

3次元ジョイント要素を用いた破壊伝播の解析

三浦 房紀*・岡重 嘉泰**・沖中 宏志***

Rupture Propagation Analyses by the Three Dimensional Finite Element Method with Joint Element

Fusanori MIURA, Yoshihiro OKASHIGE and Hiroshi OKINAKA

Abstract

This study aims to simulate spontaneous rupture propagation of the discontinuous plane which is modeled by the arrangement of three dimensional joint elements. To achieve this purpose, we first modified the joint element proposed by Toki et al. as follows. First, we removed the assumption that four nodal points forming a joint plane were still on one plane even after its deformation. Second, the stress drop was introduced in the shear component of the constitutive relationships of the element. Third, we made it possible to model the discontinuous plane which had arbitrary normal direction by introducing a general three dimensional coordinate transform matrix.

Two models were used in this study to verify the applicability of the modified element to express spontaneous rupture propagation. One was used to examine the rupture propagation which propagated one-dimensionally, the other two-dimensionally.

It was found that the modified joint element was able to express the rupture propagation phenomenon just same as the two dimensional joint element.

1. まえがき

土木構造物の耐震設計は、一般に道路橋示方書・同解説、V耐震設計編に準拠してなされる。同示方書によれば、構造物(示方書においては橋)の動的特性が、震度法や修正震度法で想定したものと著しく異なる場合、新しい形式で従来の震害例がない場合、地盤が極めて軟弱で、応答変位が大きいと予想される場合、終局状態を照査する場合については、動的応答解析を行って安全性の照査をすることが望ましいとある¹⁾。

動的応答解析を行なうに際して、最も重要な問題の一つに、入力地震動の想定がある。特に近年、長大吊橋、超高層ビル、原子力発電所、大型石油タンクなどの大規模にして、重要な構造物が建設されていることを考えると、この問題の重要性は高まるばかりといえよう。

このような背景の下に、地球物理学の分野の地震断層

モデルに関する最近の著しい成果を用いて、設計用入力地震動を確定論的に推定しようとする試みが多く、研究者によって行なわれている。

ところが、これらの断層モデルによる地震動の合成法では、複雑な震源過程を表現するために、断層の幾何学的パラメータの他に、破壊の伝播速度、くい違い量、震源—時間関数の形状などの多くのパラメータを仮定して与えなければならない。しかしながら、これらは本来、地体力(Tectonic force)の作用下における断層運動の結果として定まる量である。

この様な観点から、土岐らは²⁾ Goodmamによって提案されたジョイント要素³⁾さらにはそれを改良した要素⁴⁾を断層面のモデル化に用いて、2次元有限要素法により断層運動の解析を行っている。それによれば、地体力による断層面上の初期応力を求め、断層面のせん断強度と応力降下量を与えるのみで、断層の破壊過程のシミュレーションが可能であり、得られた結果は従来の手法によるものと良い一致が認められている。

しかしながら、これらの研究は、問題を2次元として扱っており、実際の断層が平面的な拡がりを持つて

*建設工学科

**京都大学大学院土木工学専攻

***山口大学大学院建設工学専攻

いることを考えると、3次元解析による必要がある。それによって、更に現実的に即して問題の解析が行なえるものと考えられる。そこで、本研究はまず、土岐ら⁵⁾によって提案されている3次元ジョイント要素を、断層平面のモデル化に適するように改良を行った。そして、次にこれを簡単な不連続面のモデル化に用い、そのせん断強度と応力降下量を与えるのみで、ある初期応力状態において破壊が自ら伝播していく現象のシミュレーションが可能であることを確かめたものである。

2. 3次元ジョイント要素の改良

2.1 剛性マトリクス

3次元ジョイント要素は、Fig. 1に示すように、節点①～④、および⑤～⑧で構成される2つの平面からなる、媒質と媒質との間の不連続面あるいは接触面を表現するために用いられる要素である。土岐らによって提案されている3次元ジョイント要素の剛性マトリクスは、これら1組の平面を構成するそれぞれの4節点は変形後も同一平面上にあるという仮定の下に、またジョイント面の応力を要素の中心で評価することによって導かれたものである。

