とする．

まず，$PCS\ B$ の遷移行列の行ベクトルに関する結果を示そう．

〔定理1〕 $A^{(1)}, A^{(2)}, \ldots, A^{(m)}$ を並列接続して得られる確率システムを $B=[Z, \Sigma, \{B(\sigma)\}]$ $(|Z|=r_1r_2\cdots r_m=r)$ とし，$B(\sigma)$ の第 i 行 $(1\leqq i\leqq r)$ を $\boldsymbol{\eta}_i=(b_{i,1}, b_{i,2}, \ldots, b_{i,r})$ とする．又，Π を $|\Pi|=t$ なる Z 上の分割とする．このとき，任意の ε $(0\leqq\varepsilon\ll1)$ と任意の確率ベクトル $\boldsymbol{c}=(c_1, c_2, \ldots, c_t)$ に対して，$\bar{\boldsymbol{\eta}}_i$ が $\boldsymbol{c}$ と ε 同値となるような $A^{(1)}, A^{(2)}, \ldots, A^{(m)}$ と分割 Π が存在する．但し，$\bar{\boldsymbol{\eta}}_i$ は $\boldsymbol{\eta}$ を分割 Π に従って併合して得られる確率ベクトルである．

（証明） $B(\sigma)$ の要素 $b_{i,j}$ $(1\leqq j\leqq r)$ は

$$b_{i,j}=\prod_{k=1}^{m} a^{(k)}_{i_k,j_k} \tag{8}$$

但し，$(i)_{10}=(i_1i_2\cdots i_m)_{r_1r_2\cdots r_m}$

$(j)_{10}=(j_1j_2\cdots j_m)_{r_1r_2\cdots r_m}$

である．各 $k(1\leqq k\leqq m)$ に対して $0<a^{(k)}_{i_k,j_k}<1$ であるから容易に

$$\lim_{m\to\infty} b_{i,j}=0 \tag{9}$$

であり，m を十分大きくすると，各 $j(1\leqq j\leqq r)$ に対して

$$b_{i,j}<\delta \quad (0\leqq\delta\ll1) \tag{10}$$

とすることができる．従って，Z 上の分割を $\Pi=\{\Pi_i|1\leqq i\leqq t\}$ とすると

$$c_1-\bar{b}_{i,1}=c_1-\sum_{z_f\in\Pi_1} b_{i,f}<\delta \tag{11}$$

となる Π_1 が存在することは明らかである．同様に，各 j $(2\leqq j\leqq t-1)$ に対して

$$c_j-\bar{b}_{i,j}=c_1-\sum_{z_f\in\Pi_j} b_{i,j}<\delta \tag{12}$$

となるように順次 $\Pi_2, \Pi_3, \ldots, \Pi_{t-1}$ を定めることができる．すなわち，$\bar{b}_{i,j}(1\leqq j\leqq t-1)$ は全て c_j に等しいか，それ以下となるように分割の要素 $\Pi_1, \Pi_2, \ldots, \Pi_{t-1}$ を定めることができる．このとき，

$$\sum_{k=1}^{t-1}(c_k-\bar{b}_{i,k})<(t-1)\delta \tag{13}$$

であるから

$$\bar{b}_{i,t}-c_t<(t-1)\delta \tag{14}$$

従って，δ を十分小さくすること，すなわち，m を十分大きくすることによって，任意の $\varepsilon(0\leqq\varepsilon\ll1)$ に対して

$$\max\left\{\frac{|c_j-\bar{b}_{i,j}|}{c_j}\,\middle|\,1\leqq j\leqq t\right\}<\varepsilon \tag{15}$$

とすることができる．（証明終）

定理1より容易に次のことが成立する．

〔定理2〕 任意の確率システム $A=[S, \Sigma, \{A(\sigma)\}]$ $(|S|=n)$ と任意の $\varepsilon(0\leqq\varepsilon\ll1)$ に対して，$\hat{B}=[\varphi, \Sigma, \{\hat{B}(\sigma)\}]$ が A と ε 同型となるような m, Q および Z' が存在する．

