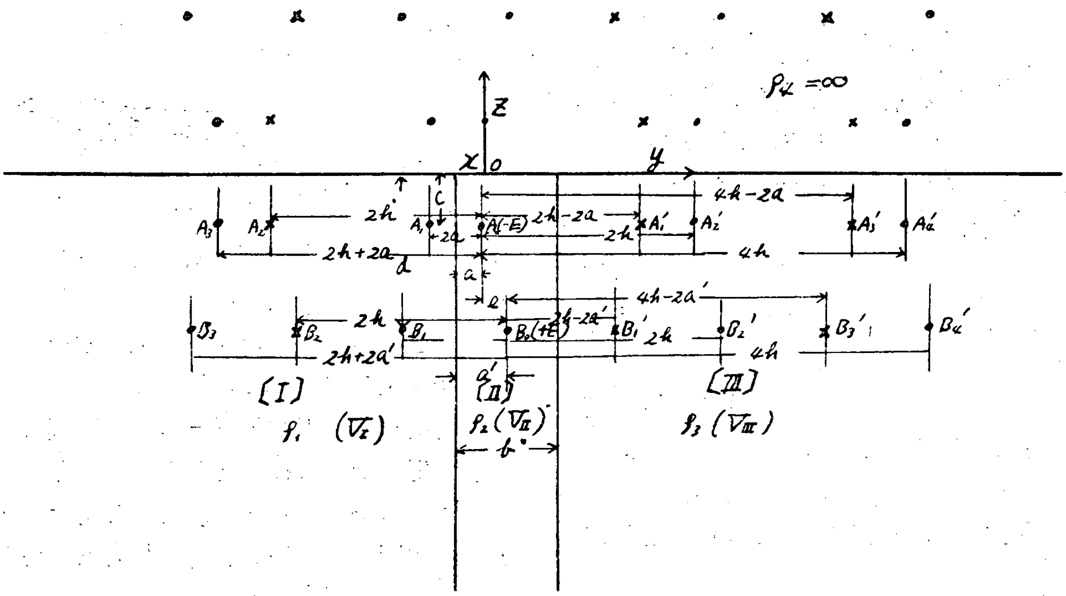
自然分極法の理論的研究の一例

宮　崎　健　三

1. 緒　言

物理探鉱の何れの方法に於ても鉱体の賦存状態推定上多数の基本的地質構造に対する理論的研究の必要性が痛感されている。筆者は一例として〔I〕,〔II〕,〔III〕,なる媒体が互に平面に依り境されて境界面が地表面に対して垂直なる場合に於て媒質〔II〕の中に棒状鉱体が在る時の自然分極電位の形状を調べた。

第　一　図



2. 理論式の誘導及び計算例

棒状鉱体を上端に負下端に正の電極に置換へ又電像法を用いて解いて見た。

棒状鉱体の上端電極 A_0 の強さを $-E$ 下端電極の強さを $B_0=E$ とし、A_0 点の直上の地表面上の点を原点0とし、第1回に示す如く x, y, z なる直角座標を考える。又 A_0 と0の垂直距離を c, B_0 と0の垂直距離を d, A_0 と B_0 の水平距離を e, 媒体〔I〕と〔II〕の境界面への A_0 及び B_0 の水平距離を各々 a, a' とし、媒体IIの幅を b とし。媒体〔I〕,〔II〕,〔III〕,の比抵抗をそれぞれ ρ_1, ρ_2, ρ_3 とすれば媒体〔I〕,〔II〕,〔III〕内(境界面を含む)の電極 A_0 による電位 ${}_AV_I$, ${}_AV_{II}$, ${}_AV_{III}$ は次の如くなる。

$$
{}_AV_I=-\frac{\rho_2 I}{2\pi}(1+k_{12})\left\{\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+(z+c)^2}}+\sum_{n=1}^{\infty}k_{12}^n k_{32}^n\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+(y-2nb)^2+(z+c)^2}}+\frac{k_{12}^{-1}}{\sqrt{x^2+(y+2a-2nb)^2+(z+c)^2}}\right\}\right.
$$

