

# 立体交叉取付道路の縦断曲線について

樋 渡 正 美

## On the Vertical Curve of the Access Road to Grade Separation

M. Hiwatasi

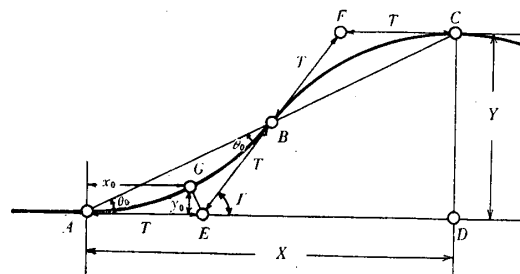
### 1. 緒 言

道路の交通量が少なく自動車も余り発達していなかった時代には、他の交通機関例えば鉄道軌道等との交叉点は、築造費を節約するためにすべて平面交叉とし、踏切防護の施設だけを設けて別に不便を感じなかった。しかしながら自動車が猛烈な勢いで増加し、又鉄道の輸送量も増えた現在、踏切は道路輸送の隘路となり、かつ交通事故の発生場となって、これを無くすることの必要が痛感されるようになってきた。最近では、主要道路と鉄道若しくは軌道との交叉点は高低交叉とするのが常識で、旧来の踏切も続々立体交叉に改良されつつある。第二次大戦後アメリカでは、自動車の速度向上を目的として、鉄道のみならず他の道路ともすべて立体交叉とする幹線道路フリーウェイが続々誕生しつつあるが、我が国でもこれに刺激されて、東京、神戸間の高速自動車道路が計画され、一部着工される段階に達している。

しかるにこれ等立体交叉取付部分の縦断曲線については、筆者の知る限り余り研究されておらず、普通の勾配区間と同じく円曲線又は二次放物線を挿入して、遠心力による衝撃を緩和しているに過ぎない。筆者は前号で述べた道路用縦断曲線の一般式をこの場合にも適用して種類の検討を加え、最も合理的な新しい曲線の式を提案したいと思う。

### 2. 縦断線形の想定

幹線道路が他の交通路線を乗り越す場合、地形によって色々の縦断線形が考えられるであろうが、ここでは平地において最も一般的に見られる第1図に示すような線形を想定する。図において、 $ABC$ をこれから定むべき縦断曲線とし、 $B$ 点をその中央点とすれば、曲線は $B$ 点において反曲し、しかも左右同じ曲線を使用するのがこの場合最も経済的でありかつ理想的である。従って、同一の曲線 $AB$ 及び $BC$ は $B$ 点において共通切線 $EF$ を持つことになり、切線長 $\overline{AE}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{BF}$ 及び $\overline{CF}$ は皆相等しい。また、縦断曲線の最急勾配は $B$ 点で起り、その値は交角 $I$ に等しくなる。 $\overline{CD}$ は上部道路の乗越高であって、誇線橋の桁高や下部路線の建築限界等によってその値が定まる。



第1図 縦断線形

さて、いま縦断曲線の式が  $\rho = f(\theta)$  なる形で表わされるものとし、曲線  $AB$  の中点  $G$  における座標をそれぞれ  $x_0$ ,  $y_0$ 、螺旋角を  $\theta_0$ 、曲率半径を  $\rho_0$ 、とすれば、縦断曲線の全長  $L$ 、切線長  $T$

乗越高  $Y$  水平距離  $X$  はそれぞれ次のようになる。

$$L = 4 \int_0^{\theta_0} \rho d\theta \dots\dots (1) \quad T = x_0 + y_0 \tan \theta_0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$Y = 2T \sin I = 2(x_0 + y_0 \tan \theta_0) \sin 2\theta_0$$

$$\therefore Y = 4 \sin \theta_0 (x_0 \cos \theta_0 + y_0 \sin \theta_0) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$X = 2T + 2T \cos I = 2(x_0 + y_0 \tan \theta_0) (1 + \cos 2\theta_0)$$

$$\therefore X = 4 \cos \theta_0 (x_0 \cos \theta_0 + y_0 \sin \theta_0) \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

