

透過性構造物(x/L =有限)内における波動運動に関する研究 (3)

特に鉛直防波岸壁の抵抗表示に関する考察

金山 和雄*・藤原 輝男*・金田 米雄**

Studies on the Water motion in the Porous media by Wave action (3)

Kazuo KANAYAMA, Teruo FUJIWARA and Yoneo KANEDA

Abstract

In this paper the authors analyze theoretically the wave motion which propagates through a porous media with finite length, under the assumption that the motion is long wave.

The relation between frictional loss and average glass ball diameter is obtained as next equation from laboratory test.

where

$$f/b = \sqrt{\left(\frac{2gh(\alpha x^\beta)^2}{\sigma} + 1 \right)^2 - 1}$$

$$x = H_0 h / L^3$$

$$\alpha = 0.0954 + 5.233 \frac{1}{l}$$

$$\beta = 0.18348(l/d)^{0.13677}$$

1. ま え が き

海岸には連続した空ゲキを有し、容易に水流を透過させるいわゆる透過性の構造物が多く見られる。たとえば捨石堤、離岸堤、潜堤、あるいは堤防前面に見られる各種の消波工、根固工などがあげられる。

これら構造物に波が入射した場合、そのエネルギーの一部は反射され、反射波を形成する。残りのエネルギーは、透水体内部のマサツにより、エネルギーを消費しつつ進行し、透水体内に波を形成する、この消費機構は数多くの要素に支配される非常に複雑な現象と言える。著者らはこの現象を抵抗を受けながら進行する波の問題として、巨視的にとらえ考察を進めた。すなわち抵抗係数の概念を導入し、 f の場所的变化を無視し、 $f = \text{const}$ として解析を進め興味ある結果を得たのでここに報告する。

2. 従 来 の 研 究

この種の研究は数多くの研究者によってなされてきたが、前述の様に透水体内の波エネルギーの消費機構

の複雑さのために、実験的研究を主としたものが多い。たとえば、久保、玉井らは透水体内部の波の減衰について、管野、新井らは各種異型塊による波の減衰について、さらに白石、遠藤らは消波工について実験的研究を行っている。これに対し、坂本及び近藤らは透過性構造物内の波を抵抗を受けながら進行する波として考え、抵抗係数の概念を導入し理論的、実験的解析を行っている。しかし抵抗係数の表示において定常状態のそれと非定常状態の抵抗係数が等しいとして、解析を進めている点に問題を残している。富永、坂本は抵抗係数として次式を用いた。

$$f = \frac{1 - \lambda}{2 \lambda^3} \left(\frac{1000}{R_0} + 4.3 \right)$$

ここに、 λ は空ゲキ率、 R_0 はレイノルズ数である。これに対して、金山、吉原は透過堤の場合について次式を用いている。

$$f/\sigma = 4.164 - 10.832/(F_r \cdot h/d) + 8.593/(F_r \cdot h/d)^2$$

$$F_r \cdot h/d > 1.5 \quad \sigma = 2\pi/T$$

* 土木工学科

** 後藤組

ここに、 F_r はフルード数、 h : 前面水深、 d : 粒径、 T : 波の周期である。上式は非定常下において求めた抵抗係数であり実験値との対応は良好である。

本論文では、透水体背後が不透水性のものについて考察を進める。

3. 理論的考察

3.1 入射波が長波の場合

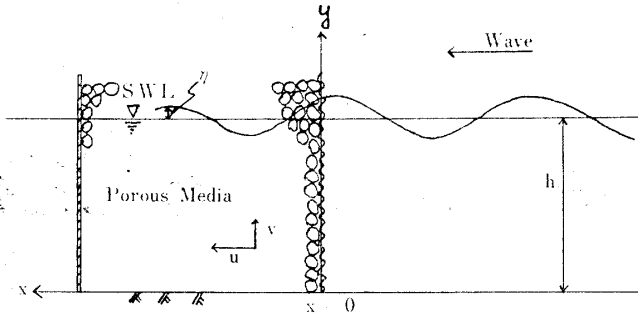


Fig. 1 Notation and definition of Symbols.

流体は非圧縮性と仮定し、波は微小振幅波とすれば、Fig. 1 に示す座標の下で、運動方程式、連続の式は次式で表示される。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - fu \tag{1}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + h \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \tag{2}$$

ここに f は透水体の流体抵抗を示すものである。この f が一定の場合(1), (2)式は、解析的に解くことができるが、 $f=F(x)$ の場合、(1)式は非線型となり解析的に解くことは不可能である。そこでまず $f=const$ の条件の下で透過性構造物の長さが有限大で $x=l$ の位置に不透水層が存在し、そこで波が完全に反射される場合について(1), (2)式の解を求める。

(1), (2)式より次式を得る。

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - \frac{1}{gh} \cdot \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \frac{f}{gh} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \tag{3}$$

(3)式の解を $\eta = \frac{H_0}{2} \mathcal{J}(e^{i\sigma t + \theta_1 x})$ と仮定すると

(3)式より σ と θ に対して

$$\theta_1 = -\theta_2 = m + in \text{ を得る。} \tag{4}$$

ここに
$$m = \sqrt{\frac{\sigma^2}{2gh} \left\{ \sqrt{1 + (f/\sigma)^2} - 1 \right\}} \tag{5}$$

ゆえに(3)式の一般解は、

$$\eta = \frac{H_0}{2} \mathcal{J} \left\{ \int_0^\infty (c_1(\sigma) e^{i\sigma t + \theta_1 x} + c_2(\sigma) e^{i\sigma t - \theta_1 x}) d\sigma \right\} \tag{6}$$

