

不連続な境界面による波の変形に関する研究 (4)

—特に海中に固定された薄鉛直壁の場合—

金山 和雄*・藤原 輝男*・石田 晴彦**

Studies on the Transformation of Wave by a Discontinuous Border-Face (4)

Kazuo KANAYAMA, Teruo FUJIWARA and Haruhiko ISHIDA

Abstract

Theoretical and experimental results are presented for the transmission of water waves, passing over a rigid submerged vertical thin barrier between regions of given depth and some distance above the bottom.

One of the problems in the design of such a structure is to determine the barrier-length. The theory of such a structure is developed here together with the results of laboratory tests on a model structure under a variety of wave conditions.

The theory is based on consideration of wave power transmission, momentum transmission and wave maker theory. Laboratory data are presented to show that these theory is useful from the engineering standpoint.

1. まえがき

不連続な境界による波の変形に関しては古くから多くの優れた研究がある。暗礁、砂州による波の変形に関連してステップによる波の変形について Lamb, Fuchs の研究がある。Ursell, Wiegel はカーテン防波堤に関して透過率を求めているが、Ursell の場合、理論的厳密性はあるが水深を無限大として取扱っており、現象を十分に説明できない点を残している。Wiegel は有限水深でエネルギー輸送に着目し、透過率の近似式を表わしたが長波性の波において現象との対応がまずい点を残している。又 Dean は無限水深の下で水中鉛直壁を考え、同様の問題を残している。潜堤、浮防波堤に関して多くの研究があり、Dean, John, Fuchs らは潜堤の天端巾を無視して解析を進めて、興味ある結論を発表している。Jeffreys は天端巾を考慮しているが天端上の碎波による効果について問題の多い事を示している。以上において対象とされた構造物は海浜土砂の沖方向への流失を防止する事と、

背後域の波浪減殺を大きな機能としてもっておる。しかしながら湾内の海水の交換の立場から見ると十分と言ひ難く、かえってそれをさまたげる状態になる事が推察される。そこで著者らは満干潮位差による海水の流れをさまたげず、かつ背後域の波浪減殺に機能を果たす構造物として、自由表面、および海底と構造物の間に自由空間を有する構造物を想定し、第一段階として、その消波効果について考察を誠みた。エネルギー保存則、運動量保存則、Wave maker の理論の各立場から考察を進め、かつ実験との対比を試み興味ある結果を得たのでここに報告する。

2. 理論的考察

Fig. 1 に示す構造物の背後域に伝達される波について、エネルギー保存則、運動量保存則、Wave maker 理論の各立場から考察し、透過率の表示について以下に述べる。

2.1 エネルギー保存則による場合

座標を Fig. 1 のように定義する。流体は非圧縮、非粘性とし、流体は非回転運動をするものとする。波

* 土木工学科

** アイサワ工業 K.K.

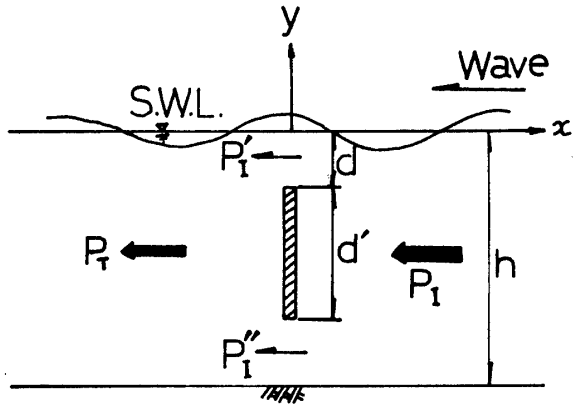


Fig. 1 Notation and Definition of Symbols

は進行方向にエネルギーを輸送しており、自由表面 η と静水面下 y との間でそれは一周期間の平均として表示すれば次式で与えられる。

$$P_{\eta-y} = \frac{1}{T} \int_0^T \int_y^{\eta} P \cdot u dt dy \quad (1)$$

ここに P, u はそれぞれ流体圧力、水粒子の水平方向速度で、次式により与えられる。

$$P = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho q^2 - \rho \Omega \quad (2)$$

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad \phi = \frac{ag}{\sigma} \frac{\cosh k_0(h+y)}{\cosh k_0 h} \sin(k_0 x - \sigma t) \quad (3)$$

ここに ρ は流体密度、 ϕ は速度ポテンシャル、 q は流体の合速度、 ϕ は速度ポテンシャル、 Ω は外力のポテンシャル、 a は入射波の振幅、 g は重力加速度を示す。また $k_0 = 2\pi/L, \sigma = 2\pi/T$ であり、 L, T はそれぞれ波長、周期を示す。式(3)、(2)を(1)式に用いれば、

$$P_{\eta-y} = \frac{\rho g^2 a^2 k_0}{T \sigma \cosh^2 k_0 h} \cdot \left[\int_0^T \int_y^{\eta} \cosh^2 \{k_0(y+h)\} \cos^2(k_0 x - \sigma t) dt dy - \frac{\cosh k_0 h}{a} \cdot \int_0^T \int_y^{\eta} y \cdot \cosh \{k_0(y+h)\} \cos(k_0 x - \sigma t) dt dy \right] \quad (4)$$

ここで $x=0$ とし、さらに $\eta = a \cos \delta t$ を考慮して(4)式の積分を逐行するにあたって Modified Bessel 関数を用いれば(4)式は次式を与える。

$$P_{\eta-y} = \frac{1}{4} \rho g a^2 c \left[\frac{-2k_0 y - \sinh 2k_0(y+h)}{\sinh 2k_0 h} + 2 \left\{ I_0(2k_0 a) - \frac{1}{2k_0 a} I_1(2k_0 a) \right\} + 4 \left\{ -I_0(k_0 a) + \frac{2}{k_0 a} I_1(k_0 a) \right\} \right] \quad (5)$$

Modified Bessel 関数の性質より、 $I_0(k_0 a) = 1, I_0(2k_0 a) = 1, I_1(k_0 a) = \frac{1}{2} k_0 a, I_1(2k_0 a) = k_0 a$ の近似が可能であり、(5)式は次式となる。

$$P_{\eta-y} = \frac{1}{4} \rho g a^2 c \left\{ \frac{-2k_0 y - \sinh 2k_0(y+h)}{\sinh 2k_0 h} + 1 \right\} \quad (6)$$

よって自由表面 η と構造物上端 ($y = -d$) との間で輸送されるエネルギーは(6)式より次式で与えられる。

$$P_{\eta-d} = \frac{1}{4} \rho g a^2 c \left\{ \frac{2k_0 d - \sinh 2k_0(h-d)}{\sinh 2k_0 h} + 1 \right\} \quad (7)$$