または

$$X = \frac{Y}{\tan \theta_0}$$

また第1図から明らかなように、この場合の盛土量は三角形  $ACD$  の面積に比例する。しこうして乗越高  $Y$  は別の観点から決まる定数であるから、水平距離  $X$  が短いほど取付道路の盛土量が少なくなり経済的であるといえる。この意味では直線勾配が最もよいけれど、高速車輛の運行に  $A$  点及び  $C$  点で衝撃を与える欠点がある。自動車が高速で快適にかつ無理なく運転でき、しかも、なるだけ盛土量が小さくなるような縦断曲線が見つければそれが一番望ましいことであろう。

### 3. 既知曲線の適用

#### a. 序 説

前号第1表に掲げた曲線をこの場合に適用してみる。これらの曲線は一般の縦断曲線として従来しばしば用いられた円または放物線と、未だ余り採用されてはいないがより合理的な緩和曲線とに大別できるから、ここでは前者の代表として円曲線、後者の代表としてクロソイド曲線を取りあげることとする。

#### b. 円曲線の場合

円曲線の方程式は  $\rho = \rho_0$  であるから前号の(1)式より

$$x_0 = \int_0^{\theta_0} \rho_0 \cos \theta d\theta = \rho_0 \sin \theta_0 \quad y_0 = \int_0^{\theta_0} \rho_0 \sin \theta d\theta = \rho_0 (1 - \cos \theta_0)$$

となる。これらの値を(3)式に入れると

$$Y = 4 \sin \theta_0 \{ \rho_0 \sin \theta_0 \cos \theta_0 + \rho_0 (1 - \cos \theta_0) \sin \theta_0 \} = 4 \rho_0 \sin^2 \theta_0$$

$$\therefore \rho_0 = \frac{Y}{4 \sin^2 \theta_0} \quad \dots\dots\dots (5)$$

一般に立体交叉では乗越高  $Y$  が与えられており、盛土量を節約するためには許容しうる限度の最急勾配  $I$  を採用しなければならないから、それによって  $\theta_0$  の値が定まる。従って(5)式からそれらに対応する曲線半径  $\rho_0$  が求められることになる。しかしながら一方車輛の運行を快適ならしめるためには、前号で述べた衝撃緩和の条件式  $\rho_0 = \frac{v^2}{\alpha_0}$  が成立しなければならない

い。故にこの式で計算した  $\rho_0$  が(5)式の値よりも大きい時には、 $\sin \theta_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Y}{\rho_0}}$  なる式で  $\theta_0$  が与えられることになり、結局最急勾配  $I$  が許容限度よりも緩となって盛土量が増大する。さらに円曲線を用いる場合の本質的な欠陥として、 $B$  点で遠心力の向きが逆になるため、激しい衝撃を受けることがあげられる。これを緩和するには  $B$  点付近に車輛の速度に応じて相当な長さ（秒速の1～2倍）の直線部分を設けねばならないから、益々盛土量は増加し不経済となる。とも角も  $\rho_0$  及び  $\theta_0$  の値が定まれば曲線長  $L$ 、切線長  $T$  及び水平距離  $X$  は次式で計算することができる。

$$\left. \begin{aligned} L &= 4 \rho_0 \theta_0 & T &= \rho_0 \tan \theta_0 \\ X &= 2 \rho_0 \sin 2\theta_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

c. クロソイド曲線の場合

クロソイド曲線の方程式は  $\rho = \rho_0 \sqrt{\frac{\rho_0}{\theta}}$  であるから

$$x_0 = \rho_0 \sqrt{\theta_0} \int_0^{\theta_0} \frac{\cos \theta}{\sqrt{\theta}} d\theta = 2 \rho_0 \theta_0 \left( 1 - \frac{\theta_0^2}{10} + \frac{\theta_0^4}{216} - \frac{\theta_0^6}{9360} + \dots \right)$$

$$y_0 = \rho_0 \sqrt{\theta_0} \int_0^{\theta_0} \frac{\sin \theta}{\sqrt{\theta}} d\theta = \frac{2}{3} \rho_0 \theta_0^2 \left( 1 - \frac{\theta_0^2}{14} + \frac{\theta_0^4}{440} - \frac{\theta_0^6}{25200} + \dots \right)$$