（証明）略．

与えられた確率システム A に対して，m の増加と共に $\hat{B}$ は，A に同型[8]という意味で漸近的に A に近づくことが示されるが，そのために，まず，次の定理を示す．

〔定理3〕 $\boldsymbol{C}=(c_1, c_2, \ldots, c_n)$ を任意の確率ベクトルとする．又，$A^{(1)}, A^{(2)}, \ldots, A^{(m)}$ を並列接続して得られる PCS を $B=[Z, \Sigma, \{B(\sigma)\}]$ $(|Z|=r_1r_2\cdots r_m=r)$ とし，$B(\sigma)$ の第 i 行 $\boldsymbol{\eta}_i=(b_{i,1}, b_{i,2}, \ldots, b_{i,r})$ を分割 $\Pi=\{\Pi_i|1\leqq i\leqq n, n<r\}$ に従って併合して得られる確率ベクトル $\bar{\boldsymbol{\eta}}_i=(\bar{b}_{i,1}, b\bar{b}_{i,2}, \ldots, \bar{b}_{i,n})$ は $\boldsymbol{c}$ と ε 同値であるとする．更に，コンポーネントを $l(l\geqq1)$ 個追加

して，$A^{(1)}, A^{(2)}, \dots, A^{(m+l)}$ を並列接続して得られる PCS を $B'=[Z', \Sigma, \{B'(\sigma)\}]$ ($|Z'|=r_1r_2\cdots r_{m+l}=r'$) とし，$B'(\sigma)$ の第 i' 行（各 $\rho(1\leqq\rho\leqq m)$ に対して $(i)_{r_1r_2\cdots r_m}$ と $(i')_{r_1r_2\cdots r_{m+l}}$ の左から ρ 桁は等しい）を分割 $\Pi'=\{\Pi_i'\,|\,1\leqq i\leqq n\}$ に従って併合して得られる確率ベクトルを $\boldsymbol{\eta}'_{i'}=(\bar{b}'_{i',1}, \bar{b}'_{i',2}, \dots, \bar{b}'_{i',n})$ とすると

$$\max\left\{\frac{|c_j-\bar{b}_{i,j}|}{c_j}\,\middle|\,1\leqq j\leqq n\right\}$$

$$>\max\left\{\frac{|c_j-\bar{b}'_{i',j}|}{c_j}\,\middle|\,1\leqq j\leqq n\right\} \qquad (16)$$

を満足するような $A^{(m+1)}, A^{(m+2)}, \dots, A^{(m+l)}$ と分割 Π' が存在する．

（証明）

$$\max\{b_{i,j}\,|\,1\leqq j\leqq r\}<\max\{b'_{i',j}\,|\,1\leqq j\leqq r'\} \qquad (17)$$

であるから，任意の $\varepsilon'(\varepsilon'<\varepsilon)$ に対して，定理1より，l を十分大きくとると $\boldsymbol{C}$ と $\boldsymbol{\eta}'_{i'}$ が ε' 同値となるような $A^{(m+1)}, A^{(m+2)}, \dots, A^{(m+l)}$ と Π' が存在することがわかる．

（証明終）

定理3より容易に次の定理が成立する．

〔定理4〕 任意の確率システム $A=[S, \Sigma, \{A(\sigma)\}]$ に対して

$$\lim_{m\to\infty}\hat{B}(\sigma)=A(\sigma)$$

となるような $A^{(1)}, A^{(2)}, \dots, A^{(m)}$ と，それらを並列に接続して得られる PCS $B=[Z, \Sigma, \{B(\sigma)\}]$ の Z 上の分割の集合 $Q=\{\Pi^i\,|\,1\leqq i\leqq |S|, |\Pi^i|=|S|\}$ が存在する．