一方全水深にわたって輸送されるエネルギーは(6)式において $y = -h$ とすれば次式となる。

$$P_{\eta-h} = \frac{1}{4} \rho g a^2 c \left\{ \frac{2k_0 h}{\sinh 2k_0 h} + 1 \right\} \quad (8)$$

さらに構造物下端 ($y = -(d+d')$) と海底との間の自由空間を通して輸送されるエネルギー量は次の様にして求められる。すなわち壁の長さ d' を考慮して(6)式において $y = -(d+d')$ とおき

$$P_{\eta-(d+d')} = \frac{1}{4} \rho g a^2 c \left\{ \frac{2k_0(d+d') - \sinh 2k_0(h-d-d')}{\sinh 2k_0 h} + 1 \right\} \quad (9)$$

さらに式(8)、(9)の差をとる事により次式が与えられる。

$$P_{(d+d')-h} = \frac{1}{4} \rho g a^2 c \left\{ \frac{2k_0(h-d-d') - \sinh 2k_0(h-d-d')}{\sinh 2k_0 h} \right\} \quad (10)$$

ここに、鉛直壁は不透過で、かつ固定されたものとすれば、さらに、壁背後域に生ずる透過波は自由空間を通して伝達されるエネルギー量によるものとすれば、(7)、(8)、(10)式により透過率は次式で与えられる。

$$K_T = \sqrt{\frac{\sinh 2k_0(h-d-d') + \sinh 2k_0 h - 2k_0(h-d')}{\sinh 2k_0 h} \cdot \frac{-\sinh 2k_0(h-d)}{+2k_0 h}} \quad (11)$$

2.2 Wave maker 理論による場合

座標を Fig. 2 のように定める。

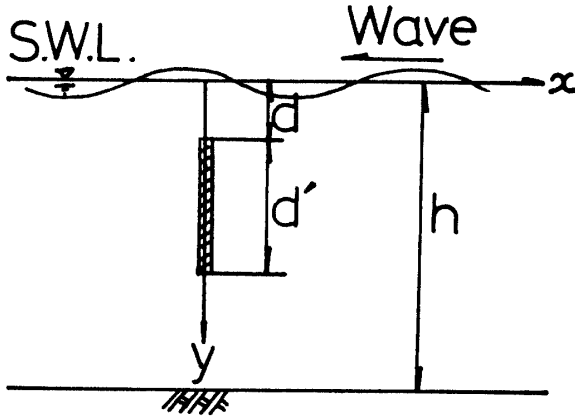


Fig. 2 Notation and Definition of Symbols

流体は非圧縮，非粘性とし，流体運動は静止の状態から生起させられたものとするれば，速度ポテンシャルが存在し，流体中いたるところで Laplace の方程式

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (12)$$

が成立する。

微小振幅正弦波を考えれば，海底および自由表面の条件式はそれぞれ次式となる。

$$\left(\frac{\sigma^2 \phi}{g} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_{y=0} = 0 \quad (13)$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_{y=h} = 0 \quad (14)$$

一般に波の場合(12)式の特解としては次の二つが考えられる。

$$\phi = e^{i(\sigma t - k_0 x)} \cosh k_0(y-h) \quad (15)$$

$$\phi_j = e^{i(\sigma t - k_j x)} \cos k_j(y-h) \quad (16)$$

ここに k_0, k_j は Wave number を示し， j は反射波を示す添字で， $j=1, 2, 3, \dots$ の値をとる。さらに(15)，(16)式は Wave number に対して次式を与える。

$$gk_0 \tanh k_0 h = \sigma^2, \quad gk_j \tan k_j h + \sigma^2 = 0 \quad (17)$$

一方，水平速度 u は周期的時間項と場所 y に関する項とに変数分離でき，次式で示される。

$$u = f(y) \cos(\sigma t - k_0 x) \quad (18)$$

ここに未知関数 $f(y)$ を区間 $(0 \sim h)$ でフーリエ級数に展開し定義する。

$$f(y) = A \cosh k_0(y-h) + \sum_{j=1}^{\infty} B_j \cos k_j(y-h) \quad (19)$$

ここに A, B_j はフーリエ係数であり，それぞれ次式で求まる。

$$A = \frac{4k_0}{\sinh 2k_0 h + 2k_0 h} \int_0^h f(y) \cosh k_0(y-h) dy \quad (20)$$

$$B_j = \frac{4k_j}{\sin 2k_j h + 2k_j h} \int_0^h f(y) \cos k_j(y-h) dy \quad (21)$$

以上を考慮してポテンシャルは次式で表示される。

$$\begin{aligned} \phi = & A k_0^{-1} \cosh k_0(y-h) \sin(\sigma t - k_0 x) \\ & + \cos \sigma t \sum_{j=1}^{\infty} B_j k_j^{-1} e^{-k_j x} \cos k_j(y-h) \end{aligned} \quad (22)$$

さらに未知関数 $f(y)$ に対して，(18)式を考慮して，壁前面に生ずる部分重複波の流速分布を次式の様に用いる。

$$f(y) \begin{cases} \frac{gTa}{L} (1 - \sqrt{1 - K^2}) \frac{\cosh k_0(y-h)}{\cosh k_0 h} & 0 < y < d \\ 0 & d + d' < y < h \\ 0 & d < y < d + d' \end{cases} \quad (23)$$

(23)式を(20)，(21)式に用い(22)式の右辺第1項のみを考えれば，速度ポテンシャルは次式となる。

$$\begin{aligned} \phi = & \frac{gTa}{2\pi} (1 - \sqrt{1 - K^2}) \\ & \frac{\sinh 2k_0(d-h) + \sinh 2k_0 h - \sinh 2k_0(d+d'-h)}{\cosh k_0 h (\sinh 2k_0 h)} \\ & + \frac{+2k_0 d - 2k_0(d+d'-h)}{+2k_0 h} \\ & \times \cosh k_0(y-h) \sin(\sigma t - k_0 x) \end{aligned} \quad (24)$$

さらに

$$\eta = \frac{1}{g} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_{y=0} \quad (25)$$

なる自由表面条件に(24)式を用いれば，次式を得る。

$$\begin{aligned} \eta = & a(1 - \sqrt{1 - K^2}) \\ & \frac{\sinh 2k_0(d-h) + \sinh 2k_0 h - \sinh 2k_0(d+d'-h)}{\sinh 2k_0 h} \\ & + \frac{+2k_0 d - 2k_0(d+d'-h)}{+2k_0 h} \\ & \times \cos(\sigma t - k_0 x) \end{aligned} \quad (26)$$

