

低速型相似電子計算機のむだ時間要素について*

白 井 源 慧

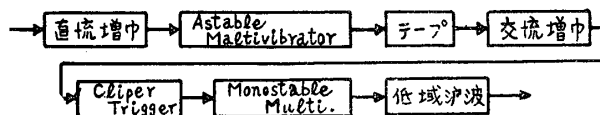
1. 緒 言

一般に自動制御系に於てはしばしばむだ時間の存在する場合があります、特にプラントの特性等は殆んどこれを持っていると見做される。このむだ時間が制御系内に存在することによって、その解析並びに設計は非常に厄介である。即ちこのむだ時間を含む制御系の特性方程式は超越方程式となり、特に高次の系に含まれる場合は、その取扱は甚だ困難である。この様なむだ時間を有する制御系の検討に当っては、相似計算機による方法が簡単で然も能率的であると考えられる。然しながら、今日までこのむだ時間を計算機要素で実現する場合には、一次遅れ要素を有限個直列に接続して近似しているため、近似度が悪くしかも実際の計算に当って系のパラメーター等を変える場合にも不便がある。

そこでむだ時間をそのまま計算機要素として実現するため、計数型電子計算機に記憶装置として用いている磁氣的記録再生装置の原理を利用して、相似型計算機のむだ時間要素を試作し満足すべき結果が得られたのでその大要と近似によった場合の様子を述べる。

2. 試 作 装 置

試作した装置の主要部は、記録用ヘッドと再生用ヘッドを或る間隔に隔てて置き、入力信号を記録用ヘッドで一度磁気テープに記憶させ、これが再生ヘッドを通過する時に再生ヘッドで再生され出力信号となる。ここで入力信号は一般にゆるやかなものであるから、これをそのままテープに記録させることは不可能なため、テープに適した周波数を用いて搬送波とし、信号波形を周波数変調して記録する。その原理図を第1図に示す。

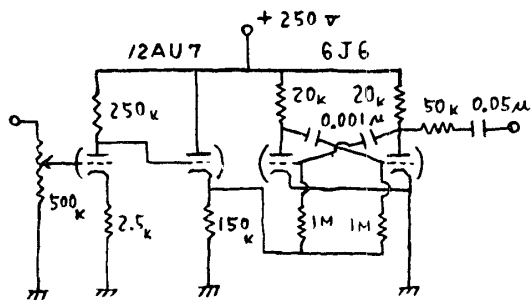


第1図 原 理 図

原理図に示されるテープの部分には、無終端テープを間隔をもった二個の Idle-wheel にかへ、テープ駆動を一つのアイ

ドルホイールに圧着しているキャブスタンより行う。記録、再生ヘッドはこの二つのアイドル間にテープに接して置かれ、両ヘッドの間隔がむだ時間となる。テープの駆動特性はヘッドの摩擦抵抗と合せてテープの速度特性に直接影響し、装置の S/N 比を左右する。勿論 S/N 比

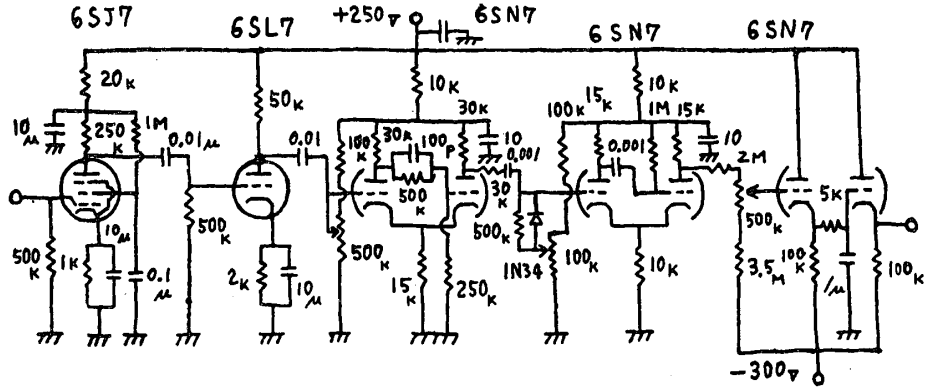
はテープの残留磁気にも影響はするがこれは僅であり、前者の慎重な検討によって、雑音は出力波形について1%以下にすることが出来た。直流増中と Astable Multivibrator の部分是一緒にして変調器とし、その配線図を第2図に示す。変調器の入力に+6~-6 VDC を加えると出力に約 1,100C/S~1600C/S の発振周波数が得られ、これ以上の入力では直線性が失わ