しかしながら、ジョイント面の節点変位は、ジョイント面、およびそれを形成する媒質の力学特性と、それに作用する外力により定まるところのソリッド要素の変形にのみ依存するはずである。従って、ジョイント面が変形後も同一平面上にあるという仮定は、ジョイント面の変形に過剰な拘束を与えることになる。また、このように考えると、ジョイント面の応力は要素の中心で評価するよりも、各節点の対(①と⑤、②と⑥、③と⑦、④と⑧)ごとに評価する方が合理的であるといえよう。

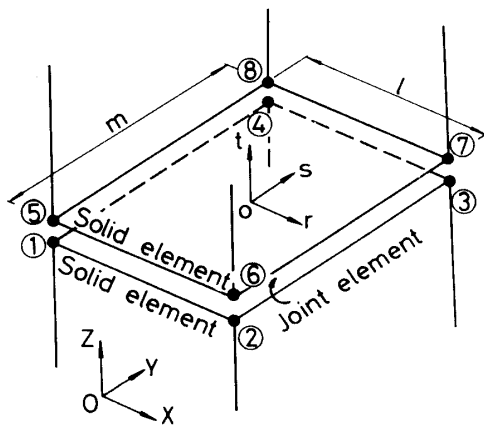


Fig. 1 Three dimensional joint element.

そこで、本研究ではFig. 2に示すように、ジョイント要素を各節点の対が、3方向のばね、 k_r, k_s, k_t によって結合された要素とした。これは結合要素⁶⁾の考え方に近いものである。これにより、改良後の3次元ジョイント要素においては、4組の節点の対は隣接するソリッド要素の変形のみ依存して運動できることになる。すなわち、改良前のジョイント要素では、例えば①—⑤の節点対の運動に対して、他の節点対の運動がソリッド要素の他に直接ジョイント要素のばねを介して影響を及ぼしていたが、この直接的な影響が取り除かれたことになる。

こうして得られたジョイント要素の剛性マトリクス $[k]_j$ は次式で与えられる。

$$[k]_j = \begin{bmatrix} [E]_j & -[E]_j \\ -[E]_j & [E]_j \end{bmatrix} \quad \dots\dots(1)$$

ここに、小行列 $[E]_j$ は、その対角要素が次式で与えられる対角マトリクスである。

$$diag.([E]_j) = \frac{lm}{4}(k_r, k_s, k_t, k_r, k_s, k_t, k_r, k_s, k_t) \quad \dots\dots(2)$$

l, m はFig. 1に示すジョイント要素の2辺の長さである。

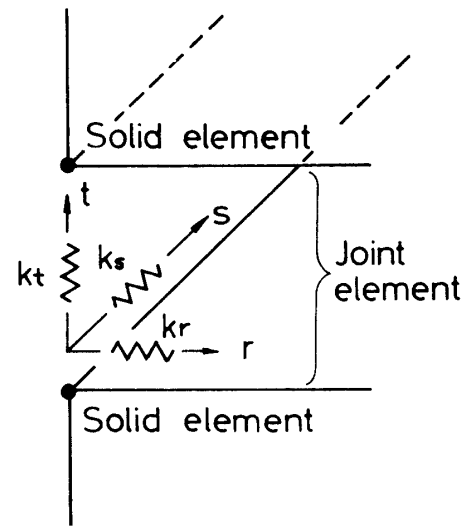


Fig. 2 Schematic drawing of the modified 3-D joint element.

2.2 ジョイント要素の構成関係

本研究で仮定するジョイント要素の構成関係をFig. 3に示す。Fig. 3(a)はせん断方向、(b)は垂直方向に対するものである。

3次元ジョイント要素は、 r, s 2方向のせん断応力

成分 σ_r, σ_s をもつ. 従って, 図(a)に示した構成関係は, 次式で与えられるせん断応力, τ , およびそれに対応する相対変位 ϵ_0 に対して規定される.

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_s^2} \\ \epsilon_0 &= \sqrt{\bar{u}_r^2 + \bar{u}_s^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots(3)$$

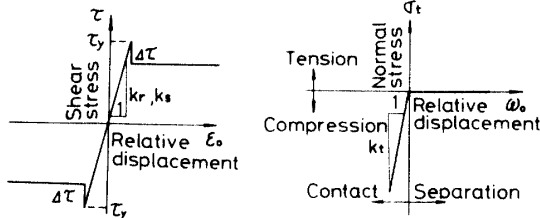
ここに, \bar{u}_r, \bar{u}_s は注目している節点对の r および s 方向のせん断変形に伴う相対変位である. このせん断応力 τ が降伏応力 (せん断強度) τ_y に達すると滑り破壊 (せん断破壊) を生じる. その瞬間, $\Delta\tau$ の応力降下が生じるが, この応力降下量は, その時のせん断応力に比例して, r, s の2成分に配分される.