ここで透過波形を

$$\eta_t = a_t \cos(\sigma t - k_0 x - \xi) \quad (27)$$

とおき，入射波との位相差 ξ を無視し， $x=0$ におい

て入射波，透過波が連続したものとすれば，次式を得る。

$$a(1 - \sqrt{1 - K_t^2})W = a_t \tag{28}$$

ここに

$$W = \frac{\sinh 2k_0 h + 2k_0(h-d) - \sinh 2k_0(h-d)}{\sinh 2k_0 h} + \frac{\sinh 2k_0(h-d-d')}{2k_0 h} \tag{29}$$

よって $K_t = 2a_t/2a$ と定義すれば，(28)式より，透過率について次式を得る。

$$K_t = \frac{2W}{1+W^2} \tag{30}$$

ここに W が(11)式中の根号内と一致する事は興味深い事と言えよう。

2.3 運動量保存則による場合

座標を Fig. 3 で定義する。有限振幅波の下では水

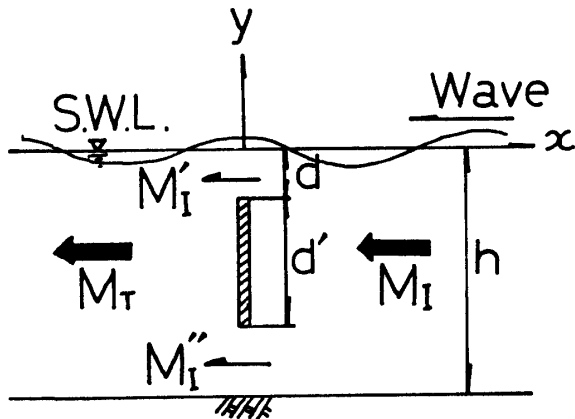


Fig. 3 Notation and Definition of Symbols

粒子の軌跡は開いており，一周期後には波の進行方向に質量輸送が存在する。この点に着目すると透過率の表示について以下の理論が展開される。Rayleigh の示した考えに従えば，有限振幅波の運動量の分布は次式となる。

$$m' = \frac{\pi \rho c k_0 a^2}{\sinh^2 k_0 h} \cosh 2k_0(h-d)$$

一方，水粒子が波の進行方向に移動する速度は次式となる。

$$u' = ck_0^2 a^2 \frac{\cosh 2k_0(h-d)}{2 \sinh^2 k_0 h}$$

よって Fig. 3 に示した M_I , M_T は各々次式で与えられる。

$$M_I = \frac{\pi \rho c^2 k^2 H^4}{256 \sinh^4 k_0 h} (\sinh 4k_0 h + 4k_0 h)$$

$$M_T = \frac{\pi \rho c^2 k^2 H^4}{256 \sinh^4 k_0 h} \{ \sinh 4k_0(h-d-d') - \sinh 4k_0(h-d) + \sinh 4k_0 h + 4k_0(h-d') \}$$

よって節2-1と同様な考察により，透過率に対して次式を得る。

$$K_T = \sqrt[4]{\frac{\sinh 4k_0(h-d-d') - \sinh 4k_0(h-d)}{\sinh 4k_0 h} + \frac{\sinh 4k_0 h + 4k_0(h-d')}{4k_0 h}} \tag{31}$$

2.4 考察

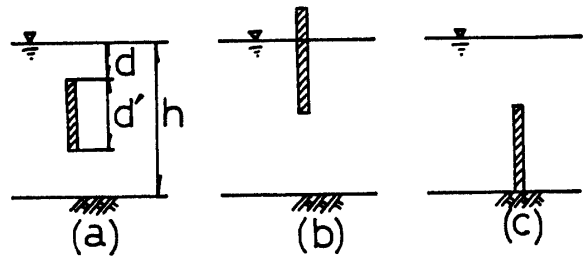


Fig. 4 Definition Sketch of Thin Barrier Obstacle

以上，エネルギー保存則，Wave maker 理論，運動量保存則の三つの観点より考察を進め，それぞれ，透過率に対する理論式(11)，(30)，(31)式を導いた。(Fig. 4(a) 参照)

各3式において $d=0, d'=d$ と置換する事により以下に示すようにカーテン防波堤の場合の透過率の式に帰着する事は興味深い事と言える。(Fig. 4(b) 参照)

$$K_t = \sqrt{\frac{\sinh 2k_0(h-d) + 2k_0(h-d)}{\sinh 2k_0 h + 2k_0 h}} \tag{32}$$

$$K_t = \frac{2w'}{1+w'^2} \quad w' = \frac{\sinh 2k_0(h-d) + 2k_0(h-d)}{\sinh 2k_0 h + 2k_0 h} \tag{33}$$

$$K_t = \sqrt[4]{\frac{\sinh 4k_0(h-d) + 4k_0(h-d)}{\sinh 4k_0 h + 4k_0 h}} \tag{34}$$

又一方 $d'=h-d$ と置換すれば，潜堤の場合の式と一致する。(Fig. 4(c) 参照)

$$K_t = \sqrt{\frac{\sinh 2k_0 h - \sinh 2k_0(h-d) + 2k_0 d}{\sinh 2k_0 h + 2k_0 h}} \tag{35}$$

$$K_t = \frac{2w^*}{1+w^{*2}} \quad w^* = \frac{\sinh 2k_0 h - \sinh 2k_0(h-d) + 2k_0 d}{\sinh 2k_0 h + 2k_0 h} \tag{36}$$

$$K_t = \sqrt{\frac{\sinh 4k_0 h + 4k_0 d - \sinh 4k_0 (h-d)}{\sinh 4k_0 h + 4k_0 h}} \quad (37)$$

さらに(32)式、(35)式の根号内の関数形がそれぞれ W' , W'' と一致する事は興味深いことである。

3. 実験的考察

3.1 実験装置と実験方法

3.1.1 実験装置

Fig. 5 に実験装置の概要を示す。造波水路は $20 \times 0.8 \times 0.7$ m の二次元造波水路で、片端にフラッタ型造波機、他端に消波装置が装着されている。鉛直壁は厚さ 1.2 cm の合板により作成し、水路のほぼ中央に、波により振動せぬように固定した。計測器としては、容量式波高計、ストレインメーター、ペンオシロを用いた。波高計の配置は Fig. 3 に示すとおりである。

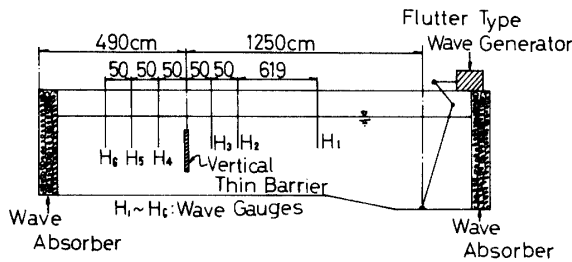
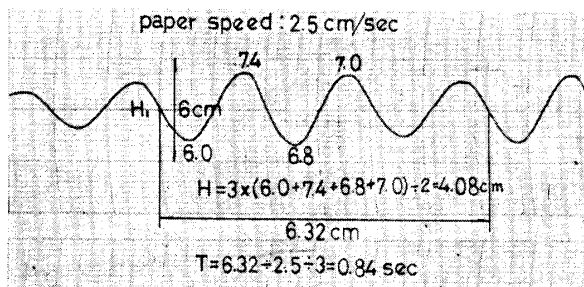