となる。ここに c_1, c_2 は任意関数である。

(6)式を(2)式に代入して u を求めれば

$$u = -\frac{H_0}{2h} \mathcal{J} \left(i \int_0^\infty \left\{ c_1(\sigma) \frac{e^{\theta_1 x}}{\theta_1} - c_2(\sigma) \frac{e^{-\theta_1 x}}{\theta_1} \right\} \sigma e^{i\sigma t} d\sigma \right) \tag{7}$$

(7)式を次の境界条件

$$x=0 \quad \eta = \frac{H_0}{2} \mathcal{J}(e^{i\sigma t}) \tag{8}$$

$$x=l \quad u = 0 \tag{9}$$

の下で解くと

$$\eta = \frac{H_0}{2} \mathcal{J} \left(\frac{e^{\theta_1(l-x)} + e^{-\theta_1(l-x)}}{e^{\theta_1 l} + e^{-\theta_1 l}} e^{i\sigma t} \right) \tag{10}$$

を得る。

さらに(5)式により整理すれば

$$\eta = \frac{H_0}{2} \cdot \frac{P \sin \sigma t + Q \cos \sigma t}{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2} \tag{11}$$

を得る。

ここに

$$P = \cosh ml \cdot \cos nl \cdot \cosh m(l-x) \cos n(l-x) + \sinh ml \cdot \sin nl \cdot \sinh m(l-x) \cdot \sin n(l-x) \tag{12}$$

$$Q = \cosh ml \cdot \cos nl \cdot \sinh m(l-x) \cdot \sin n(l-x) - \sinh ml \cdot \sin nl \cdot \cosh m(l-x) \cdot \cos n(l-x) \tag{13}$$

u は(10)式と(2)式より次式で与えられる。

$$u = -\frac{\sigma H_0}{2h} \cdot \frac{S \cos \sigma t - T \sin \sigma t}{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2} \tag{14}$$

ここに

$$S = \int_0^x P dx = \frac{1}{m^2 + n^2} \left\{ (-m \cosh ml \cdot \cos nl + n \sinh ml \cdot \sin nl) \times \sinh m(l-x) \cos n(l-x) - (n \cosh ml \cos nl + m \sinh ml \cdot \sin nl) \cosh m(l-x) \cdot \sin n(l-x) \right\} \tag{15}$$

$$T = \int_0^x Q dx = \frac{1}{m^2 + n^2} \left\{ (n \cosh ml \cdot \cos nl + m \sinh ml \cdot \sin nl) \times \sinh m(l-x) \cos n(l-x) - (m \cosh ml \cos nl - n \sinh ml \sin nl) \cosh m(l-x) \sin n(l-x) \right\} \tag{16}$$

また鉛直方向の速度 V は、

$$V = -\int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy = \frac{\sigma H_0}{2h} \frac{P \cos \sigma t - Q \sin \sigma t}{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2} y \tag{17}$$

となる。

x 点での u の最大値は

$$u_{max} = \frac{\sigma H_0}{2h} \cdot \frac{\sqrt{S^2 + T^2}}{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2} \quad (18)$$

となる。

(1), (4), (7), (9)式で透水体内の水利諸量が求められる。さらに M.S. Longuet-Higgins の質量輸送理論を導入することにより、次の水理学的諸量が明らかになる。

すなわち水粒子の速度 $\mathbf{u}(u, v)$ が座標 $\mathbf{X}(x, y)$ 及び時間 t の周期関数である場合、 $t=0$ で $\mathbf{X}=\mathbf{X}_0$ の水粒子は $t=t$ で $\mathbf{X}=\mathbf{X}_0 + \int_0^t \mathbf{u} dt$ へ移動する。

この点の速度 $\mathbf{U}(U, V)$ は、次式となる。

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \mathbf{u}(\mathbf{X}_0 + \int_0^t \mathbf{u} dt, t) \\ &= \mathbf{u}(\mathbf{X}_0, t) + \left(\int_0^t \mathbf{u} dt \cdot \text{grad} \right) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{X}_0, t) \end{aligned} \quad (19)$$

ここで、 $\mathbf{U}_1 = \mathbf{u}(\mathbf{X}_0, t)$,

$$\mathbf{U}_2 = \mathbf{U}_1 + \left(\int_0^t \mathbf{u} dt \cdot \text{grad} \right) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}_0, t) \quad (20)$$

とし $\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2$ をそれぞれ第1, 第2次近似速度と定義する。 $\mathbf{U}(\mathbf{X}_0, t)$ が周期 T の周期関数であることから(20)式の1周期平均値をとれば

$$\mathbf{U}_1 = \mathbf{u}(\mathbf{X}_0, t) = \frac{1}{T} \int_0^{t+T} \mathbf{u} dt = 0 \quad (21)$$

$$\begin{aligned} U_2 &= U_1 + \left(\frac{H_0}{2} \right) \frac{\sigma}{2h^2 \{ (\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2 \}^2} \left[-2T_0 \times (P_0 \cos \sigma t - Q_0 \sin \sigma t) \right. \\ &\quad \left. + (P_0 S_0 - Q_0 T_0) \sin 2\sigma t + (P_0 T_0 + Q_0 S_0) \times \cos 2\sigma t + (P_0 T_0 - Q_0 S_0) \right] \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} V_2 &= V_1 + \frac{\sigma \cdot y_0}{2h^2 \{ (\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2 \}^2} \left[-2(J_0 T_0 + P_0 Q_0) \cos \sigma t + 2(K_0 T_0 \right. \\ &\quad \left. + Q_0^2) \sin \sigma t + \{ (P_0^2 - Q_0^2) + (J_0 S_0 - K_0 T_0) \} \sin 2\sigma t + \{ (J_0 T_0 + P_0 Q_0) \right. \\ &\quad \left. + (K_0 S_0 + P_0 Q_0) \} \cos 2\sigma t - (K_0 S_0 + P_0 Q_0) + (J_0 T_0 + P_0 Q_0) \right] \end{aligned} \quad (29)$$