$$
{}_AV_{II}=-\frac{\rho_2 I}{2\pi}\left\{\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+(z+c)^2}}+\frac{k_{12}}{\sqrt{x^2+(y+2a)^2+(z+c)^2}}+\sum_{n=1}^{\infty}k_{12}^n k_{32}^n\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+(y+2nb)^2+(z+c)^2}}+\frac{1}{\sqrt{x^2+(y-2nb)^2+(z+c)^2}}+\frac{k_{12}}{\sqrt{x^2+(y+2a+2nb)^2+(z+c)^2}}+\frac{k_{12}^{-1}}{\sqrt{x^2+(y+2a-2nb)^2+(z+c)^2}}\right)\right\}
$$

$$ {}_AV_{\mathrm{III}} = -\frac{\rho^2 I}{2\pi}(1+k_{32})\left\{\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+(z+c)^2}}+\frac{k_{12}}{\sqrt{x^2+(y+2a)^2+(z+c)^2}}\right. $$
$$ \left.+\sum_{n=1}^{\infty}k_{12}^n k_{32}^n\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+(y+2nb)^2+(z+c)^2}}+\frac{k_{12}}{\sqrt{x^2+(y+2a+2nb)^2+(z+c)^2}}\right)\right\} $$

但し $k_{12}=\frac{\rho_1-\rho_2}{\rho_1+\sigma_2}$　$k_{32}\frac{\rho_3-\rho_2}{\rho_3+\rho_2}$　又空気中の比抵抗 $\rho_4=\infty$ とす。

媒体〔I〕,〔II〕及び〔II〕,〔III〕の境界面に於ては

$$ \left.\begin{array}{l} {}_AV_{\mathrm{I}\,(y=-a)} = {}_AV_{\mathrm{II}\,(y=-a)} \\ \frac{1}{\rho_1}\frac{\partial_A V_{\mathrm{I}}}{\partial y}_{(y=-a)} = \frac{1}{\rho_2}\frac{\partial_A V_{\mathrm{II}}}{\partial y}_{(y=-a)} \end{array}\right\} \text{及び} \begin{array}{l} {}_AV_{\mathrm{I}\,(y=b-a)} = {}_AV_{\mathrm{III}\,(y=b-a)} \\ \frac{1}{\rho_2}\frac{\partial_A V_{\mathrm{II}}}{\partial y}_{(y=b-a)} = \frac{1}{\sigma_3}\frac{\partial_A V_{\mathrm{III}}}{\partial y}_{(y=b-a)} \end{array} $$

を満足しなければならない。即ち

$$ {}_AV_{\mathrm{I}\,(y=-a)} = -\frac{\rho_2 I}{2\pi}(1+k_{12})\left\{\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+(z+c)^2}}+\sum_{n=1}^{\infty}k_{12}^n k_{32}^n\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+(2nb+a)^2+(z+c)^2}}\right.\right. $$
$$ \left.\left.+\frac{k_{12}^{-1}}{\sqrt{x^2+(2nb-a)^2+(z+c)^2}}\right)\right\} $$

$$ {}_AV_{\mathrm{II}\,(y=-a)} = -\frac{\rho_2 I}{2\pi}\left\{\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2+(z+c)^2}}+\frac{k_{12}}{\sqrt{x^2+a^2+(z+c)^2}}\right. $$
$$ +\sum_{n=1}^{\infty}k_{12}^n k_{32}^n\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+(2nb-a)^2+(z+c)^2}}+\frac{1}{\sqrt{x^2+(2nb+a)^2+(z+c)^2}}\right. $$
$$ \left.\left.+\frac{k_{12}}{\sqrt{x^2+(2nb+a)^2+(z+c)^2}}+\frac{k_{12}}{\sqrt{x^2+(2nb-a)^2+(z+c)^2}}\right)\right\} $$
$$ = -\frac{\rho_2 I}{2\pi}(1+k_{12})\left\{\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+(z+c)^2}}+\sum_{n=1}^{\infty}k_{12}^n k_{32}^n\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+(2nb+a)^2+(z+c)^2}}\right.\right. $$
$$ \left.\left.+\frac{k_{12}^{-1}}{\sqrt{x^2+(2nb-a)^2+(z+c)^2}}\right)\right\} = {}_AV_{\mathrm{II}\,(y=-a)} $$