Fig. 5 Arrangement for the Test Channel

3.1.2 実験方法および実験条件

構造物前面の水深は 40 cm とし、壁の水深方向の幅は 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32 cm の 7 種類とし、 d/h の値は最小 0.1 で最大 0.7 の範囲で、0.1 きざみで可能なかぎり壁の位置を変化させた。これらの各組合せに対して、それぞれ相対水深を 7 種、波形コウ配を 3 種、計 21 種の波を入射させ、総数 588 のケースについて実験を行った。入射波の波形コウ配は 0.0037 ~ 0.1056、相対水深は 0.11 ~ 0.43 であった。測定にあたっては、いづれも、水路両端、および構造物により生ずる反射波が波を変形させる前にデーターを読み取る様に細心の



(a) Infront of barrier

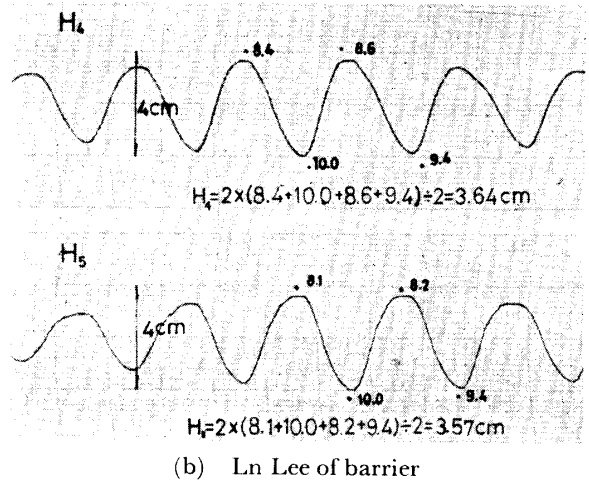


Fig. 6 Example of Wave Record

注意を払った。Fig. 6 は入射波、透過波の測定記録の一部を示したものである。

3.2 透過率に関する考察

3.2.1 透過率と相対水深、波形コウ配の関係

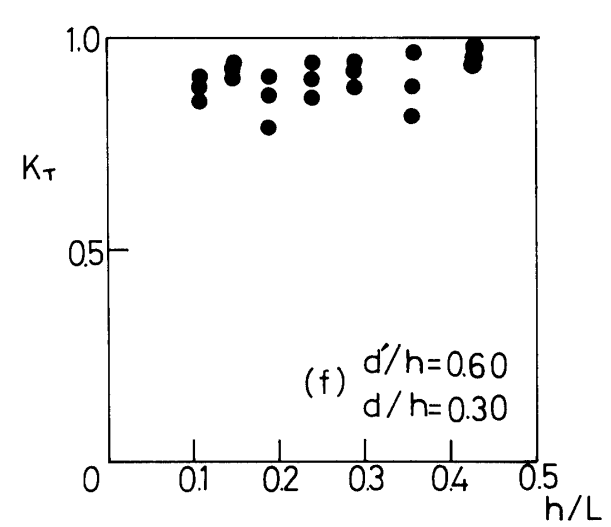
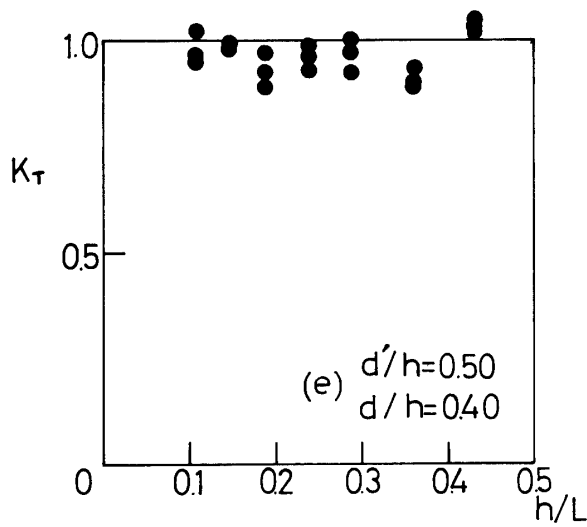
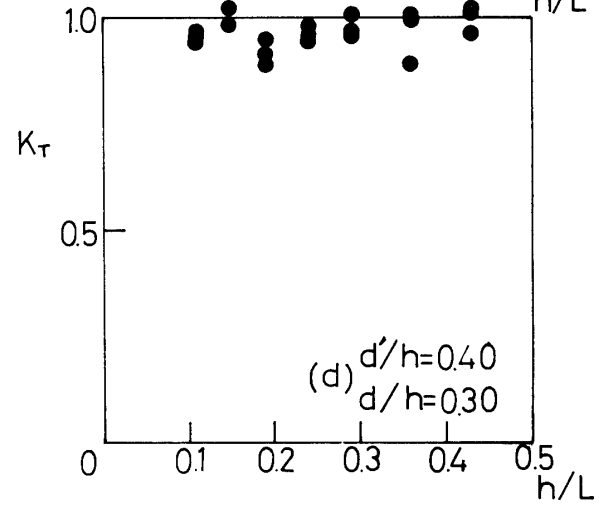
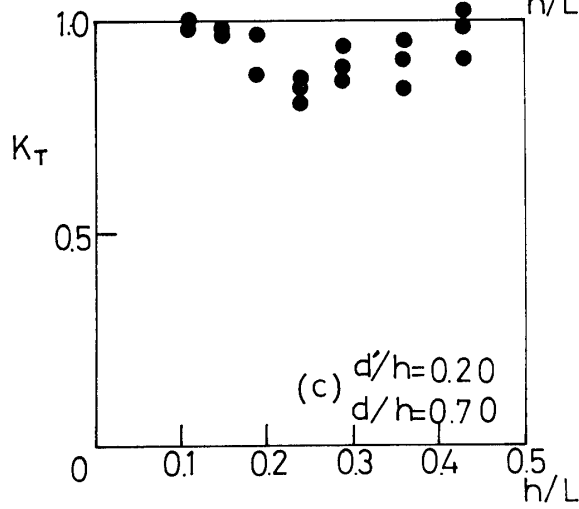
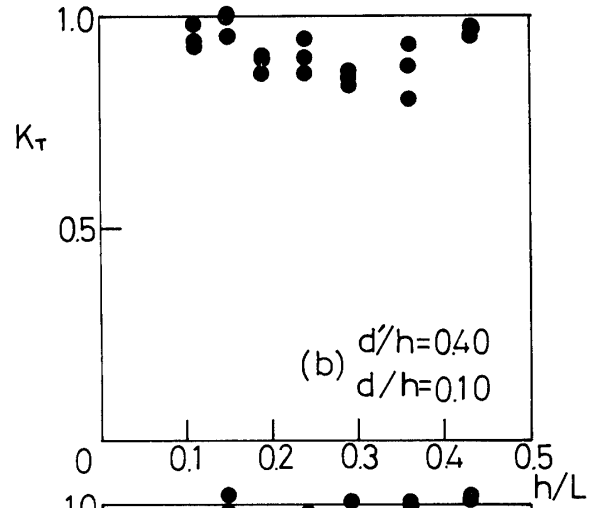
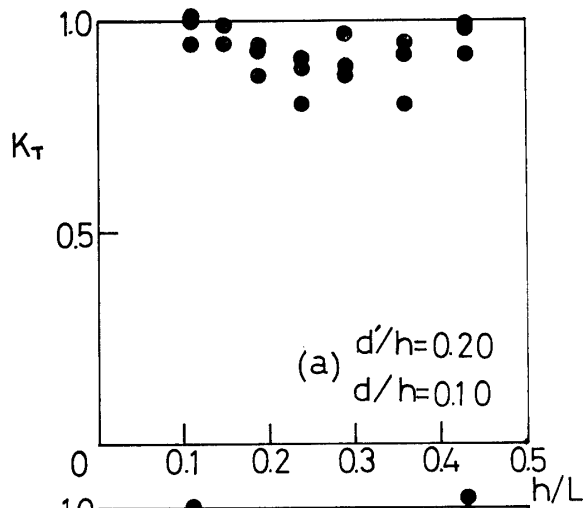
Fig. 7, 8 は透過率と波形コウ配および相対水深との関係を d/h および d'/h をパラメーターとして表示したものの一部である。