降伏応力 τ_y は, Mohr-Coulomb の破壊条件を仮定し, 付着力を C , 摩擦角を ϕ_f として次式で与えた.

$$\left. \begin{aligned} \tau_y &= C - \sigma_t \tan \phi_f \quad (\sigma_t \leq 0; \text{圧縮}) \\ &= 0 \quad (\sigma_t > 0; \text{引張り}) \end{aligned} \right\} \dots\dots(4)$$

ここに, σ_t は垂直応力である.

一方, 垂直方向に関しては, 図(b)に示すように, 引張り力には抵抗をせず剥離を生じ, 圧縮力に対しては強い抵抗を示すものとする.



(a) Tangential component (b) Normal component

Fig. 3 Constitutive relationships of the joint element.

2.3 座標変換

ジョイント要素の剛性マトリクス, および構成関係は局所座標系 (r, s, t) で定義されるので, 実際の解析に際しては全体座標系 (X, Y, Z) との座標変換を考えなければならない.

そこで, Fig. 4 に示すように, 3方向の座標軸の回転, すなわち, まず Y 軸回りに β , 次にその状態で Z' 軸回りに γ , 最後に r 軸回りに α の回転を行うと, 次式で与えられる座標変換マトリクス $[T]$ を得る.

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos\gamma\cos\beta & \sin\gamma & \cos\gamma\sin\beta \\ -\cos\beta\cos\gamma\sin\gamma - \sin\alpha\sin\beta & \cos\alpha\cos\gamma & -\cos\alpha\sin\beta\sin\gamma + \sin\alpha\cos\beta \\ \sin\alpha\cos\beta\sin\gamma - \cos\alpha\sin\beta & -\sin\alpha\cos\gamma & \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma + \cos\alpha\cos\beta \end{bmatrix} \dots\dots(5)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} \sin\alpha &= 2 \frac{z_s - z_0}{m} \\ \sin\beta &= \frac{z_s - z_0}{\sqrt{(x_s - x_0)^2 + (y_s - y_0)^2 + (z_s - z_0)^2}} \\ \sin\gamma &= 2 \frac{y_s - y_0}{l} \end{aligned} \right\} \dots\dots(6)$$

ジョイント要素の剛性マトリクスの全体剛性マトリクスへの組込み, あるいはジョイント要素の応力の算定には上式で与えられる $[T]$ を用いればよい.

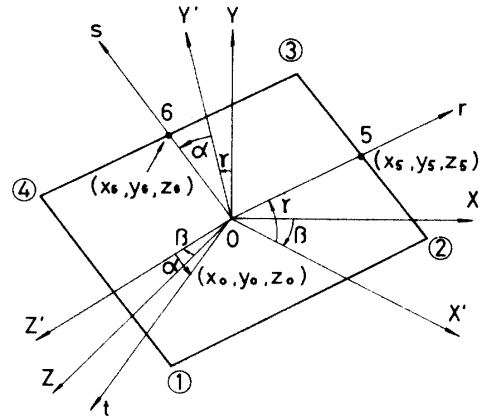


Fig. 4 Schematic drawing of rotation of the coordinate system.

3. 破壊伝播の解析法

3.1 初期応力

不連続面を前章で述べた3次元ジョイント要素で, 連続体を3次元アイソパラメトリック要素でモデル化する. この不連続面の破壊の伝播を解析するには, 動的解析に先立って, 不連続面の初期応力を算定しておくなければならない.

初期応力は通常の静的解析をある外力, 例えば重力や地体力の下に行うことによって求まる. しかし, 本研究の目的は, 3次元ジョイント要素を用いた破壊の伝播の解析が可能であるか否かを調べることであるので, これを適当に与えることとした.