となる。ところで、我が国の道路構造令によると、縦断勾配の許容限度を特別な場合でも10%以下に制限しているから、これに対応する  $\theta_0$  の値は0.05以下となる。したがって、上式の第2項以下を無視しても実用上は差し支えなく、近似的に次式が成立する。

$$x_0 \doteq 2 \rho_0 \theta_0 \quad y_0 \doteq \frac{2}{3} \rho_0 \theta_0^2$$

これらの式を(3)式に代入し、かつ  $\sin \theta_0$  及び  $\cos \theta_0$  も無限級数に展開して第2項以下を無視すると

$$Y \doteq 4\theta_0 \left( 2\rho_0\theta_0 + \frac{2}{3}\rho_0\theta_0^2\theta_0 \right) \doteq 8\rho_0\theta_0^2$$

$$\therefore \rho_0 \doteq \frac{Y}{8\theta_0^2} \dots\dots\dots (7)$$

となり、乗越高  $Y$  と最急勾配  $I$  を指定することによって最小半径  $\rho_0$  が定まる。しかしながらこの場合も車輛の運行を快適ならしめるためには前号の(6)式が成立しなければならないから

$$\frac{d}{d\theta} \left( \frac{1}{\rho^2} \right) = \frac{1}{\rho_0^2 \theta_0} \leq \frac{2\tau_0}{v^3}$$

$$\therefore \rho_0 \geq \sqrt{\frac{v^3}{2\tau_0\theta_0}}$$

をうる。故に上式から求めた  $\rho_0$  が(7)式の値よりも大きい場合には  $\theta_0 \doteq \sqrt{\frac{Y}{8\rho_0}}$  なる式で最急勾配の値を定めねばならなくなるが、これは当然、許容限度よりも小さくなって不経済にな

る。いずれにしても  $\rho_0$  及び  $\theta_0$  が決まれば曲線長  $L$ 、切線  $T$  及び水平距離  $X$  はそれぞれ(1)、(2)及び(4)式から算出することができる。

#### 4. 新曲線の提案

##### a. 序 説

立体交叉取付道路の縦断線形を第1図のように想定する時、通常の縦断曲線に使用される既知曲線では不合理であることがわかった。すなわち前節で述べたように、許容しうる最急の縦断勾配から最小半径を定むれば、高速車輛の運転に不都合が起るし、反対に車輛の運行が快適なように最小半径を決めると、縦断勾配が緩となって盛土量が増大する。この矛盾を解決するには、もう一個の未知量を含む曲線を使用する以外に方法がなく、前号でちょっと触れておいた放物線系、レムニスケート系及びクロソイド系の各曲線に登場願わなければならないことになる。これらの曲線のうち、前の二つは未知量が2個であるから、その一つを任意に定めることによって実に無数の曲線を生ずるが、ここではそれらの代表として積分の比較的簡単な

$\rho = \frac{K}{\sin^n \theta}$  及び  $\rho = \frac{K}{\theta^n}$  なる2曲線を取り上げてみることにする。

##### b. レムニスケート系曲線の場合

曲線の方程式を  $\rho = \frac{K}{\sin^n \theta}$  とすると  $\theta = \theta_0$  のとき  $\rho = \rho_0$  であるから  $K = \rho_0 \sin^n \theta_0$  となる。

故に  $\rho = \frac{\rho_0 \sin^n \theta_0}{\sin^n \theta}$  従って

$$x = \int \rho \cos \theta d\theta = \rho_0 \sin^n \theta_0 \int \sin^{-n} \theta \cos \theta d\theta = \frac{\rho_0}{1-n} \sin^n \theta_0 \sin^{1-n} \theta$$

$$\therefore x_0 = \frac{1}{1-n} \rho_0 \sin \theta_0$$

$$y = \int \rho \sin \theta d\theta = \rho_0 \sin^n \theta_0 \int \sin^{-n} \theta \sin \theta d\theta$$

$$= \rho_0 \sin^n \theta_0 \int \sin^{1-n} \theta d\theta$$

この積分を行うため  $\sin \theta = a$  とおけば

$$\cos \theta d\theta = da \quad \text{しこうして} \quad \cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - a^2}$$