これらのグラフより次の事が推察される。

- 1) 波形コウ配による透過率の変化は全般的に小さい。
- 2) 相対水深が小さい時 ($h/L=0.11$) は波形コウ配が増大するにつれて若干減少する傾向を示す。
- 3) 相対水深が 0.15 ~ 0.29 の範囲では、波形コウ配の増大にともなう透過率の変化は小さいが、若干増大する傾向が見られる。
- 4) 相対水深 > 0.36 では波形コウ配が増大するにつれて透過率は大きくなる。
- 5) 2), 3), 4) の傾向は d/h が小で、 d'/h が大きいもの程、顕著にあらわれる。
- 6) $d/h, d'/h$ とともに小さい時、相対水深が大きくなるにつれて以下の事が推察される。

すなわち、相対水深 > 0.25 の範囲では透過率は減少し、 $0.25 < 相対水深 < 0.35$ では横ばい状態で、 $0.35 < 相対水深$ の範囲では透過率は増大する傾向を示す。 d/h が 0.4 ~ 0.5 以上になるとこの傾向はうすらぎ、透過率の変化は小さくなる。

- 7) 透過率への影響の面から見ると波形コウ配に比して、相対水深の方が大きく関係すると言えよう。



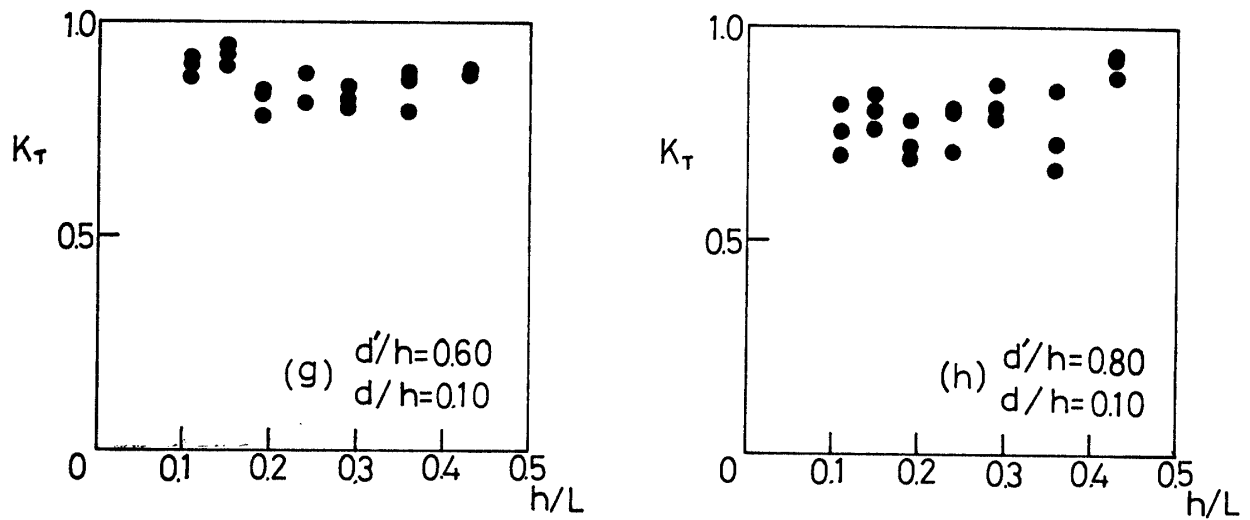


Fig. 7 Relationship between Transmission Coefficient and h/L

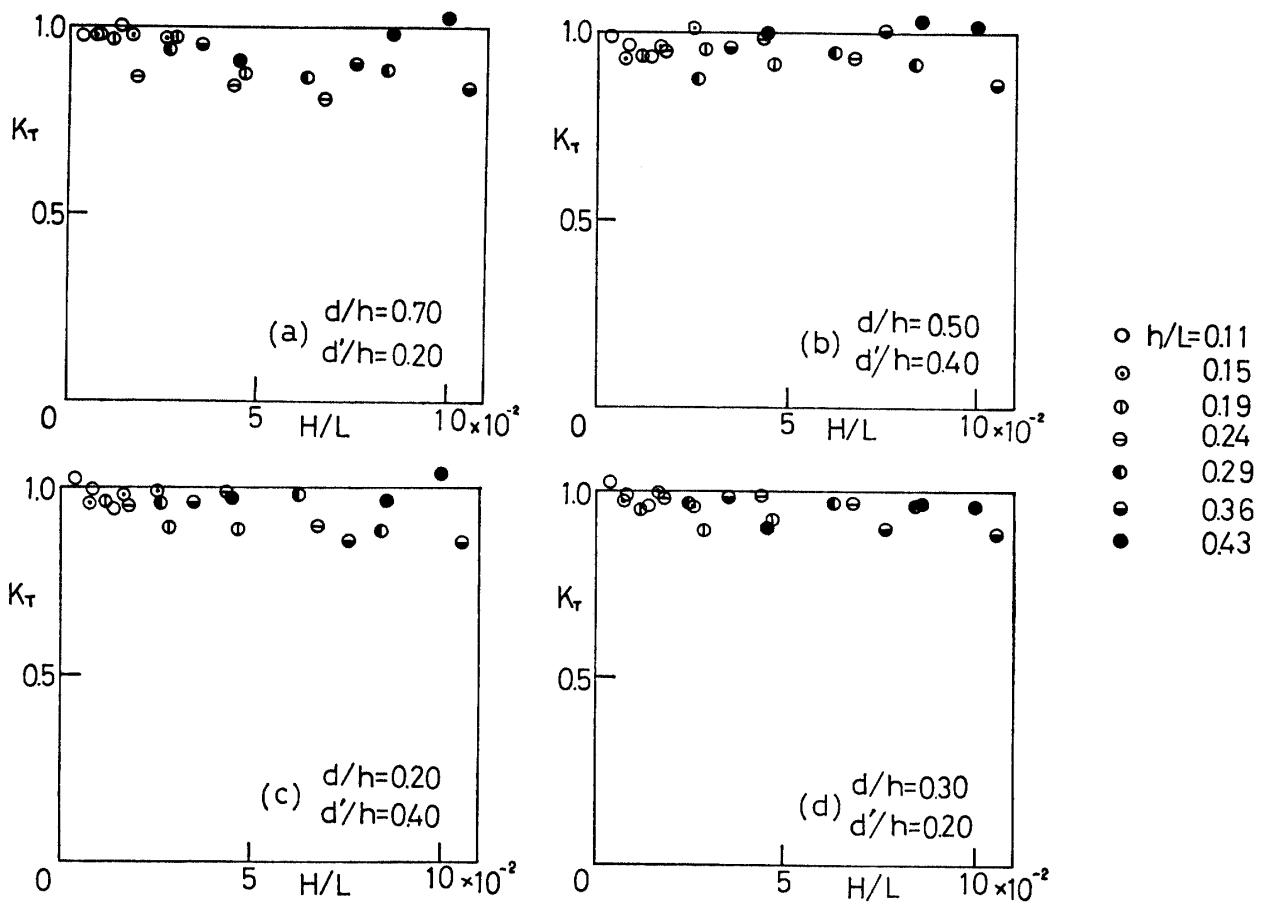