ここに

$$\begin{aligned} J_0 &= \frac{\partial P_0}{\partial x_0} \\ &= -(m \cdot \cosh ml \cdot \cos nl + n \cdot \sinh ml \cdot \sin nl) \cdot \sinh m(l-x_0) \times \cos n(l-x_0) \\ &\quad - (m \cdot \sinh ml \cdot \sin nl - n \cosh ml \cdot \cos nl) \times \cosh m(l-x_0) \cdot \sin n(l-x_0) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} K_0 &= \frac{\partial Q_0}{\partial x_0} \\ &= -(m \cdot \cosh ml \cdot \cos nl + n \sinh ml \cdot \sin nl) \cdot \cosh m(l-x_0) \times \sin n(l-x_0) \\ &\quad + (m \cdot \sinh ml \cdot \sin nl - n \cosh ml \cdot \cos nl) \times \sinh m(l-x_0) \cdot \cos n(l-x_0) \end{aligned} \quad (31)$$

である。

一方(29)式による質量輸送速度 (\bar{U}_2, \bar{V}_2) は次式となる。

となるが

$$\bar{U}_2 = \frac{1}{T} \int_0^{t+T} \left[\left(\int_0^t \mathbf{u} dt \cdot \text{grad} \right) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{X}_0, t) \right] dt \quad (22)$$

は一般に0ではなく質量輸送速度といわれる。

一方向に流れがない場合の水路任意断面全体についての水平方向の質量輸送速度の和は0であり、この場合の質量輸送速度を次式で表わす。

$$U_2^* = U_2 + U_c, \quad V_2^* = - \int_0^y \frac{\partial U_2^*}{\partial x} dy \quad (23)$$

ここで U_c は次式より求まる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^h U_2^* dy = 0 \quad (24)$$

U_c が x のみの関数であれば次式を得る。

$$U_c(x) = - \frac{1}{h} \int_0^h U_2 dy \quad (25)$$

したがって、第一次近似速度 ($\mathbf{U}_1, \mathbf{V}_1$) は、(4), (7)式及び(20)式より

$$U_1 = - \frac{\sigma H_0}{2h} \cdot \frac{S_0 \cos \sigma t - T_0 \sin \sigma t}{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2} \quad (26)$$

$$V_1 = \frac{\sigma H_0}{2h} \cdot \frac{P_0 \cos \sigma t - Q_0 \sin \sigma t}{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2} y_0 \quad (27)$$

となる。

第2次近似速度も同様にして次式で与えられる

$$\left. \begin{aligned} \bar{U}_2 &= \left(\frac{H_0}{2}\right)^2 \frac{\sigma(P_0 T_0 - Q_0 S_0)}{2 h^2 \{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2\}^2} \\ \bar{V}_2 &= \left(\frac{H_0}{2}\right)^2 \frac{\sigma(J_0 T_0 - K_0 S_0)}{2 h^2 \{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2\}^2 y_0} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

(32)式による質量輸送速 (\bar{U}_2^* , \bar{V}_2^*) は, (24), (32)式より

$U_c(x) = -\bar{U}_2$ を得て, (32)式により次式で与えられる.

$$U_2^* = V_2^* = 0 \quad (33)$$

また第2近似の水粒子の軌跡は,

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt}(x-x_0) &= U_2 - \bar{U}_2 + U_2^* \\ \frac{d}{dt}(y-y_0) &= V_2 - \bar{V}_2 + V_2^* \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

より次式となる.

$$\begin{aligned} x-x_0 &= -\frac{H_0}{2} \cdot \frac{S_0 \sin \sigma t + T_0 \cos \sigma t}{h \{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2\}} \\ &\quad + \left(\frac{H_0}{2}\right)^2 \frac{1}{2 h^2 \{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2\}^2} \left[-2 T_0 (P_0 \sin \sigma t + Q_0 \cos \sigma t) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \{ (P_0 S_0 - Q_0 T_0) \cos 2 \sigma t - (P_0 T_0 - Q_0 S_0) \sin 2 \sigma t \} \right] \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} y-y_0 &= \frac{H_0}{2} \frac{P_0 \sin \sigma t + Q_0 \cos \sigma t}{h \{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2\} y_0} \\ &\quad - \left(\frac{H_0}{2}\right)^2 \frac{y_0}{2 h^2 \{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2\}^2} \left[-2 (J_0 T_0 + P_0 Q_0) \sin \sigma t - 2 (K_0 T_0 \right. \\ &\quad \left. - Q_0)^2 \cos \sigma t - \frac{1}{2} \{ (P_0^2 - Q_0^2) - (J_0 S_0 - K_0 T_0) \} \times (\cos 2 \sigma t + \frac{1}{2} \{ (J_0 T_0 + P_0 Q_0) \right. \\ &\quad \left. + (K_0 S_0 + P_0 Q_0) \} \sin 2 \sigma t \right] \end{aligned} \quad (36)$$

3・2 入射波が浅水表面波の場合

表面波の場合には水平方向の流速 u は x , t のみならず y の関数であるため(1), (2)式は成立しない. そこで平均流速 \bar{u} を考慮して基本式をたてれば次式となる.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + h \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = 0 \quad (37)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - f \bar{u} \quad (38)$$

ここに

$$u(x, y, t) = \frac{n \cdot h \cdot \cosh ny}{\sinh ny} \cdot \bar{u}(x, t) \quad (39)$$

$f = \text{const}$ と見せば(35), (38)式は解析的に解ける.