3.2 動的解析

運動方程式は次式で与えられる。

$$[M]\{\ddot{\delta}\}_n + [C]\{\dot{\delta}\}_n + [K]\{\delta\}_n = \{f(n, i)\} \quad \dots\dots(7)$$

ここに、 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ はそれぞれ系全体の質量、減衰、剛性マトリクスであり、 $\{\delta\}_n$ は時刻 $n\Delta t$ における節点変位ベクトルである。 n はステップ数、 Δt は時間間隔であり、 $\dot{}$ は時間微分を表わす。 また、 i は n ステップ目に破壊した節点对であり、外力ベクトル $\{f(n, i)\}$ の要素 $f(n, i)$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} f(n, i)_r &= \pm \frac{l_i m_i}{4} \Delta\tau_r \\ f(n, i)_s &= \pm \frac{l_i m_i}{4} \Delta\tau_s \end{aligned} \right\} \dots\dots(8)$$

ここに、 l_i 、 m_i は節点对 i をその構成節点に含むジョイント要素の2辺の長さであり、 $\Delta\tau_r$ 、 $\Delta\tau_s$ はそれぞれ応力降下量 $\Delta\tau$ の r および s 方向の成分である。 また、複号は Fig. 5 に示すように、初期せん断応力 τ_0 の向きに一致して、対となっている2節点にこれを節点力として作用させることを意味している。 図(a)の例は、節点对 $A-B$ に対して、式(8)で与えられる節点力を A に対しては正の方向に、節点 B に対しては負の方向に作用させる場合を、図(b)はその逆の場合を示したものである。 なお、当然のことながら、第 n ステップで応力降下が生じない節点对に対しては、この節点外力は0である。

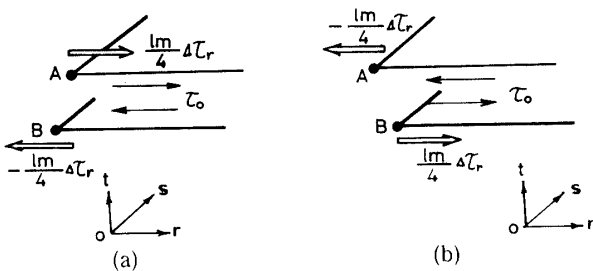


Fig. 5 Sign rule of the nodal forces equivalent to the stress drop.

初期状態においては、どこかの節点对でせん断応力がせん断強度に達しているので、その節点对に対して式(8)から求めた節点力 $\{f(1, i)\}$ が式(7)の外力項となる。 この運動方程式を解くことにより、最初に破壊した、即ち応力解放された節点对 i から周辺の領域にひずみエネルギーが波動エネルギーとなって伝播される。 この結果、隣接する要素の応力が増大して、やがてはそのせん断強度に達して破壊が生じることとなる。 以下、同様の過程を経て、破壊は順次その周辺へと伝播して広がってゆくことになる。

ここでは、破壊の伝播に関するパラメータ、すなわち、破壊伝播速度、くい違い量、立ち上り時間などを前もって与えておらず、破壊の伝播を何ら制御していないことに留意されたい。

式(7)で与えられる運動方程式は非線形運動方程式である。 従って、この運動方程式は時間領域で解かなければならない。 ここでは Newmark の β 法 ($\beta = 1/4$) で数値積分し、荷重伝達法を用いて非線形の取扱いをしている。 詳しい計算手順は文献(7)、(8)を参照されたい。

4. 解析例

4.1 解析モデル

Fig. 6, 7 に解析に用いたモデルの有限要素網を示す。 Fig. 6 に示したモデル1、Fig. 7 に示したモデル2をモデル2と以下呼ぶことにする。 いずれのモデルも3次元アイソパラメトリック要素で離散化した弾性体と弾性体の間に、ジョイント要素でモデル化した不連続面(弱面)があると想定したものである。 モデル1は1次元的な破壊の伝播を、モデル2は2次元なそれを調べるために用いたものである。 両モデルの諸定数を Table 1 にまとめて示す。

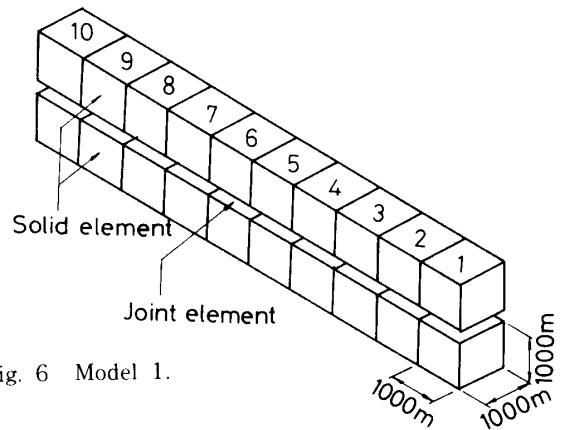


Fig. 6 Model 1.