Fig. 8 Relationship between Wavestepness and Transmission Coefficient

3.2.2 透過率と d/h , d'/h との関係

Fig. 9 は透過率と d'/h との関係を相対水深と d/h をパラメータとして示したものの一部である。

これらのグラフより次の事が推察される。

- 1) 全般的に d/h の変化による透過率の変化は小であると言え、この傾向は長波性の波程、顕著である。
- 2) 相対水深の大きい波の場合は d'/h に比して、 d/h による透過率の変化の方が大である。
- 3) d/h , 相対水深ともに大きい時、 d'/h に比較して d/h による透過率の変化の方が顕著である。
- 4) d/h が小の時は d'/h の透過率に対する影響が大きくあらわれるが、この傾向は相対水深が大きくなるにつれて、うすれてくる。
- 5) 全般的に d'/h の方が、透過率に及ぼす影響が、 d/h のそれに比較して大きい事が言えよう。

4. 理論と実験の対応

Fig. 10 は、 d/h , d'/h をパラメータとして透過率と相対水深の関係を示し、理論値と実験値との対応を試みたものである。

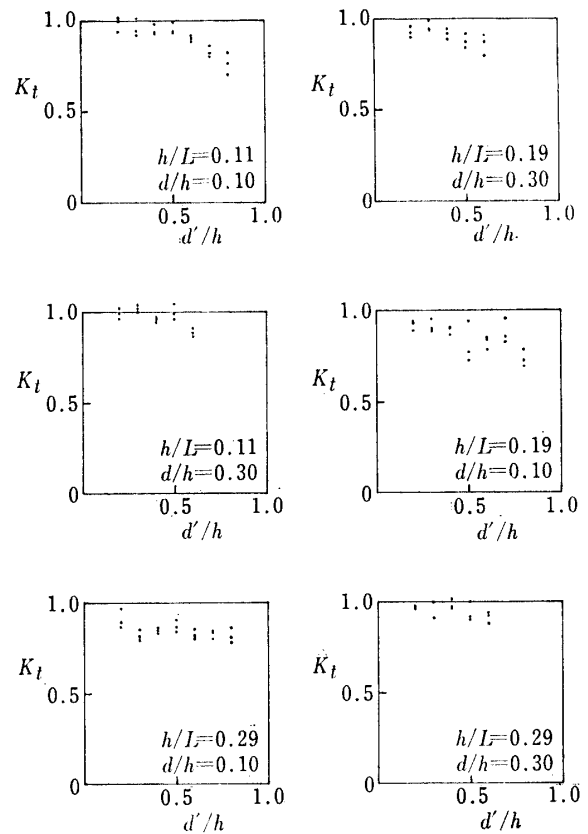
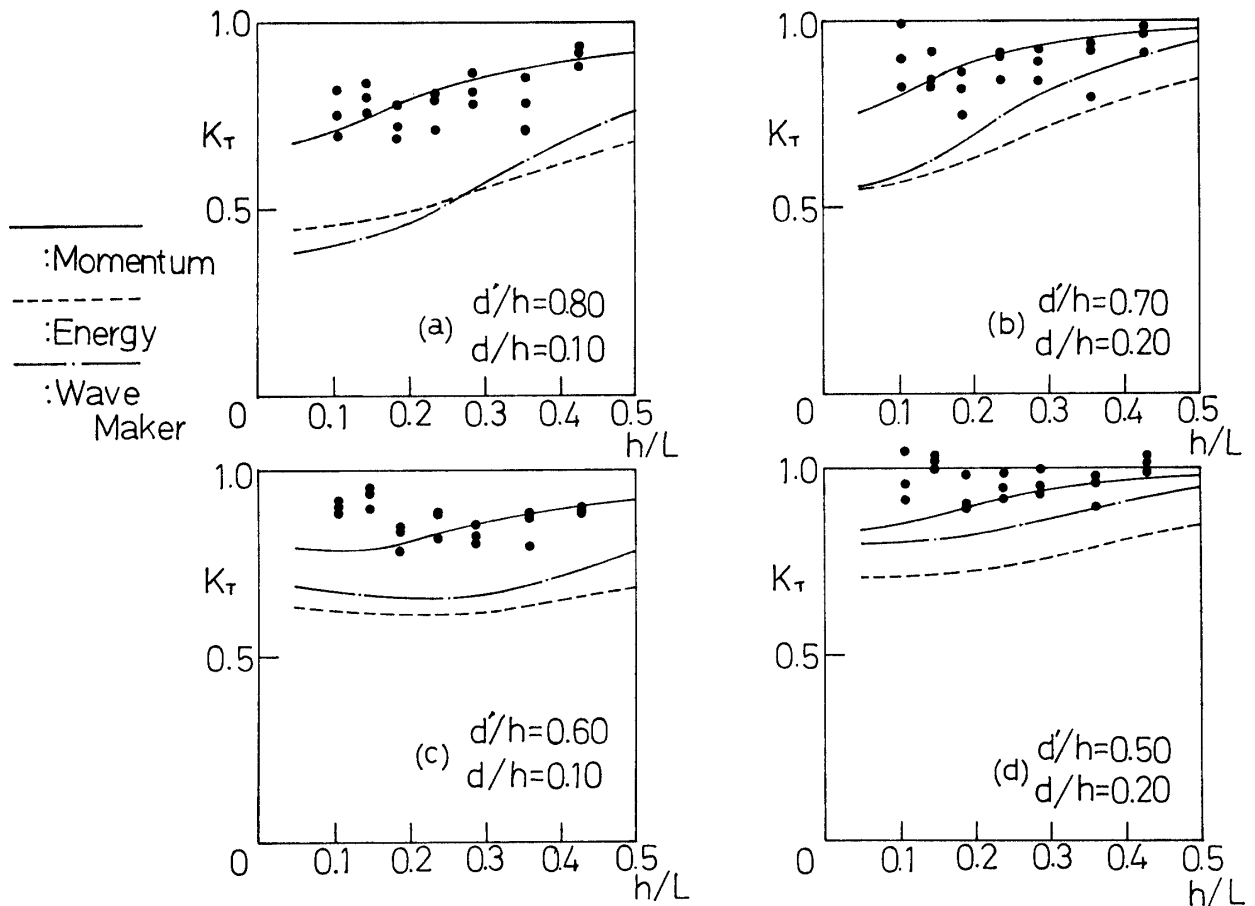