長波の場合と同様に考えれば, x 点での水面変動量 η 流速 u , v は次式で表示されている.

$$\eta = \frac{H_0}{2} \cdot \frac{P \sin \sigma t + Q \cos \sigma t}{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2} \quad (40)$$

$$u = -\frac{H_0}{2} \frac{\cosh ny}{\sigma n \sinh nh} \frac{S \cos \sigma t - T \sin \sigma t}{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2} \quad (42)$$

$$V = \frac{H_0}{2} \frac{\sinh ny}{\sigma \sinh nh} \frac{P \cos \sigma t - Q \sin \sigma t}{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2} \quad (42)$$

次に第1次近似速度及び第2次近似速度も同様な考え方で次式で与えられる.

$$U_1 = -\frac{H_0}{2} \frac{\cosh ny_0}{\sigma n \sinh nh} \frac{S_0 \cos \sigma t - T_0 \sin \sigma t}{(\cosh ml \cdot \cos l)^2 + (\sinh ml \cdot \sin l)^2} \quad (43)$$

$$V_1 = \frac{H_0}{2} \sigma \frac{\sinh ny_0}{\sinh nh} \frac{P_0 \cos \sigma t - Q_0 \sin \sigma t}{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2} \quad (44)$$

$$U_2 = U_1 + \left(\frac{H_0}{2}\right)^2 \frac{\sigma n^2}{2 \sinh^2 nh \{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2\}^2} \times \left\{ (P_0 T_0 - Q_0 S_0) \cosh 2 ny_0 + 2 Q_0 T_0 \sin \sigma t + 2 (Q_0 S_0 \sinh^2 ny_0 - P_0 T_0 \cosh^2 ny_0) \cos \sigma t + (P_0 S_0 - Q_0 T_0) \sin 2 \sigma t + (Q_0 S_0 + P_0 T_0) \cos 2 \sigma t \right\} \quad (45)$$

$$V_2 = V_1 + \left(\frac{H_0}{2}\right)^2 \frac{\sigma n \sinh 2 ny_0}{4 \sinh^2 nh \{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2\}^2} \times \left\{ (K_0 S_0 - J_0 T_0) + 2 (J_0 T_0 - Q_0 P_0) \cos \sigma t + 2 (Q_0^2 - K_0 T_0) \sin \sigma t + \{(P_0^2 - Q_0^2) + (K_0 T_0 - J_0 S_0)\} \sin 2 \sigma t + \{2 P_0 Q_0 - (J_0 T_0 + K_0 S_0)\} \cos 2 \sigma t \right\} \quad (46)$$

一方(45)式の質量輸送速度は

$$\bar{U}_2 = \left(\frac{H_0}{2}\right)^2 \frac{\sigma n^2 (P_0 T_0 - Q_0 S_0) \cosh 2 ny_0}{2 \sinh^2 nh \{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2\}^2} \quad (47)$$

$$V_2 = \left(\frac{H_0}{2}\right)^2 \frac{\sigma n (K_0 S_0 - J_0 T_0) \sinh 2 ny_0}{4 \sinh^2 nh \{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2\}^2} \quad (48)$$

となり、(48)式の質量輸送速度は次式で与えられる。

$$U_2^* = \left(\frac{H_0}{2}\right)^2 \frac{\sigma n^2 (P_0 T_0 - Q_0 S_0)}{2 \sinh^2 nh \{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2\}^2} \times \left\{ \cosh 2 ny_0 - \frac{\sinh 2 nh}{2 nh} \right\} \quad (49)$$

$$V_2^* = \left(\frac{H_0}{2}\right)^2 \frac{\sigma n (K_0 S_0 - J_0 T_0)}{4 \sinh^2 nh \{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2\}^2} \times \left\{ \sinh 2 ny_0 - \frac{y_0 \sinh 2 nh}{h} \right\} \quad (50)$$

第2次近似の水粒子の軌跡は同様に次式で示される。

$$x - x_0 = -\frac{H_0}{2} \cdot n \cdot \frac{\cosh ny_0}{\sinh nh} \cdot \frac{S_0 \sin \sigma t + T_0 \cos \sigma t}{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2} + \left(\frac{H_0}{2}\right)^2 \frac{n^2}{2 \sinh^2 nh \{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2\}^2} \left\{ (P_0 T_0 - Q_0 S_0) \times (\cosh 2 ny_0 - \frac{\sinh 2 nh}{2 nh}) \sigma t - 2 Q_0 T_0 \cos \sigma t + 2 (Q_0 S_0 \cosh^2 ny_0 - P_0 T_0 \cosh^2 ny_0) \sin \sigma t - \frac{1}{2} \{ (P_0 S_0 - Q_0 T_0) \cos 2 \sigma t - (Q_0 S_0 + P_0 T_0) \times \sin 2 \sigma t \} \right\} \quad (51)$$

$$y - y_0 = \frac{H_0}{2} \cdot \frac{\sinh ny_0}{\sinh nh} \cdot \frac{P_0 \sin \sigma t + Q_0 \cos \sigma t}{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2} + \left(\frac{H_0}{2}\right)^2 \cdot \frac{n \sinh 2 ny_0}{4 \sinh^2 nh \{(\cosh ml \cdot \cos nl)^2 + (\sinh ml \cdot \sin nl)^2\}^2} \left\{ (K_0 S_0 - J_0 T_0) \times \left(1 - \frac{y_0 \sinh 2 nh}{h \sinh 2 ny_0}\right) \sigma t + (J_0 T_0 - P_0 Q_0) 2 \sin \sigma t - 2 (Q_0^2 - K_0 T_0) \cos \sigma t - \{ (P_0^2 - Q_0^2) + (K_0 T_0 - J_0 S_0) \} \frac{\cos 2 \sigma t}{2} + \{ 2 P_0 Q_0 - (J_0 T_0 + K_0 S_0) \} \frac{\sin 2 \sigma t}{2} \right\} \quad (52)$$