$$\therefore d\theta = \frac{da}{\sqrt{1-a^2}} \quad \text{従って}$$

$$\int \sin^{1-n} \theta d\theta = \int a^{1-n} (1-a^2)^{-\frac{1}{2}} da$$

$$= \int a^{1-n} \left\{ 1 + \left(-\frac{1}{2}\right)(-a^2) + \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)}{2!} (-a^2)^2 \right.$$

$$\left. + \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{5}{2}\right)}{3!} (-a^2)^3 + \dots \right\} da$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{a^{2-n}}{2-n} + \frac{a^{4-n}}{2(4-n)} + \frac{3a^{6-n}}{8(6-n)} + \frac{5a^{8-n}}{16(8-n)} + \dots \\
&= \frac{a^{2-n}}{2-n} \left\{ 1 + \frac{2-n}{2(4-n)} a^2 + \frac{3(2-n)}{8(6-n)} a^4 + \frac{5(2-n)}{16(8-n)} a^6 + \dots \right\} \\
\therefore y &= \rho_0 \sin^n \theta_0 \frac{\sin^{2-n} \theta}{2-n} \left\{ 1 + \frac{2-n}{2(4-n)} \sin^2 \theta + \frac{3(2-n)}{8(6-n)} \sin^4 \theta \right. \\
&\quad \left. + \frac{5(2-n)}{16(8-n)} \sin^6 \theta + \dots \right\} \\
\therefore y_0 &= \frac{1}{2-n} \rho_0 \sin^2 \theta_0 \left\{ 1 + \frac{2-n}{2(4-n)} \sin^2 \theta_0 + \frac{3(2-n)}{8(6-n)} \sin^4 \theta_0 \right. \\
&\quad \left. + \frac{5(2-n)}{16(8-n)} \sin^6 \theta_0 + \dots \right\} \\
&\doteq \frac{1}{2-n} \rho_0 \sin^2 \theta_0
\end{aligned}$$

これらの値を(3)式に代入する。

$$\begin{aligned}
Y &\doteq 4 \sin \theta_0 \left\{ \frac{\rho_0}{1-n} \sin \theta_0 \cos \theta_0 + \frac{\rho_0}{2-n} \sin^2 \theta_0 \sin \theta_0 \right\} \\
\therefore Y &\doteq \frac{4\rho_0}{1-n} \sin^2 \theta_0 \cos \theta_0 \quad \dots \dots \dots (8)
\end{aligned}$$

次に高速車輛に対する衝撃除去の条件式  $\frac{d}{d\theta} \left( \frac{1}{\rho^2} \right) \leq \frac{2\tau_0}{v^3}$  から

$$\frac{d}{d\theta} \left( \frac{1}{\rho^2} \right) = \frac{d}{d\theta} \left( \frac{\sin^{2n} \theta}{\rho_0^2 \sin^{2n} \theta_0} \right) = \frac{2n}{\rho_0^2 \sin^{2n} \theta_0} \sin^{2n-1} \theta \cos \theta$$

をうる。この式の値は  $\theta < \frac{\pi}{4}$  では  $\theta$  の値が大きくなるほど大きい。従って上式は  $\theta = \theta_0$  で最大値を与えると見なされるから次式が成立する。

$$\frac{2n}{\rho_0^2} \frac{\cos \theta_0}{\sin \theta_0} = \frac{2\tau_0}{v^3} \quad \therefore \rho_0 = \sqrt{\frac{nv^3 \cos \theta_0}{\tau_0 \sin \theta_0}} \quad \dots \dots \dots (9)$$

(8)(9)両式を連立に解いて  $\rho_0$  及び  $n$  の値を求めると、盛土量が最小で、しかも高速車輛の運転に適した縦断曲線がえられるはずである。そのために(9)式を(8)式に代入すると