Fig. 9 Relationship between Transmission Coefficient and d'/h



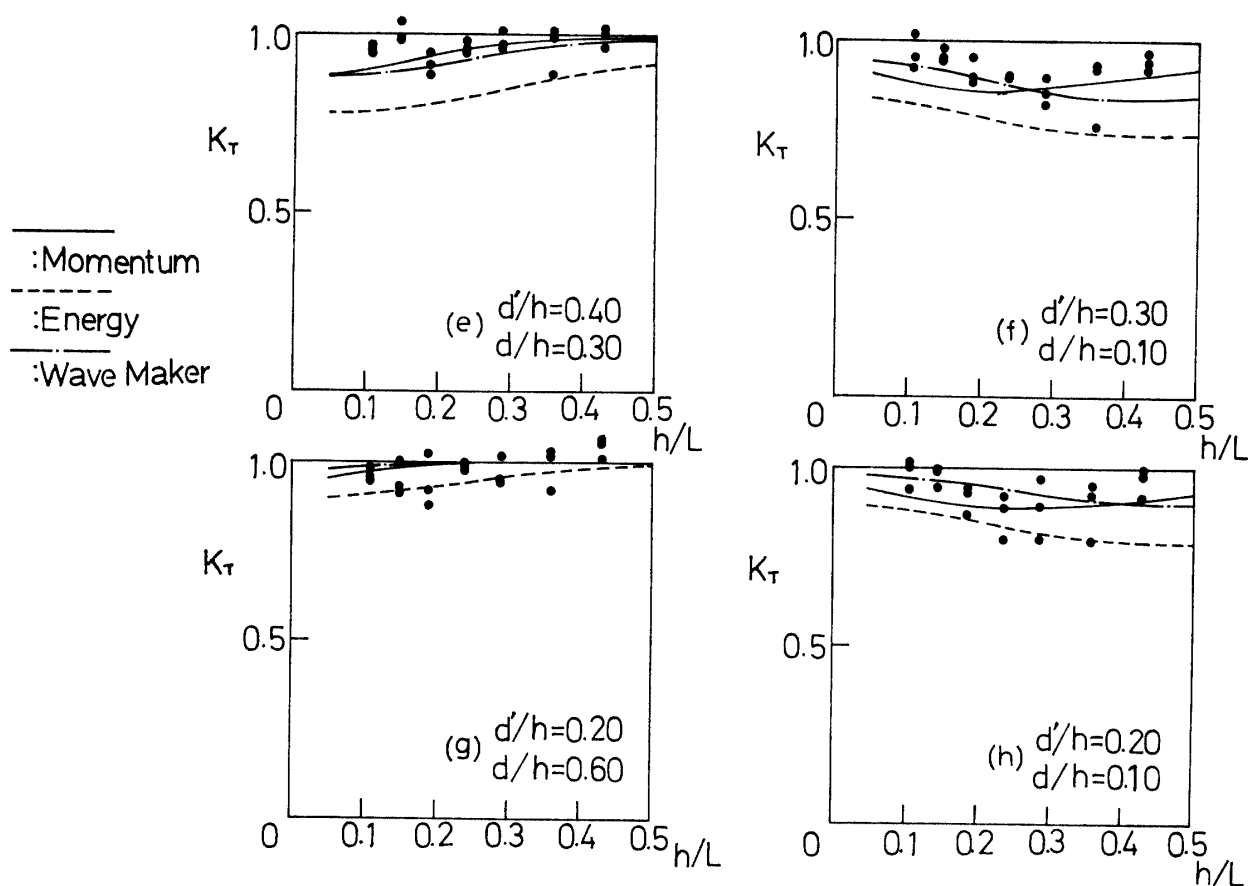


Fig. 10 Comparison of the Theory with the Experimental Results

これらのグラフより以下の事が推察できる。

- 1) $d'/h > 0.5$ の場合は、運動量保存則による式が実験値との対応が良いと言える。特に相対水深の大きい場合は性状もかなり良く表現しているが、相対水深が小さくなると若干、小さい値を与える。
- 2) $d'/h < 0.4$ の場合は、Wave maker theory, 運動量保存則、ともに曲線が近似し、実験値との対応も良いようであるが若干、 d/h の小さい範囲では、Wave maker theory の対応がくずれてくる様である。 $d/h < 0.2$ で、相対水深が大きい場合は Wave maker theory が、現象との対応が良い。 $d/h > 0.2$ では両者ともほぼ同程度の近似を示す。
- 3) $d'/h = 0.2 \sim 0.4$, $d/h = 0.1, 0.2$ では相対水深が増加するにつれて透過率が減少するが、相対水深が0.35を超えると逆に増加する傾向を示しているが、運動量保存則はこの傾向との対応も良好と言える。
- 4) 全般的に運動量保存則による理論が現象を良く表現するが、相対的には相対水深が大きい場合