又〔II〕,〔III〕の境界面に於ては、

$$ {}_AV_{\mathrm{II}\,(y=b-a)} = -\frac{\rho_2 I}{2\pi}\left\{\frac{1}{\sqrt{x^2+(b-a)^2+(z+c)^2}}+\frac{k_{32}}{\sqrt{x^2+(b-a)^2+(z+c)^2}}\right. $$
$$ +\frac{k_{12}}{\sqrt{x^2+(b+a)^2+(z+c)^2}}+\frac{k_{12}k_{32}}{\sqrt{x^2+(b-a)^2+(z+c)^2}} $$
$$ +\sum_{n=1}^{\infty}k_{12}^n k_{32}^n\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+\{(2n+1)b-a\}^2+(z+c)^2}}+\frac{k_{12}}{\sqrt{x^2+\{(2n+1)b+a\}^2+(z+c)^2}}\right) $$
$$ \left.+\sum_{n=2}^{\infty}k_{12}^n k_{32}^n\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+\{(2n-1)b+a\}^2+(z+c)^2}}+\frac{k_{12}^{-1}}{\sqrt{x^2+\{(2n-1)b-a\}^2+(z+c)^2}}\right)\right\} $$

この最後の無限級数の項のnの代りに n＋1 と置けば

$$ {}_AV_{\mathrm{II}\,(X=b-a)} = -\frac{\rho_2 I}{2\pi}(1+k_{31})\left\{\frac{1}{\sqrt{x^2+(b-a)^2+(z+c)^2}}+\frac{k_{12}}{\sqrt{x^2+(b+a)^2+(z+c)^2}}\right. $$
$$ \left.+\sum_{n=1}^{\infty}k_{12}^n k_{32}^n\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+\{(2n+1)b-a\}^2+(z+c)^2}}+\frac{k_{12}}{\sqrt{x^2+\{(2n+1)b+a\}^2+(z+c)^2}}\right)\right\} $$

$$ {}_AV_{\mathrm{III}\,(X=b-a)} = -\frac{\rho_2 I}{2\pi}(1+k_{31})\left\{\frac{1}{\sqrt{x^2+(b-a)^2+(z+c)^2}}+\frac{k_{12}}{\sqrt{x^2+(b+a)^2+(z+c)^2}}\right. $$
$$ \left.+\sum_{n=1}^{\infty}k_{12}^n k_{32}^n\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+\{(2n+1)b-a\}^2+(z+c)^2}}+\frac{k_{12}}{\sqrt{x^2+\{(2n+1)b+a\}^2+(x+c)^2}}\right)\right\} $$
$$ = V_{\mathrm{II}\,(X=b-a)} $$

又 $$\frac{\partial_A V_I}{\partial y}=\frac{\rho_2 I}{2\pi}(1+k_{12})\left[\frac{y}{\{x^2+y^2+(z+c)^2\}^{3/2}}+\sum_{n=1}^{\infty}k_{12}^n k_{32}^n\frac{y-2nb}{\{x^2+(y-2nb)^2+(z+c)^2\}^{3/2}}\right.$$
$$\left.+\frac{k_{12}^{-1}(y+2a-2nb)}{\{x^2+(y+2a-2nb)^2+(z+c)^2\}^{3/2}}\right]$$

$$\frac{\partial_A V_{II}}{\partial y}=\frac{\rho_2 I}{2\pi}\left[\frac{y}{\{x^2+y^2+(z+c)^2\}^{3/2}}+\frac{k_{12}(y+2a)}{\{x^2+(y+2a)^2+(z+c)^2\}^{3/2}}\right.$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}k_{12}^n k_{22}^n\left\{\frac{y+2nb}{\{x^2+(y+2nb)^2+(z+c)^2\}^{3/2}}+\frac{y-2nb}{\{x^2+(y-2nb)^2+(z+c)^2\}^{3/2}}\right.$$
$$\left.\left.+\frac{k_{12}(y+2a+2nb)}{\{x^2+(y+2a+2nb)^2+(z+c)^2\}^{3/2}}+\frac{k_{12}^{-1}(y+2a-2nb)}{\{x^2+(y+2a-2nb)^2+(z+c)^2\}^{3/2}}\right\}\right]$$

$$\frac{\partial_A V_{III}}{\partial y}=\frac{\rho_2 I}{2\pi}(1+k_{31})\left[\frac{y}{\{x^2+y^2+(z+c)^2\}^{3/2}}+\frac{k_{12}(y+2a)}{\{x^2+(y+2a)^2+(z+c)\}^{3/2}}\right.$$
$$\left.+\sum_{n=1}^{\infty}k_{12}^n k_{32}^n\left\{\frac{y+2nb}{x^2+(y+2nb)^2+(z+c)\}^{3/2}}+\frac{k_{12}(y+2a+2nb)}{\{x^2+(y+2a+2nb)^2+(z+c)^2\}^{3/2}}\right\}\right]$$