以上の式より、浅水表面波が入射した場合の透水体内の水利諸量が求められる。

4. 実験的解析

4.1 実験装置及び方法

Fig. 2 に示すような実験装置を用いた。造波水路の大きさは、長さ20m、巾70cm、高さ70cmの2次元水路である。造波機はフラッター型である。測定量は、入射波の周期、波長、波速、波高及び透水体内の波高と透水体前面での反射率である。反射率の測定は、ヒ

ーレーの方法に従った。透水体内での波高は、塩化ビニールパイプに密な孔をあけ、その中に波高計を挿入して測定を行った。波高計は容量型波高計を用いた。透水体は、直径2.3cmのガラス球で作成し、堤長は70cm、50cm、30cmとし、前面水深をそれぞれ35cm、25cm、15cmに変化させて、合計304の場合について実験を行った。

実験供試波の波形勾配 H/L は、0.0039~0.105の範

囲であった。

Fig. 3は、入射波、反射波及び透水体内の波形の実測例である。

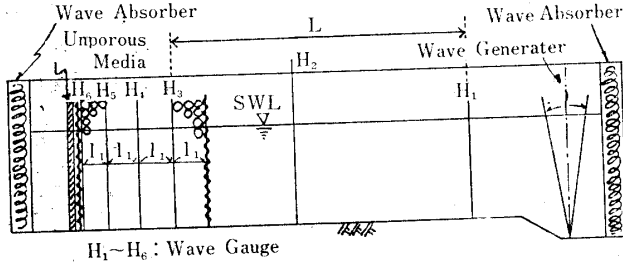


Fig. 2 Arrangement for the test channel.

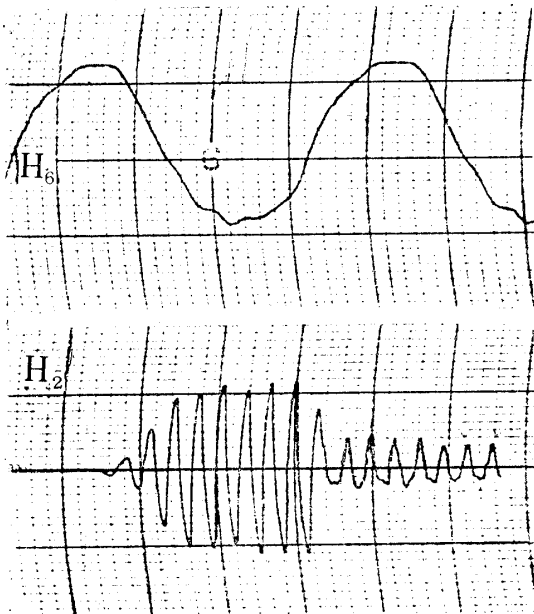


Fig. 3 Measurement example of wave height.

4・2 反射率と波の性質

透水体に波が入射するとそのエネルギーの一部は反射され反射波となり、残りは透水体内部に侵入し、エネルギーを消費しながら伝達する。Fig. 4は、入射波高 H_0 と反射波高 H_R との比を反射率として実験結果を表示したものである。これにより次のことが言え

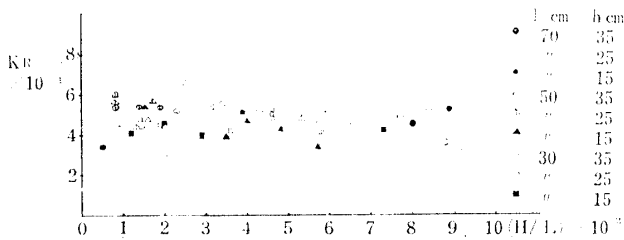


Fig. 4 Relationship between wave Steepness and Reflection coefficient.

る。反射率は0.3~0.6の範囲にあり、波形勾配 H/L が大きくなると、反射率 K_R は小さくなる傾向がある。しかし、ばらつきが大きいので、この傾向は顕著でない。

これは、反射率の測定が非常に困難であり、ヒューレーの測定方法自体の欠点を含んでいると言えよう。

4・3 透水体内の波の減衰 Fig. 5は、透水体内の波の減衰の実験値を片対数グラフに示したものである。

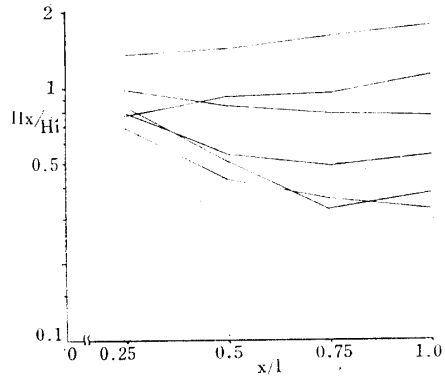


Fig. 5 Decrease of wave height in Porous Media.