以上のことから次の同一コンポーネントによる ε 分解定理を得る．

〔定理5〕 任意の確率システムは遷移行列が同一であるような複数個のコンポーネント確率システムの並列接続に ε 分解可能である．

（証明）略．

4 例　題

本論文の手法を用いて5状態の確率システム $A=[S, \Sigma, \{A(\sigma)\}]$ $(\Sigma=\{\sigma\})$

$$A(\sigma)=\begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.3 & 0.1 & 0.2\\ 0.1 & 0 & 0.4 & 0.2 & 0.3\\ 0.3 & 0.4 & 0.1 & 0.1 & 0.1\\ 0.5 & 0 & 0.3 & 0 & 0.2\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (18)$$

を12個の2状態コンポーネント $A^{(1)}, A^{(2)}, \dots, A^{(12)}$，但し，各 $i(1\leqq i\leqq 12)$ に対して

$$A^{(i)}(\sigma)=\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad (19)$$

の並列接続に ε 分解してみよう．ここで，$\varepsilon=10^{-2}$，$Z'=\{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4\}$ ($|Z|=2^{12}$) とする．$Q=\{\Pi^1, \Pi^2, \Pi^3, \Pi^4, \Pi^5\}$ において

$$\left\{\begin{array}{l} |\Pi_1^1|=|\Pi_2^1|=|\Pi_5^1|=819,\quad |\Pi_3^1|=1229,\\ \qquad |\Pi_4^1|=410\\ |\Pi_1^2|=410,\quad |\Pi_2^2|=0,\quad |\Pi_3^2|=1639,\\ \qquad |\Pi_4^2|=819,\quad |\Pi_5^2|=1228\\ |\Pi_1^3|=1228,\quad |\Pi_2^3|=1638,\quad |\Pi_3^3|=|\Pi_4^3|\\ \qquad =|\Pi_5^3|=410\\ |\Pi_1^4|=2048,\quad |\Pi_2^4|=0,\quad |\Pi_3^4|=1229,\\ \qquad |\Pi_4^4|=0,\quad |\Pi_5^4|=819\\ |\Pi_1^5|=|\Pi_3^5|=|\Pi_4^5|=|\Pi_5^5|=0,\quad |\Pi_2^5|=4096 \end{array}\right. \qquad (20)$$

とすると

$$\hat{B}(\sigma)=\frac{1}{2^{12}}\begin{bmatrix} 819 & 819 & 1229 & 410 & 819\\ 410 & 0 & 1639 & 819 & 1228\\ 1228 & 1638 & 410 & 410 & 410\\ 2048 & 0 & 1229 & 0 & 819\\ 0 & 4096 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (21)$$

であり

$$\max\left\{\frac{|a_{i,j}-\hat{b}_{i,j}|}{a_{i,j}}\,\middle|\,1\leqq i, i\leqq 5\right\}=\frac{|a_{1,4}-\hat{b}_{1,4}|}{a_{1,4}}$$
$$=6.5\times10^{-4}$$

であるから，$\hat{B}=[\varphi, \Sigma, \{\hat{B}(\sigma)\}]$ は A と ε 同型である．$m<12$ では A と ε 同型となる Q は存在しない．このことを $m=11$ の場合を例にとって示そう．$A^{(1)}, A^{(2)}, \dots, A^{(11)}$ を並列接続して得られる PCS を $B'=[Z', \Sigma, \{B'(\sigma)\}]$ ($|Z'|=2^{11}$) とする．明らかに，各 $i, j(0\leqq i, j\leqq 2^{11}-1)$ に対して $b'_{ij}=1/2^{11}$ であり，$A(\sigma)$ の第1行に注目すると，

(i) $a_{1,4}=0.1$ に対して
$204/2^{11}<0.1<205/2^{11}$ であり，
$|1/0.1\,(0.1-204/2^{11})|=3.9\times10^{-3}$
$|1/0.1\,(0.1-205/2^{11})|=9.8\times10^{-4}$
$|1/0.1\,(0.1-206/2^{11})|=5.9\times10^{-3}$