第2図 変 調 器

* 電気学会東京大会に一部を口演発表 (32.11)

れる。入力が 0V の場合出力は 1350C/S, 72V (p-p) になる。交流増巾部, Clipper Trigger 回路部, Monostable Multi. 部, 低域濾波器部はそれぞれまとめて復調器として配線図を第3図に示す。復調器においては, 再生ヘッドからの入力信号を交流増巾し, 振巾を制限し



第3図 復調器

て微分回路でトリガー化して, そのトリガーの間隔即ち変調波に比例した矩形波をモノステーブルマルチで発生させ, 積分回路に入れて波高値の平均電圧を出力としている。

以上の変調器, テープ, 復調器を含めた試作装置全体の特性を調べて見ると, 入力電圧 ± 6 V DC に対して, 出力電圧 ± 3.6 V DC まで直線性があり, 1%の直線性をゆるすなら入力電圧は ± 8 V まで許容出来る。又 Resolver によって低周波電圧を発生させてこの装置の周波数特性を調べると, 10C/S で -0.5 db となるが, これに使用するペンレコーダー (G III 15) の周波数特性が 10C/S で -0.3 db あるのと, 実際の演算に当て任意に Time Scale 変換を行えるので問題にならない。

この装置そのままの演算特性は次の様になる。

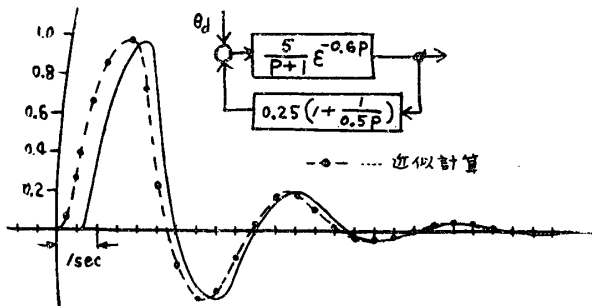
$$p \text{ 函数} \dots F(p) = 0.6 \varepsilon^{-pL}$$

$$t \text{ 函数} \dots f(t) = 0.6 f(t-L)$$

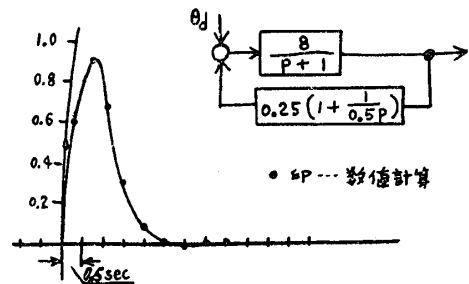
上式中のむだ時間 L はヘッドの間隔の調節により自由になるが, 最小時間はヘッドの大きさによって制限を得ける。

3. 演算例

自己平衡性のあるプロセスの制御系の1例として, 比例-積分動作をする調節器をもった自動制御系を取上げ, そのブロックダイアグラムを第4図の中に示す。即ちプロセスのゲイン定数を5, 等価むだ時間を0.6秒とした場合である。



第4図 むだ時間をもつプロセス制御系の応答



第5図 むだ時間のないプロセス制御系の応答

最初にこの系でむだ時間を含まない場合の演算を行って、Indicial response を求めると第5図の実線になる（計算機の都合でプロセスのゲイン定数を8にしている）。次に第4図にあるむだ時間を含んだ系の演算を行って、やはりインデシャルレスポンスを求めると第4図の実線になる。いずれの応答波形（ t 函数）も実時間で示してある。