H_0 は入射波高 H_x は透水体内 x 点での波高、 L は透水体長を示すものである。これによると、波の減衰の種類は、次の4つに分けられる。

- (1) 単調増加の形態 $H/L=0.0039\sim0.0044$
- (2) 極大値をもつ形態 $H/L=0.0044\sim0.0086$
- (3) 極小値をもつ形態 $H/L=0.0086\sim0.032$
- (4) 単調減少の形態 $H/L=0.0032\sim0.105$

Fig. 6は、透水体内の波の減衰を普通目盛グラフに示したものである。 H_1 は透水体前面での波高で、

$$H_1 = H_0 \times (1 + K_R)$$

これより次のことが言える。

波形勾配 H/L が大きい場合、波高は指数函数的に減衰するが、波形勾配 H/L が小さい場合、波高は透水体の奥で大きくなる。これは波形勾配の小さい波つまり長波の場合には、波は透水体の奥まで伝達し、その反射の影響のためと思われる。

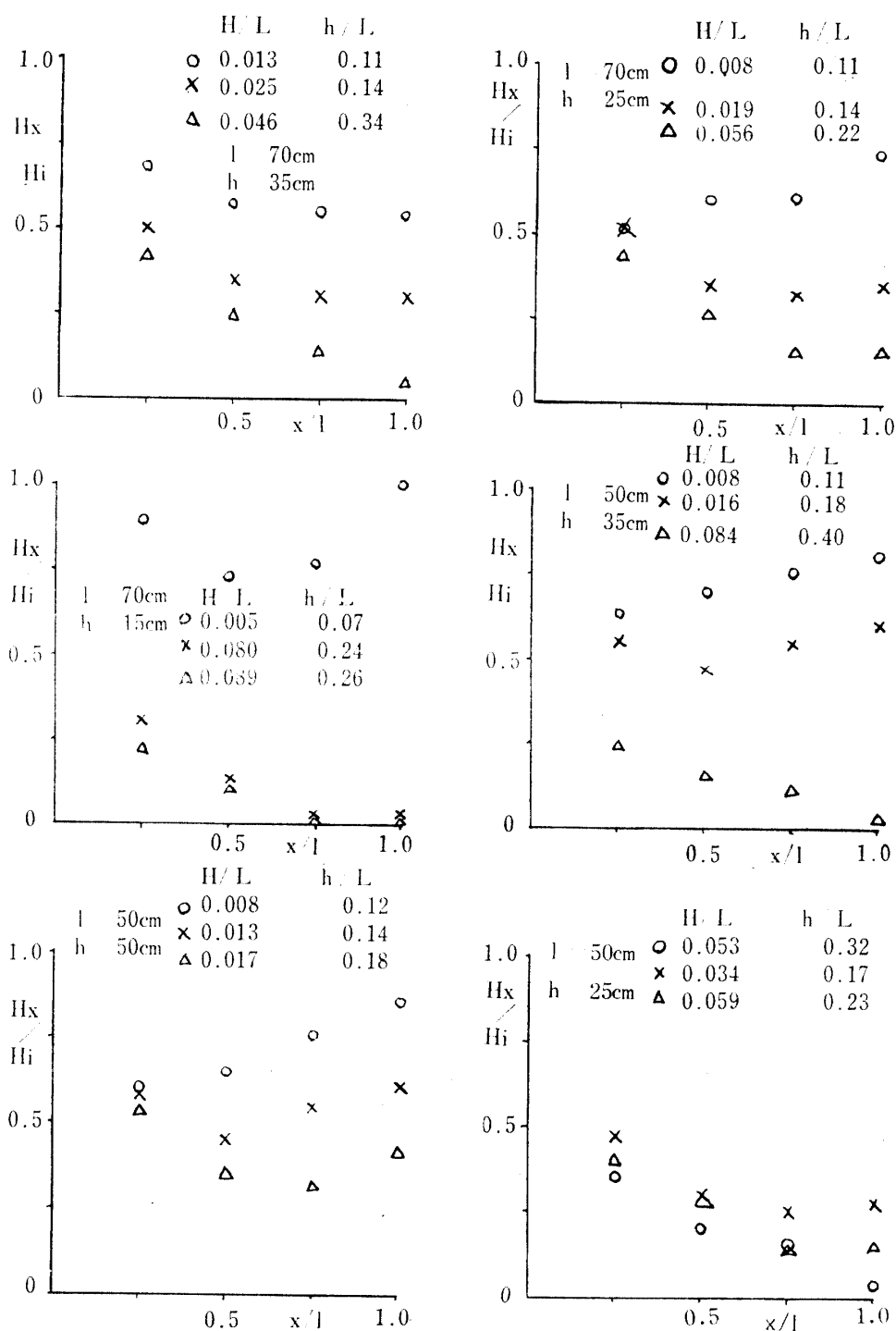


Fig. 6 Decrease of wave height in Porous Media.

4.4 抵抗係数 f/σ の表示

Fig. 5-6 からわかるように、抵抗係数は場所的な関数であるが、本論文では透水体全体に渡る抵抗係数の代表値を与え解析を進めた。抵抗係数の代表値としては、透水体中央部のそれを用いることにした。3節において展開した理論と実験により、 f/σ なる抵抗係数を実験的に求める。

4.4.1 無次元量と m との関係

(a) 無次元量

透水体内に波が入射した場合、その現象を規定する物理量として、次のものが考えられる。

H : 波高, L : 波長, d : 粒径, l : 堤長, h : 前面水深

以上の物理量より得られる無次元量としては、 H/L ,

$h/L, l/d$ 等がある.

(b) m の性質

入射波を, $H_1 = H_0(1 + K_R)$ として, (1)式に実験値を代入して f/σ を決定し, さらにこの f/σ を(5)式に用いて m を決定する. (1)式, (5)式により, m の次元は $[1/L]$ である. (a)で述べた無次元量と m との関係, Fig. 7 に示す.

これによると, $H/L, h/L, l/L$ の増加とともに, m も増加することがわかる. また d が小さくなるほど, 抵抗係数は大きくなると推定される.

以上の事から, 物理的意味を保持する無次元量として $H_0 h \cdot l/L^3$ を得た.