$$\begin{aligned}
Y^2 &\doteq \frac{16}{(1-n)^2} \frac{nv^3 \cos \theta_0}{\tau_0 \sin \theta_0} \sin^4 \theta_0 \cos^2 \theta_0 \\
\therefore (1-n)^2 \tau_0 Y^2 &\doteq 2nv^3 \sin^3 2\theta_0 \\
\therefore n^2 \tau_0 Y^2 - 2n(\tau_0 Y^2 + v^3 \sin^3 2\theta_0) + \tau_0 Y^2 &\doteq 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore n &\doteq \frac{1}{\tau_0 Y^2} \left\{ (\tau_0 Y^2 + v^3 \sin^3 2\theta_0) \pm \sqrt{(\tau_0 Y^2 + v^3 \sin^3 2\theta_0)^2 - \tau_0^2 Y^4} \right\} \\ \therefore n &\doteq \frac{1}{\tau_0 Y^2} \left\{ (\tau_0 Y^2 + v^3 \sin^3 2\theta_0) \pm \sqrt{v^3 \sin^3 2\theta_0 (2\tau_0 Y^2 + v^3 \sin^3 2\theta_0)} \right\} \\ &\dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

また、この場合の曲線長  $L$  は

$$\begin{aligned} L &= 4 \int_0^{\theta_0} \frac{\rho_0 \sin^n \theta_0}{\sin^n \theta} d\theta = 4\rho_0 \sin^n \theta_0 \int_0^{\theta_0} \sin^{-n} \theta d\theta \\ &= 4\rho_0 \sin^n \theta_0 \left\{ \frac{1}{1-n} \sin^{1-n} \theta_0 + \frac{1}{2(3-n)} \sin^{3-n} \theta_0 + \frac{3}{8(5-n)} \sin^{5-n} \theta_0 \right. \\ &\quad \left. + \frac{5}{16(7-n)} \sin^{7-n} \theta_0 + \dots \right\} \\ \therefore L &= \frac{4}{1-n} \rho_0 \sin \theta_0 \left\{ 1 + \frac{1-n}{2(3-n)} \sin^2 \theta_0 \right. \\ &\quad \left. + \frac{3(1-n)}{8(5-n)} \sin^4 \theta_0 + \frac{5(1-n)}{16(7-n)} \sin^6 \theta_0 + \dots \right\} \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

となり、切線長  $T$  及び水平距離  $X$  はそれぞれ(2)式及び(4)式から計算することができる。

C. クロソイド系曲線の場合

曲線の方程式は  $\rho = \frac{\rho_0 \theta_0^n}{\theta^n}$  であるから

$$\begin{aligned} x &= \int \rho \cos \theta d\theta = \rho_0 \theta_0^n \int \theta^{-n} \left( 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \frac{\theta^6}{6!} + \dots \right) d\theta \\ &= \rho_0 \theta_0^n \left\{ \frac{\theta^{1-n}}{1-n} - \frac{\theta^{3-n}}{2(3-n)} + \frac{\theta^{5-n}}{24(5-n)} - \frac{\theta^{7-n}}{720(7-n)} + \dots \right\} \\ \therefore x_0 &= \frac{\rho_0 \theta_0}{1-n} \left\{ 1 - \frac{1-n}{2(3-n)} \theta_0^2 + \frac{1-n}{24(5-n)} \theta_0^4 - \frac{1-n}{720(7-n)} \theta_0^6 + \dots \right\} \doteq \frac{\rho_0 \theta_0}{1-n} \end{aligned}$$

また

$$\begin{aligned} y &= \int \rho \sin \theta d\theta = \rho_0 \theta_0^n \int \theta^{-n} \left( \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots \right) d\theta \\ &= \rho_0 \theta_0^n \left\{ \frac{\theta^{2-n}}{2-n} - \frac{\theta^{4-n}}{6(4-n)} + \frac{\theta^{6-n}}{120(6-n)} - \frac{\theta^{8-n}}{5040(8-n)} + \dots \right\} \\ \therefore y_0 &= \frac{\rho_0 \theta_0^2}{2-n} \left\{ 1 - \frac{2-n}{6(4-n)} \theta_0^2 + \frac{2-n}{120(6-n)} \theta_0^4 - \frac{2-n}{5040(8-n)} \theta_0^6 + \dots \right\} \doteq \frac{\rho_0 \theta_0^2}{2-n} \end{aligned}$$

となる。これらの値を(3)式に代入する。

$$Y \doteq 4 \sin \theta_0 \left( \frac{\rho_0 \theta_0}{1-n} \cos \theta_0 + \frac{\rho_0 \theta_0^2}{2-n} \sin \theta_0 \right) \quad \therefore Y \doteq \frac{4 \rho_0 \theta_0^2}{1-n} \dots\dots\dots (12)$$