故に

$$\frac{1}{\rho_1}\frac{\partial_A V_1}{\partial y}(y=-a)=\frac{I}{4\pi}(1-k_{12})\left[\frac{-a}{\{x^2+a^2+(z+c)^2\}^{3/2}}\right.$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}k_{12}^n k_{22}^n\left\{\frac{-(a+2nb)}{\{x^2+(a+2nb)^2+(z+c)^2\}^{3/2}}+\frac{k_{12}^n(a-2nb)}{\{x^2+(a-2nb)^2+(z+c)^2\}^{3/2}}\right.$$
$$\left.\left.=\frac{1}{\rho_2}\frac{\partial_A V_{II}}{\partial y}(y=-a)\right\}\right]$$

同様にして

$$\frac{1}{\rho_2}\frac{\partial_A V_{II}}{\partial y}(y=b-a)=\frac{1}{\rho_3}\frac{\partial_A V_{III}}{\partial y}(y=b-a)$$

即ち境界条件を満足していることが分る。下側の電源Bに就いても同様なる電位式を得。即ち

$${}_B V_I=\frac{\rho_2 I}{2\pi}(1+k_{12})\left\{\frac{1}{\sqrt{x^2+(y-e)^2+d^2}}+\sum_{n=1}^{\infty}k_{12}^n k_{32}^n\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+(y-e-2nb)^2+d^2}}\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{k_{12}^{-1}}{\sqrt{x^2+(y-e-2nb+2a)^2+d^2}}\right)\right\}$$

$${}_B V_{II}=\frac{\rho_2 I}{2\pi}\left\{\frac{k_{12}}{\sqrt{x^2+(y-e+2a')^2+d^2}}+\sum_{n=1}^{\infty}k_{12}^n k_{32}^n\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+(y-e+2nb)^2+d^2}}\right.\right.$$
$$+\frac{1}{\sqrt{x^2+(y-e-2nb)^2+d^2}}+\frac{k_{12}}{\sqrt{x^2+(y-e+2nb+2a')^2+d^2}}$$
$$\left.\left.+\frac{k_{12}^{-1}}{\sqrt{x^2+(y-e-2nb+2a')^2+d^2)}}\right)\right\}$$

$${}_B V_{III}=\frac{\rho_2 I}{2\pi}(1+k_{32})\left\{\frac{1}{\sqrt{x^2+(y-e)^2+d^2}}+\frac{k_{12}}{\sqrt{x^2+(y-e+2a)^2+d^2}}\right.$$
$$\left.+\sum_{n=1}^{\infty}k_{12}^n k_{32}^n\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+(y-e+2nb)^2+d^2}}+\frac{k_{12}}{\sqrt{x^2+(y-e+2nb+2a)^2+d^2}}\right\}\right)$$

故に合成電位は次の如くなる。

$$V_{II}=-\frac{\rho_2 I}{2\pi}\left\{\sum_{n=0}^{\infty}k_{12}^n k_{32}^n\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+(y+2nb)^2+c^2}}+\frac{k_{12}}{\sqrt{x^2+(y+2nb+2a')^2+c^2}}\right.\right.$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}k_{12}^n k_{32}^n\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+(y-2nb)^2+c^2}}+\frac{k_{12}^{-1}}{\sqrt{x^2+(y-2nb+2a')+c^2}}\right.$$

$$-\sum_{n=0}^{\infty} k_{12}^{n}\, k_{32}^{n} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+(y-e+2nb)^2+d^2}} + \frac{k_{12}}{\sqrt{x^2+(y-e+2nb+2a')^2+d^2}} \right.$$

$$\left. -\sum_{n=1}^{\infty} k_{12}^{n}\, k_{32}^{n} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+(y-e-2nb)^2+d^2}} + \frac{k_{12}^{-1}}{\sqrt{x^2+(y-e-2nb+2a')^2+d^2}} \right) \right.$$

$$V_{\mathrm{I}} = -\frac{\rho_2 I}{2\pi}(1+k_{12}) \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} k_{12}^{n}\, k_{32}^{n} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+(y-2nb)^2+c^2}} \right.\right.$$