に良く適合する様であり、相対水深が小さい場合には若干、Wave maker theory の方が適合が良くなる。

- 5) Fig. 11 においても前述の事が確認できる。

5. 結 論

不連続な境界面による波の変形として、海中に固定された、薄鉛直壁による消波効果について考察を進め、以下の事を得た。

- 1) カーテン防波堤、潜堤のように大きい消波効果は期待できない。むしろ、湾内の海水交換の機能を含めた構造物と考えられる。
- 2) 透過率の表示に対して、三つの立場より、それぞれ次式を導いた。
 - i) エネルギー保存則より

$$K_t = \sqrt{\frac{\sinh 2k_0(h-d-d') + \sinh 2k_0 h}{\sinh 2k_0 h} \frac{-\sinh 2k_0(h-d) + 2k_0(h-d')}{+2k_0 h}}$$

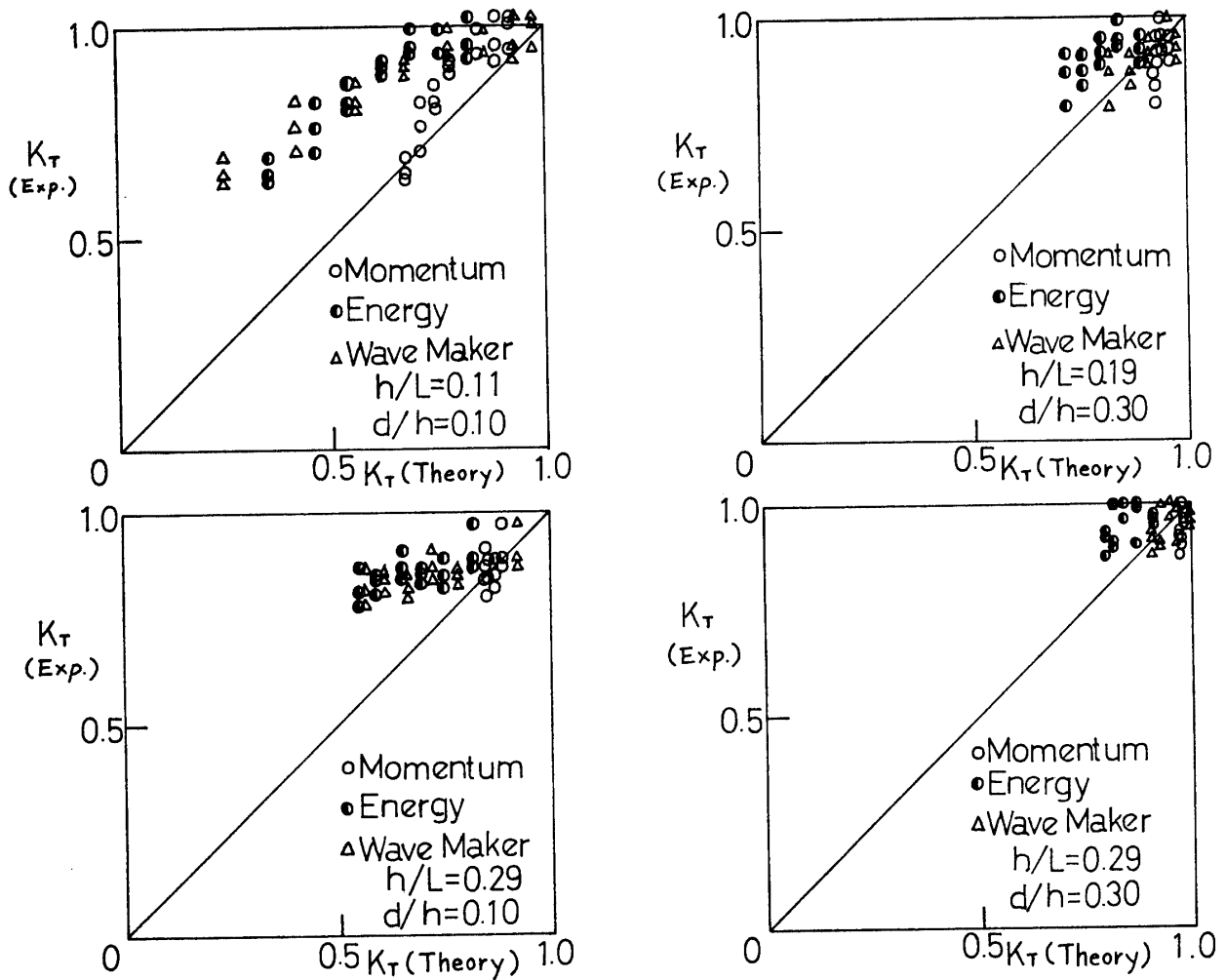


Fig. 11 Comparison of the Theory and Experimental Results

ii) Wave maker theory より

$$K_t^2 = \frac{2w''}{1+w''^2}, \quad w'' = \frac{\sinh 2k_0 h + 2k_0(h-d)}{\sinh 2k_0 h} \\ - \frac{\sinh 2k_0(h-d) + \sinh 2k_0(h-d-d')}{+2k_0 h}$$

iii) 運動量保存則より

$$K_t = \sqrt[4]{\frac{\sinh 4k_0(h-d-d') - \sinh 4k_0(h-d)}{\sinh 4k_0} \\ + \frac{\sinh 4k_0 h + 4k_0(h-d)}{+4k_0 h}}$$

3) 実験値との対応により、上述の各理論式の対比を試み、実験値との適合性について考察し、全般的に運動量保存則がすぐれている事を示した。

参考文献

- 1) Ursell, F. Proc Cambridge. phil Soc. Vol. 43, Par 3 pp. 374~382, July 1947.
- 2) Wiegel, R.L. Proc ASCE Vol. WWI pp. 1~12. March 1960.
- 3) Havelock, T.H. Phil Mag S. 7 Vol. 8, No. 51. pp. 569~576 Oct 1929.
- 4) Dean Grt Brit Minis Supply, Wave Report. 8, 1945.
- 5) 日野幹男 土木学会論文集 190号 June 1971.
- 6) 井島 武 1971年度水工学に関する夏期研修会講演集 B コース.
- 7) 金山和雄 第21回海岸工学講演会論文集 1973.
- 8) K. Kanayama Tealnology Reports of the Yamagucll University Vol. 1. No. 4 Jan 1976.
- 9) K. Kanayama Coastal Engineering in Japan Vol. 18, April 1975.

(昭和 51 年 3 月 26 日 受理)