次に衝撃除去の条件式  $\frac{d}{d\theta} \left( \frac{1}{\rho^2} \right) \leq \frac{2\tau_0}{v^3}$  から  $\rho_0$  と  $n$  との関係を求めねばならぬ。

$$\frac{d}{d\theta} \left( \frac{1}{\rho^2} \right) = \frac{d}{d\theta} \left( \frac{\theta^{2n}}{\rho_0^2 \theta_0^{2n}} \right) = \frac{2n}{\rho_0^2 \theta_0^{2n}} \theta^{2n-1}$$

この式の値は  $\theta = \theta_0$  のとき最大となるから

$$\frac{2n}{\rho_0^2 \theta_0} = \frac{2\tau_0}{v^3} \quad \therefore \rho_0 = \sqrt{\frac{nv^3}{\tau_0 \theta_0}} \quad \dots\dots\dots (13)$$

をうる。(13)式を(12)式に代入すると

$$Y^2 \doteq \frac{16 \theta_0^4}{(1-n)^2} \frac{nv^3}{\tau_0 \theta_0} \quad \therefore (1-n)^2 \tau_0 Y^2 \doteq 16n \theta_0^3 v^3$$

$$\therefore n^2 \tau_0 Y^2 - 2n(\tau_0 Y^2 + 8 \theta_0^3 v^3) + \tau_0 Y^2 \doteq 0$$

$$\therefore n \doteq \frac{1}{\tau_0 Y^2} \left\{ (\tau_0 Y^2 + 8 \theta_0^3 v^3) \pm \sqrt{8 \theta_0^3 v^3 (2\tau_0 Y^2 + 8 \theta_0^3 v^3)} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

また、この場合の曲線長  $L$  は

$$L = 4 \int_0^{\theta_0} \frac{\rho_0 \theta_0^n}{\theta^n} d\theta = 4 \rho_0 \theta_0^n \frac{\theta_0^{1-n}}{1-n} = \frac{4 \rho_0 \theta_0}{1-n}$$

となり、切線長  $T$  及び水平距離  $X$  はそれぞれ(2)式及び(4)式から計算することができる。

## 5. 縦断曲線の計算

### a. 序 説

高速自動車道路における設計速度は各国とも、平地部で 120km/h 丘陵部で 100km/h 山岳部で 80km/h が標準となっており、わが国の名神高速道路もまたこれを採用している。最急勾配については 5% を標準とし、山岳部などでやむをえない場合でも 7% 以下とすることが原則のようである。また道路の建築限界は 4.5m であるから、桁高その他を加えると乗越高  $Y$  は 5~6m 位となるであろう。ここでは一例として  $v=100\text{km/h}$ ,  $\tan I=0.05$ ,  $Y=6\text{m}$  とし、クロソイド曲線とレムニスケート系曲線の二つについて数値計算を行ってみることにする。

$$v = \frac{100000}{3600} = 27.778 \text{ m/sec}$$

$$I = \tan^{-1} 0.05 = 0.05 - \frac{0.05^3}{3} + \frac{0.05^5}{5} - \dots\dots$$

$$= 0.049958 \quad \theta_0 = \frac{I}{2} = 0.024979$$

$$\sin \theta_0 = 0.024979 - \frac{0.024979^3}{6} + \dots\dots\dots = 0.024976$$

$$\cos \theta_0 = 1 - \frac{0.024979^2}{2} + \dots = 0.99969$$

$$\tan \theta_0 = \frac{0.024976}{0.99969} = 0.024984$$

$$\sin 2\theta_0 = 0.049958 - \frac{0.049958^3}{6} + \dots = 0.049937$$

b. クロソイド曲線の場合

(7式から)

$$\rho_0 \doteq \frac{6}{8 \times 0.024979^2} = 1202 \text{ m}$$

また, 衝撃除去の条件式から

$$\rho_0 = \sqrt{\frac{27.778^3}{2 \times 0.1 \times 0.024979}} = 2071 \text{ m}$$