4. 数 値 計 算

第4図に示すブロックダイアグラムの系全体の伝達函数 $F(p)$ は次の様になる。

$$F(p) = \frac{\left(\frac{5}{p+1}\right)\varepsilon^{-0.6p}}{1 + \left\{\left(\frac{5}{p+1}\right)\varepsilon^{-0.6p}\right\} \left\{0.25\left(1 + \frac{1}{0.5p}\right)\right\}}$$

$$= \frac{5p\varepsilon^{-0.6p}}{p^2 + p + (2.5 + 1.25p)\varepsilon^{-0.6p}} \dots\dots\dots(1)$$

(1)式の特性方程式は超越方程式となるのでいきなり解けない。そこでまず第一にその代表振動周期を求めて見るために(1)式に $p \equiv j\omega$ を代入して次の式を得る。

$$F(j\omega) = \frac{j5\omega}{2.5 - \omega \sin 0.6\omega - \omega^2 \cos 0.6\omega + j\omega(1.25 + \cos 0.6\omega - \omega \sin 0.6\omega)} \dots\dots\dots(2)$$

この(2)式の実数部が0となる ω は1.47で、これにより周期が約4.25秒ある代表振動数が応答波形に含まれることが分る。第4図の実測応答波形とよく一致している。次に第二としてむだ時間を含むこのプロセスを、一次遅れ要素で近似して計算を進める。

一般に一次遅れ要素の時定数を T とすれば、 n 個連鎖の場合の伝達函数は、(3)式の様になり、それにステップ状の入力が加った場合の応答は、ラプラスの逆変換によって(4)式になる。

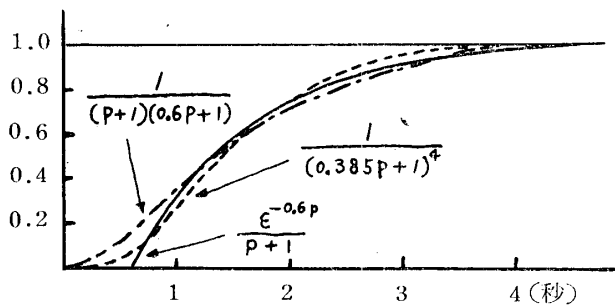
$$F_n(p) = \frac{1}{(1 + pT)^n} \dots\dots\dots(3)$$

$$L^{-1}F_n(p) = L^{-1}\frac{1}{p(1 + pT)^n} = 1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}} \sum_{r=0}^{n-1} \frac{\left(\frac{t}{T}\right)^r}{r!} \dots\dots\dots(4)$$

(4)式の時定数 T と次数 n について考えると、互に関係しているものの、大体 T は応答波形の立上りの時定数に n はむだ時間に関係している。このことを考慮して、第4図のプロセスの伝達函数に近似出来るような函数を求めると、次の(5)、(6)式が得られる。

$$Y_a(p) = \frac{1}{(p+1)(0.6p+1)} \dots\dots\dots(5)$$

$$Y_b(p) = \frac{1}{(0.385p+1)^4} \dots\dots\dots(6)$$



第6図 近似函数の応答

この両函数の原函数 ($\varepsilon^{-0.6p}/p+1$) に対する近似度を調べるために、(5)、(6)式のインデシャルレスポンスをそれぞれ計算して、 $t = 0 \sim 4$ 秒の応答波形を原波形と共に第6図に示し、 t 函数にした計算式を(7)、(8)式に示す。

$$f_a(t) = 1 - \frac{1}{0.4}\varepsilon^{-t} + \frac{1}{0.667}\varepsilon^{-0.6t} \dots\dots\dots(7)$$

$$f_b(t) \doteq 1 - (1 + 2.6t + 3.37t^2 + 2.9t^3) \varepsilon^{-2.6t} \quad \dots\dots\dots (8)$$