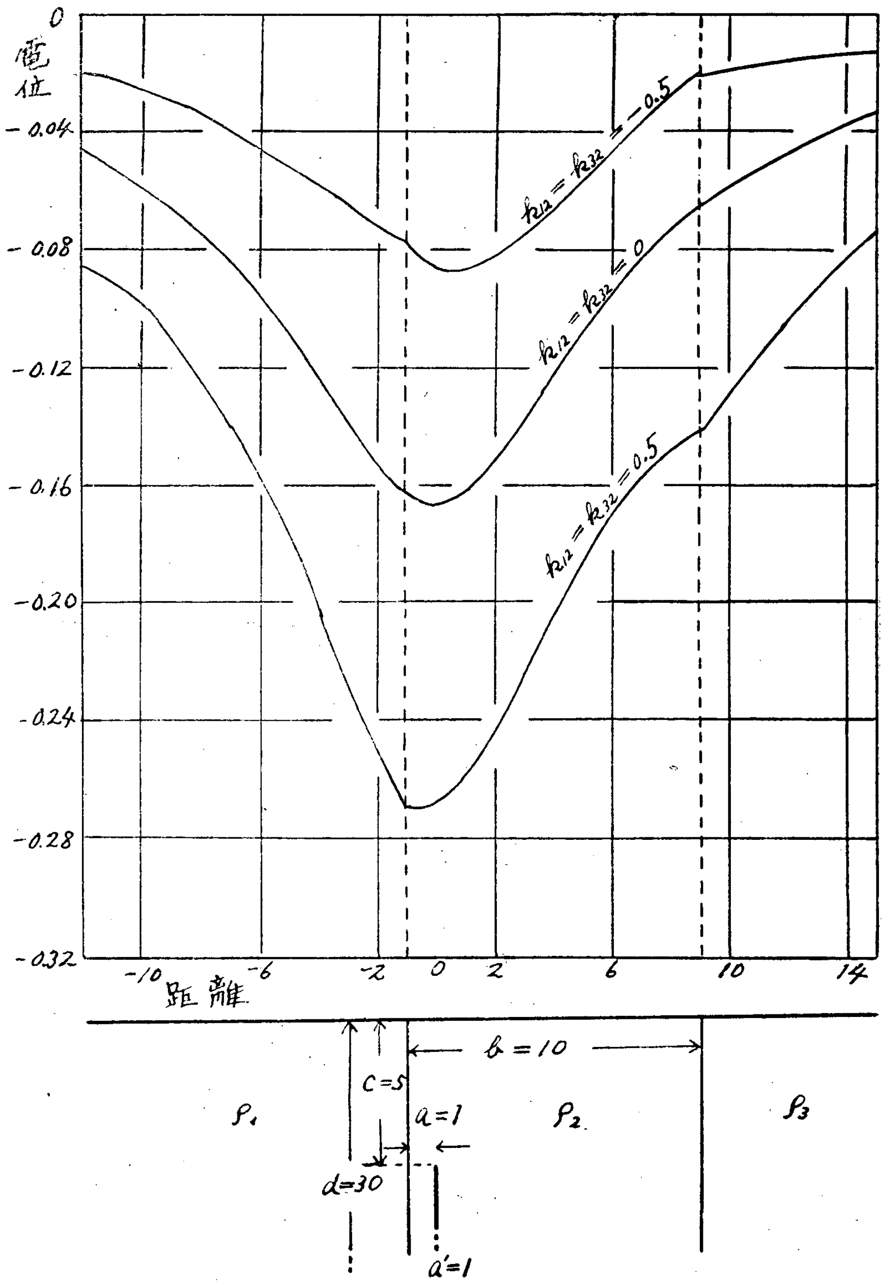
$$+\sum_{n=1}^{\infty} k_{12}^{n}\, k_{32}^{n} \frac{k_{12}^{-1}}{\sqrt{x^2+(y-2nb+2a)^2+c^2}} - \sum_{n=0}^{\infty} k_{12}^{n}\, k_{32}^{n} \frac{1}{\sqrt{x^2+(y-e-2nb)^2+d^2}}$$

$$\left. -\sum_{n=1}^{\infty} k_{12}^{n}\, k_{32}^{n} \frac{k_{12}^{-1}}{\sqrt{x^2+(y-e-2nb+2a')^2+d^2}} \right\}$$