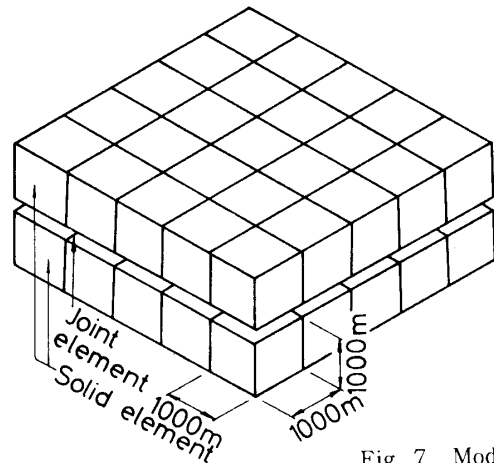


Fig. 7 Model 2.

Table 1 Physical properties of models

Unit Weight (t/m^3)	P wave velocity (km/s)	Poisson's ratio	Damping factor
2.0	7.0	0.2	0.1
Joint	$C_j = 400-600 t/m^2$ $\phi_j = 0$	$k_n = k_s = 37500 t/m^3$ $k_t = 100000 t/m^3$	

4.2 解析結果

4.2.1 1次元的な破壊の伝播

ここでは、モデル1を用いた1次元的な破壊伝播について述べる。Fig. 8はモデル1に対して与えた初期応力とせん断強度である。図中の要素番号はFig. 6に示したものである。

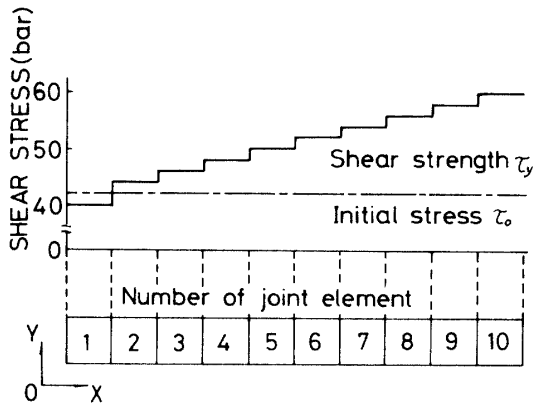


Fig. 8 Initial stress and shear strength of the discontinuous plane of Model 1.

番号1の要素は初期応力がせん断強度に達しているので、この要素でまずせん断破壊が発生する。この時、この要素では $\Delta\tau$ だけ応力の解放が行なわれ、これが要素2へと波動エネルギーの形で伝わり、応力の再配分が行なわれる。その結果、要素2のせん断応力が增大するが、まず要素1との共有の節点对で破壊が起り、その後、要素3との共有の節点对も破壊する。以下、これが要素3、4、……と順次伝播される。

Fig. 9はこの様子を示したものである。横軸は時間、縦軸はせん断応力、奥行きに距離をとってある。すなわち、この図は、各要素の最初に破壊した節点对のせん断応力の時刻歴を奥行き方向に並べたものである。この図で、各時刻歴曲線の中に応力が急激に低下している箇所があるが、これは破壊に伴う応力降下が発生していることを示している。この破壊の発生時刻は、最初の破壊点からの距離の増大に伴って遅くなっており、順次破壊が伝播していることがわかる。そして、

破壊の少し前には、その前の要素の破壊に伴ってせん断応力の増大が認められる。

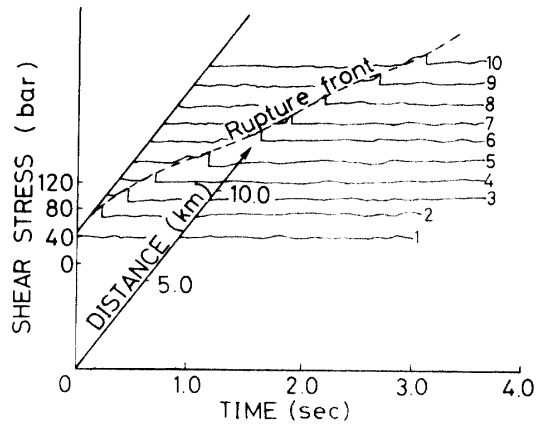


Fig. 9 Time histories of the shear stress showing the rupture propagation.