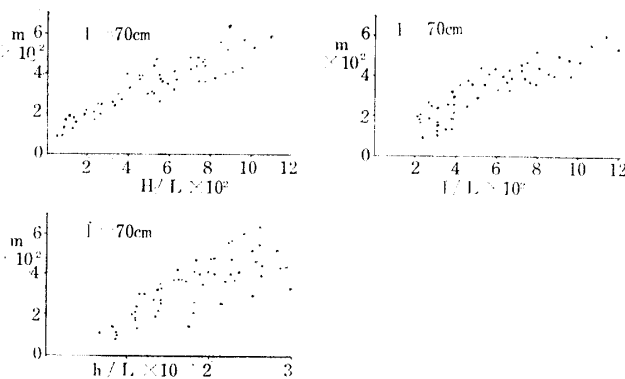


Fig. 7 Relationship between m and $H/L, h/L, l/L,$

(c) m と $H_0 \cdot h \cdot l/L^3$ との関係

m と $H_0 h \cdot l/L^3$ との関係, Fig. 8 に示す. これが

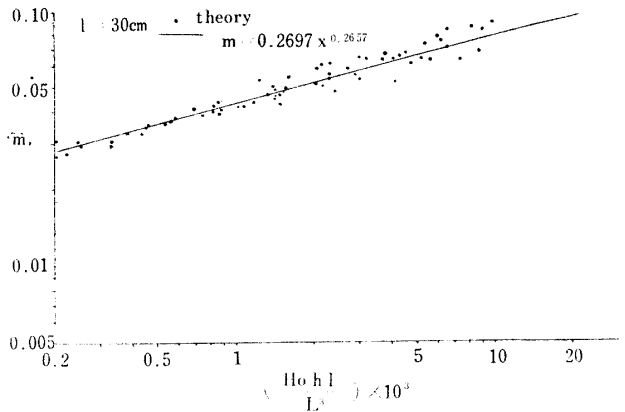
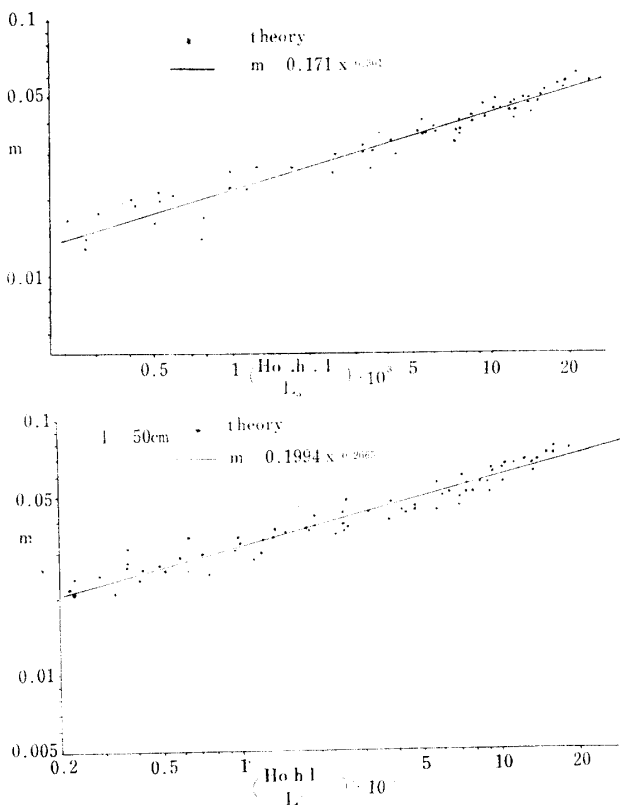


Fig. 8 Relationship between m and $(H_0 \cdot h \cdot l/L^3)$

らわかるように, m と $H_0 \cdot h \cdot l/L^3$ との関係は両対数上で直線に近似できるので, m を次式のようにおく.

$$m = \alpha \cdot x^\beta$$

ここに $x = \frac{H_0 \cdot h \cdot l}{L^3}$

最小二乗法を用いて, それぞれの場合の α, β を決定する. 次に求めた α, β に最小二乗法を適用して, 実験式を求める. ここで前述したように, m は $[1/L]$ の次元をもつから, α が $[1/L]$, β は $[0]$ の次元をもたなければならない. Fig. 9 に α, β のグラフを示す.

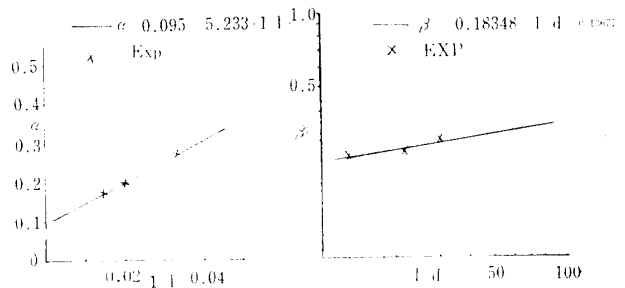


Fig. 9 Relationship between α and $1/l, \beta$ and $1/d$

以下に求めた実験式を示す.

$$f/\sigma = \sqrt{\left(\frac{(2gh(\alpha \cdot x^\beta)^2}{\alpha^2} + 1)\right)^2 - 1} \quad (53)$$

ここに $\alpha = 0.095 + 5.233(1/l)$

$\beta = 0.18348(1/d)^{0.13677}$

$x = H_0 \cdot h \cdot l/L^3$ である.

上式により, 入射波の条件である波長, 波高, 周期及び前面水深, 透水体構成材粒子の代表長, 透水体の堤長を知り, 一義的に抵抗係数を決定し, 3節で展開した理論により透水体内の水理諸量が計算される.