(5), (6)式をそれぞれ用いて第4図の系の伝達函数を近似すると $G_a(p)$, $G_b(p)$ となる。

$$G_a(p) = \frac{\left(\frac{5}{p+1}\right) \left(\frac{1}{0.6p+1}\right)}{1 + \left(\frac{5}{p+1}\right) \left(\frac{1}{0.6p+1}\right) \left\{0.25 \left(1 + \frac{1}{0.5p}\right)\right\}} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$G_b(p) = \frac{\left\{\frac{5}{(0.385p+1)^4}\right\}}{1 + \left\{\frac{5}{(0.385p+1)^4}\right\} \left\{0.25 \left(1 + \frac{1}{0.5p}\right)\right\}} \quad \dots\dots\dots (10)$$

(10)式は次数が高く計算が複雑になるため(9)式について計算を行う。今外乱 θ_d を単位函数状のものとする、(9)式の応答は(11)式で表される。

$$L^{-1}G_a(p) \doteq L^{-1} \frac{10p}{p(p+1.86) \{p+(0.404+j1.45)\} \{p+(0.404-j1.45)\}}$$

$$f_g(t) \doteq 2.39 \varepsilon^{-1.86t} - 3.34 \varepsilon^{-0.404t} \cos(1.45t + 0.786) \quad \dots\dots\dots (11)$$

(11)式の t を 0~12.5 秒まで数値計算して波形を求めると第4図の点線の様になる。計算機によって得たむだ時間を含んだ場合の応答波形と比較すると、振巾、減衰率、周波数共にかなりの近似を示しているが、波形の初期に於て位相のずれが目立っている。これはむだ時間の近似に(5)式を用いたため第6図に表れている様に、波形の立上り附近での近似が悪ことに原因しているが、結局むだ時間なるものが系に加った場合そのゲインには関係なく位相のみに影響することを示している。即ちその系自体の安定判別には近似計算によってもさしつかえないが、その系が他の系に加わる場合には問題が起ることを示す。

次に第5図のむだ時間を含まない場合の応答波形が正しいかどうかを見るためにこの数値計算を行う。この場合の系全体の伝達函数 $H(p)$ は次の様になり、その t 函数を求めると(12)式になる。

$$H(p) = \frac{\frac{8}{p+1}}{1 + \left(\frac{8}{p+1}\right) \left\{0.25 \left(1 + \frac{1}{0.5p}\right)\right\}}$$

$$L^{-1}H(p) \doteq L^{-1} \frac{8p}{p(p^2+3p+4)}$$

$$f_h(t) \doteq 6 \varepsilon^{-1.5t} \sin 1.32t \quad \dots\dots\dots (12)$$

この計算結果を第5図に・印で示すと、計算機による応答波形がかなり正確であることが分る。又この様な制御系に於て、むだ時間がある場合とない場合では随分応答の異なることも示している。

5. 結 言

試作したむだ時間要素の性能を検討するに当って、それを使って演算した例の結果が数値計算によって確かめられるとよいが、その計算は非常に複雑で困難になるので、その簡便法として周波数応答の特性式より振動周期を求めて周期が一致していることを認めた。又近似計算によった場合の比較を行って、その過渡応答で近似の場合は最初の位相ずれがかなりあるので留意すべきことが分った。

次にこの装置のテープ部機構の改良によってかなりの精度でもって波形の記録再生が行われることと、無終端テープを用いている点で、相似型電子計算機を用いて自動制御系を解く場合のむだ時間要素以外に計算機の記憶装置として、任意な波形を一度記憶させ、これを一度或いは繰り返し系の中に入れることが出来る。又複雑な微分方程式や自動制御系を解く場合に使用すれば、演算要素の数の少い小型電子計算機でも使用範囲が広がる。

最後に当って御指導を戴いた東京工業大学高井宏幸先生* に感謝の意を表すと共に、電子計算機に協力を戴いた藤巻忠雄氏**にお礼を述べ、又試作したこのむだ時間装置は高井研究室において共に自作した低速型相似電子計算機の一要素となることを附記して終りとする。

*東京工業大学電気（電子工学，制御工学担当）

**（大学院博士課程）