Fig. 10はFig. 9に破線で示してある破壊前線 (Rupture front) と、弾性波の波頭 (Wave front) とを比較して示したものである。この曲線あるいは直線の勾配がそれぞれ破壊伝播速度 V_r 、弾性波速度となる。 V_p は縦波、 V_s は横波のそれぞれである。これより、破壊は最初縦波速度に近いが、次第に遅くなり、横波速度に近くなっていることがわかる。

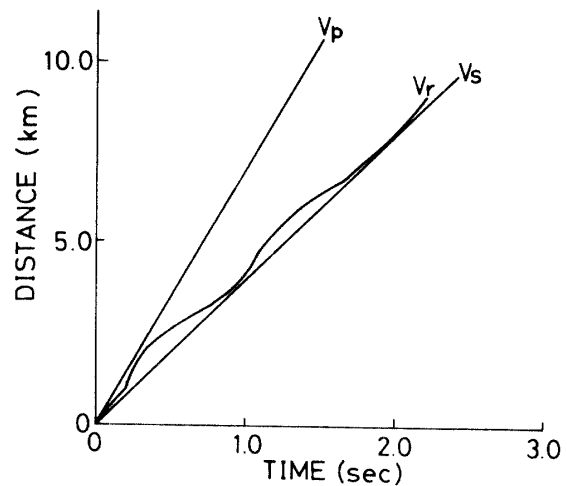


Fig. 10 Comparison of the rupture velocity and elastic wave velocities.

4.2.2 2次元的な破壊の拡がり

Fig. 11はモデル2に与えた初期応力とせん断強度である。これらの値は、モデルの中心で最初に破壊が生じるように与えたものである。

ここでは、初期せん断応力はX方向にのみ与えている。従って、ジョイント面の節点変位はX、Y、Zの

全ての方向とも自由であるが、まず X 方向に破壊が生じる。

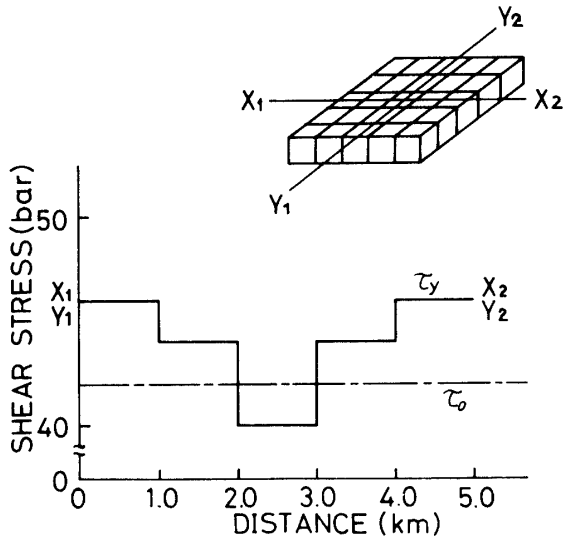


Fig. 11 Initial stress and shear strength of the discontinuous plane of Model 2.

Fig. 12 はモデル 2 に対して得られた破壊前線である。図からわかるように、破壊は中心の要素から外側へ放射状に広がっているが、破壊前線は X 軸方向を長軸とする楕円形となっている。なお、破壊の広がり方は放射状であるが、せん断破壊の方向、すなわち節点对の相対変位は X 方向に卓越しており、Y 方向成分は非常に小さい。これは初期せん断応力を X 方向にのみ与えたことに起因している。

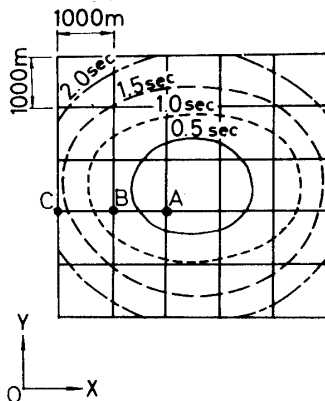


Fig. 12 Rupture front of Model 2.