従って, この場合は車輛の運行を快適にするため最急勾配を緩にしなければならない。そしてその値は

$$\theta_0 \doteq \sqrt{\frac{6}{8 \times 2071}} = 0.019029$$

$$\therefore x_0 \doteq 2 \times 2071 \times 0.019029 \left( 1 - \frac{0.019029^2}{10} + \dots \right) = 78.815 \text{ m}$$

$$y_0 \doteq \frac{2}{3} \times 2071 \times 0.019029^2 \left( 1 - \frac{0.019029^2}{14} + \dots \right) = 0.500 \text{ m}$$

$$\sin \theta_0 \doteq 0.019029 - \frac{0.019029^3}{6} + \dots = 0.019028$$

$$\cos \theta_0 \doteq 1 - \frac{0.019029^2}{2} + \dots = 0.99982$$

これらの式を再び(3)式に代入して  $\theta_0$  の正確な値を試算的に求めると

$$\sin \theta_0 = 0.019031$$

となるから, この場合の縦断曲線は結局次のようになる。

$$\theta_0 = 0.019032$$

$$L = 8 \times 2071 \times 0.019032 = 315.32 \text{ m}$$

$$x_0 = 78.82 \text{ m} \quad y_0 = 0.50 \text{ m}$$

$$T = 78.82 + 0.50 \times \frac{0.019031}{0.99982} = 78.83 \text{ m}$$



$$X = 6 \times \frac{0.99982}{0.019031} = 315.22 \text{ m}$$

c. レムニスケート系曲線の場合

(10式より)

$$\begin{aligned} n &\doteq \frac{1}{0.1 \times 6^2} \left\{ (0.1 \times 6^2 + 27.778^3 \times 0.049937^3) \pm \right. \\ &\quad \left. \sqrt{27.778^3 \times 0.049937^3 \times (2 \times 0.1 \times 6^2 + 27.778^3 \times 0.049937^3)} \right\} \\ &= \frac{1}{3.6} \left\{ 6.2746 \pm 5.1391 \right\} = 0.31542 \end{aligned}$$

従って(8)式から

$$\rho_0 \doteq \frac{6 \times (1 - 0.31542)}{4 \times 0.024979^2 \times 0.99969} = 1646.3 \text{ m}$$

となるが  $n$  及び  $\rho_0$  の値を正確に求めるためには、これらの近似値を使用して  $x_0$  及び  $y_0$  を計算し、それを(3)式及び(9)式に入れて試算しなければならない。その結果は

$$n = 0.31570 \quad \rho_0 = 1645.6 \text{ m}$$

となるから、結局、この場合の縦断曲線は次の通りである。

$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{1}{1 - 0.31570} \times 1645.6 \times 0.024976 = 60.062 \text{ m} \\ y_0 &= \frac{1}{2 - 0.31570} \times 1645.6 \times 0.024976^2 \left\{ 1 + \right. \\ &\quad \left. \frac{2 - 0.31570}{2(4 - 0.31570)} \times 0.024976^2 + \dots \right\} = 0.610 \text{ m} \\ L &= \frac{4 \times 1645.6}{1 - 0.31570} \times 0.024976 \left\{ 1 + \right. \\ &\quad \left. \frac{1 - 0.31570}{2(3 - 0.31570)} \times 0.024976^2 + \dots \right\} = 240.27 \text{ m} \\ T &= 60.062 + 0.610 \times 0.024984 = 60.08 \text{ m} \\ X &= \frac{6}{0.024984} = 240.15 \text{ m} \end{aligned}$$

## 6. 結 語

前節の計算例で分るように、一般の縦断曲線に使用される既知曲線を、立体交叉の取付道路に応用すれば、盛土量が増大して不経済となることがある。従って、そのような場合には第4節で提案した曲線を採用する方が特に有利である。しかしながら一般的にいて、許容限度の

最急勾配と遠心力による衝撃除去の条件式とから、同時に縦断曲線の形を決める方が合理的であるので、原則的にはいかなる場合でも、本文で新らしく提案した曲線を使用する方が適当であるように思う。なお、ここでは安全視距の問題にはふれなかったが、いずれ別の機会に検討してみたいと思っている。

#### 参 考 文 献

- 1) 山口大学工学部学報第10巻第1号