(ii) $a_{1,1}=a_{1,2}=a_{1,5}=0.2$ に対して

$409/2^{11}<0.2<410/2^{11}$ であり,

$|1/0.2\,(0.2-409/2^{11})|=1.46\times10^{-3}$

$|1/0.2\,(0.2-410/2^{11})|=9.8\times10^{-4}$

$|1/0.2\,(0.2-411/2^{11})|=3.4\times10^{-3}$

(iii) $a_{1,3}=0.3$ に対して

$614/2^{11}<0.3<615/2^{11}$ であり

$|1/0.3\,(0.3-613/2^{11})|=2.3\times10^{-3}$

$|1/0.3\,(0.3-614/2^{11})|=6.5\times10^{-4}$

$|1/0.3\,(0.3-615/2^{11})|=9.8\times10^{-4}$

$|1/0.3\,(0.3-616/2^{11})|=2.6\times10^{-3}$

である．従って，$A(\sigma)$ の第1行 $\boldsymbol{\eta}_1=(0.2, 0.2, 0.3, 0.1, 0.2)$ に対して，$B'(\sigma)$ の第1行を併合して得られる確率ベクトルが $\boldsymbol{\eta}$ と ε 同型 $(\varepsilon=10^{-3})$ となるような Z' 上の分割 Π' は存在しない．なぜならば，$|\Pi_1^1|=|\Pi_2^1|=|\Pi_5^1|=410$, $|\Pi_4^1|=205$ とすると $|\Pi_3|=613$ であり，$|1/0.3\,(0.3-613/2^{11})|=2.3\times10^{-3}>10^{-3}$ となる．

5. むすび

同一のコンポーネントによって任意の確率システムを分解する一手法を提案した．本手法は，従来の分解理論と比較して，分解に要するコンポーネント数が大きくなるが，反面，コンポーネント相互間の接続は不用であり，同一のコンポーネントで分解可能であるという点は興味ある結果といえよう．

確率システムとコンポーネントおよび ε が与えられたとき，分解に必要なコンポーネントの数に関する考察は今後の課題である．

謝辞　日頃ご指導ご助言頂く本学高浪五男教授，井上克司助教授ならびにご指導ご討論頂く岡田敏彦講師に深謝する．

参考文献

1) J. Hartmanis: Loop-free structure theory of sequential machines", Inf. & Control, **5**, 25–43 (1962).
2) G. C. Bacon: "The decomposition theory of stochastic automata", Inf. & Control, **7**, 320–339 (1964).
3) 藤本，深尾："確率論的オートマトンの部分分解", 電気試験所彙報, **30**, 688–698 (1966).
4) A. Paz: "Whirl decomposition of stochastic systems", IEEE Trans., C–**20**, 1280–1211 (1971).
5) 藤本信智："確率オートマタの Partition Pair および Partition Pair による分解について", 信学論 (D), **56**, 615–622 (1973).
6) A. Kh. Giorgadze and A. G. Safiulina: "Iterative decomposition of finite probabilistic automata", Autom. & Remote Control, **35**, 1448–1451 (1974).
7) 菊池，藤野："確率オートマタの一様構造分解", 信学論 (D), **61**, 827–833 (1978).
8) 金岡，富田："2状態コンポーネントによる確率システムの相互接続分解", 信学論 (D), **65**, 758–765 (1982).
9) 金岡，富田："任意のコンポーネントによる確率システムの相互接続分解", 信学論 (D), **65**, 1584–1585 (1982).
10) T. Kanaoka and S. Tomita: "The decomposition of stochastic systems," Technology Reports of the Yamaguchi University, **3**, 57–68 (1982).
11) A. Paz: "Introduction to probabilistic automata", Academic Press (1971).

(昭和58年4月7日　受理)