Fig. 13, 14, 15 に Fig. 12 に示した 3 点 A, B, C における X 方向の加速度、速度、変位の時刻歴を示す。それぞれ、(a) 加速度、(b) 速度、(c) 変位である。点 A は 0.0 秒で、点 B は 0.78 秒で、点 C は 1.40 秒で破壊が生じており、その時刻を図に上向き矢印で示した。破壊の生じた瞬間、加速度には鋭いピークが生じている。しかし、変位にはこの様な顕著な変化は現われて

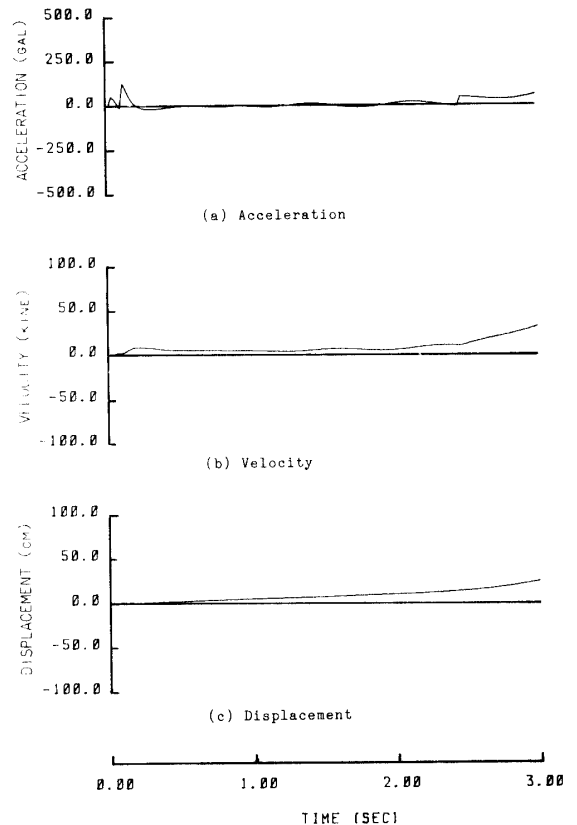


Fig. 13 Time histories at Point A.

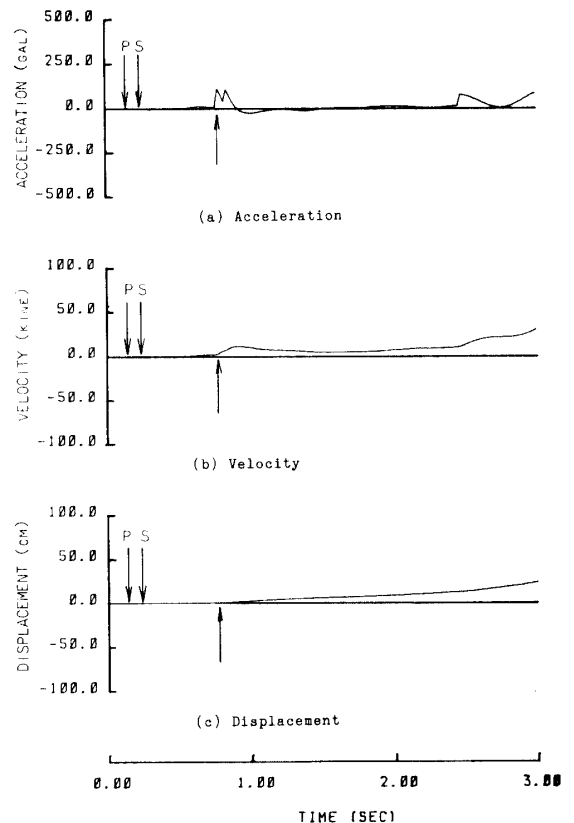


Fig. 14 Time histories at Point B.