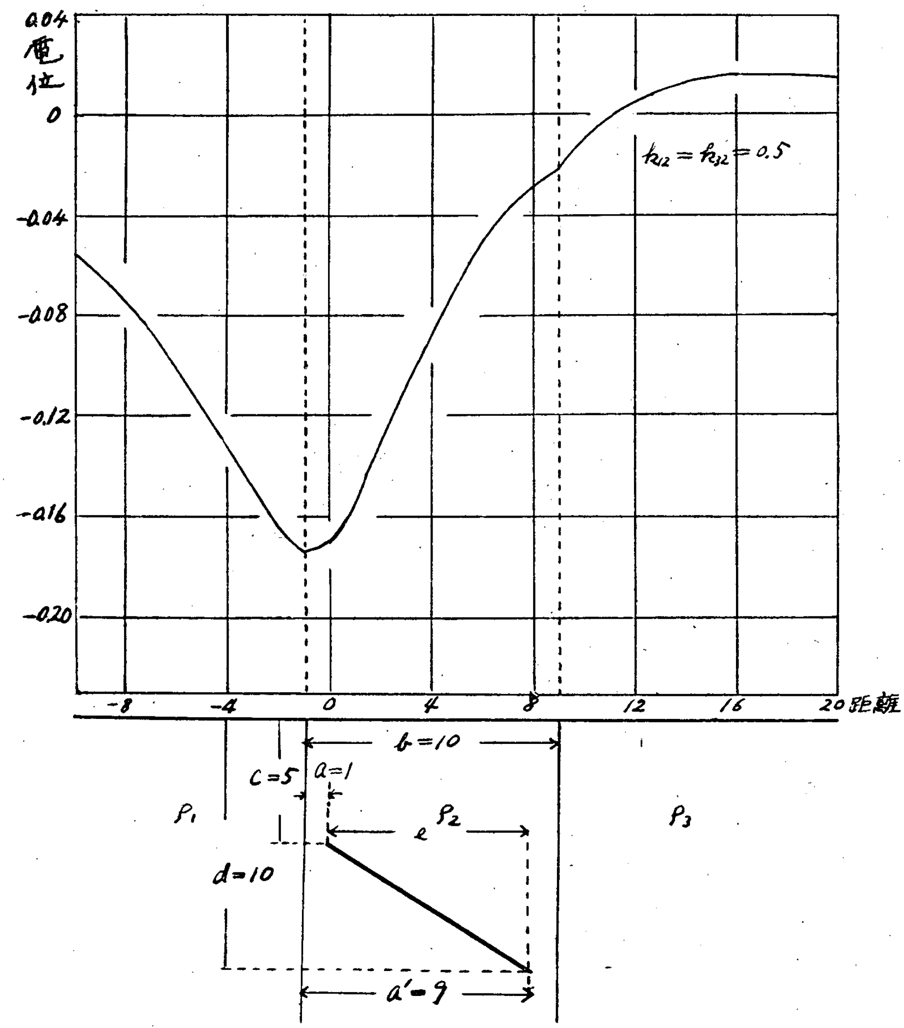
$$V_{\mathrm{III}} = -\frac{\rho_2 I}{2\pi}(1+k_{32}) \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} k_{12}^{n}\, k_{32}^{n} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+(y+2nb)^2+c^2}} \right.\right.$$

$$\left.\left. +\frac{k_{12}}{\sqrt{x^2+(y+2nb+2a)^2+c^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+(y-e+2nb)^2+d^2}} - \frac{k_{12}}{\sqrt{x^2+(y-e-2nb+2a')^2+d^2}} \right) \right\}$$

第二図



第三図



これ等の無限級数は収斂級数であるが、収斂速度は様々である。1, 2の数値計算例を示すと第2図、第3図の如くなる。これ等は無限級数の10項までを計算したものである。

3. 結　論

図より明かなる如く各境界面の電位一距離曲線は不連続曲線となる。即ち境界面上の点に於ては曲線は特異点を示す。又ρ_2の値に依つて示徴は増減するので示徴の最大値に依る鉱体の大小の判定は出来ない。

ペーパー・クロマトグラフ による 第5～6族金属の分析について

原　澤　四　郎

1. 緒　言

著者は本学報に、引き続きペーパー・クロマトグラフ による第1～4族金属の系統的分析法について述べた[(1)(2)(3)]。その後**全陽イオン系統的分析表の試案**を作成し[(4)]、これを完成することに努めて来た。第5族及び第6族金属の分離に関する文献は、その当時は殆んど無かつたが[(5)]、第6族に関しては最近1～2の文献[(6)]が見られる。

2. 実験の方法

これ等金属の処理には特に上質の濾紙が望ましいので、東洋濾紙No. 5、定量用を用い、上昇