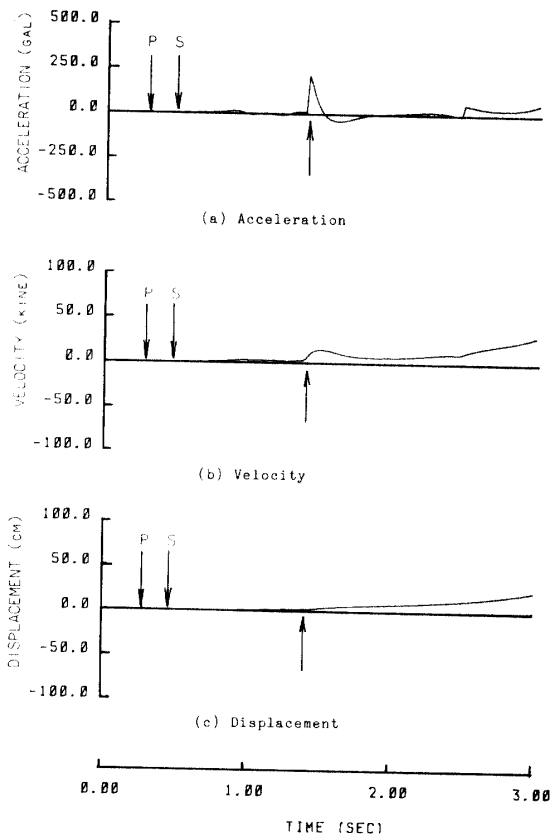


Fig. 15 Time histories at Point C.

いない。

2.5秒には変位量，すなわち，これはそのほとんどが滑動量であるが，これはジョイント面の全域が破壊した時刻に対応しており，急激に増加している。

ところで，このモデルのP波速度は7 km/s，AB間は1 km，AC間は2 kmであるから，A点で発生したP波がB，C点に到達するのはそれぞれ0.143秒，0.286秒であるが，この時刻にはほとんど加速度は生じていない。また，s波速度は4.29 km/sであるから，これがB，C点に到達する時刻はそれぞれ0.233秒，0.466秒であり，そのころから加速度が生じはじめている。

5. 結 論

本研究は，3次元有限要素法を用いて断層モデルの解析を行うことを念頭において，その第一歩として，まず既存の3次元ジョイント要素の改良を行ったものである。次にこれを不連続面のモデル化に用い，この不連続面に対してせん断強度と応力降下量を与えるのみで，ある初期応力状態下において破壊が自動的に伝播していく現象がシミュレーションできるか否かの検討を試みた。

3次元ジョイント要素の具体的な改良点は以下の3点である。

- 1) 変形後もジョイント面を構成する4節点が同一平面上にあるという前提を取り除いた。
- 2) ジョイント要素の応力の評価を，その中心ではなく，4組の節点对で行うようにした。
- 3) 3次元空間内で任意の方向をもつ不連続面のモデル化が可能となるよう，ジョイント要素の座標変換に一般性を持たせた。

また，解析例として，2種類のモデルを用いて，1次元的な破壊の伝播と2次元的な破壊の拡がりのシミュレーションを行った。その結果，本研究で改良した3次元ジョイント要素によっても，2次元ジョイント要素と同様に，破壊の自動的な伝播とそれによって生じる弾性波のシミュレーションが可能であることが確認できた。

今後は，この研究によって得られた成果をもとに，より実際に即した断層モデルに対して解析を進める予定である。

参 考 文 献

- 1) 道路橋示方書・同解説，V耐震設計編，日本道路協会，(1980)。
- 2) 土岐憲三・三浦房紀・吉村隆：有限要素法による断層モデルのシミュレーション，京都大学防災研究所年報，第26号，B-2，15-34 (1983)。
- 3) R.E. Goodman: Methods of Geological Engineering in Discontinuous Rocks, Ch. 8, West Publishing Comp. (1978)。
- 4) K. Toki and F. Miura: Simulation of Rupture Mechanism of Fault Plane by Two Dimensional Finite Element Methods, Journal of Physics of the Earth, (投稿中)
- 5) 土岐憲三・三浦房紀・大竹敏雄：3次元ジョイント要素による地盤-構造物系の非線形震動解析，土木学会論文報告集，No. 322，51-61 (1982)
- 6) D. Ngo and A.C. Scordolis: Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams, J. of ACI, **64**, 3, 152-163 (1967)。
- 7) 土岐憲三・佐藤忠信・三浦房紀：強震時における地盤と構造物の間の剥離と滑動，土木学会論文報告集，No. 302，31-41 (1980)。
- 8) 土岐憲三・三浦房紀：地盤-構造物系の非線形地震応答解析，No. 317，61-68 (1982)

(昭和60年4月15日受理)