5. 考 察

5・1 透水体内の波の減衰

Fig. 10は、(11)式(6)式から求めた透水体内の水面形の理論値と実験値とを比較したものである。

これらのグラフにより次のことが言える。

波形勾配の大きい波 ($H/L=0.04\sim0.09$) では、理論値と実験値は比較的よく一致する。しかし、波形勾配の小さい波 ($H/L=0.005\sim0.04$) では、実験値と理論値は、波形勾配の大きい時ほど一致しない。

特に、 $x/l=1.0$ と $x/l=0.25$ の付近では、その差が大きい。これは、不透水層による波の反射の影響と入射面での波の反射の影響であると思われる。

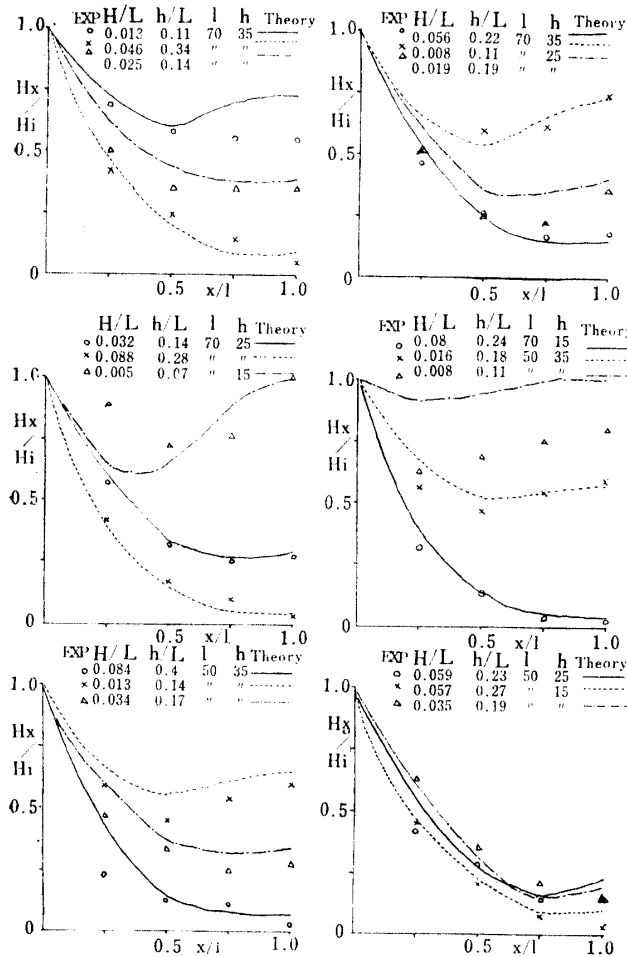


Fig. 10 Compare with the theory and Experiment in regard to wave Height in Porous Media.

5・2 透水体内の流速分布

(A) 波 長

(14), (17)式により長波の水平方向及び鉛直方向の最大流速を求め、その流速分布を Fig. 11に示す。水平流速 u_{max} は透水体前面で大きく、透水体内部に行くに従って、小さくなり、 $x=l$ にある不透水層で u_{max}

= 0になる。鉛直流速 V_{max} は、水底で0となり、水面に近づくにつれて大きくなる。また V_{max} は透水体内部に行くに従って小さくなるが、不透水層の前方で、前の V_{max} より大きくなる。この点は波形勾配が大きいほど不透水層に近いと思われる。

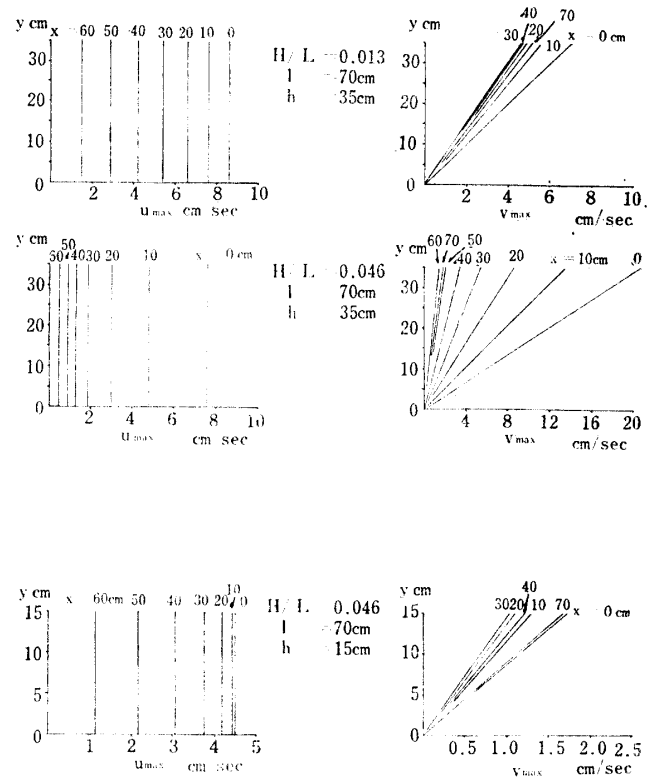


Fig. 11 Velocity distribution in Porous Media (Long wave)

(B) 浅水表面波

(14), (12)式により浅水表面波の水平方向及び鉛直方向の最大流速を求め、その流速分布を Fig. 12に示す。

V_{max} 及び U_{max} は、水底で最小値 (V_{max} の場合は0である。) をとり、水面に近づくにつれて大きくなり、水面で最大となる。 V_{max} , U_{max} の流速分布は、波が透水体の奥へ進行するに従って長波の流速分布に近づく。これは、浅水表面波が入射しても透水体中を進むとともに、だんだん長波に近づくことを示している。また V_{max} の流速分布は長波の場合と同様に不透水層の前方で前の V_{max} より大きくなる。この点も同様に勾配の大きいほど奥にある。

尚、本実験では透水体中の流速が測定できず、理論値と実験値との比較ができなかったが、水面計算の理論値が適正な値を与えているので、流速の値も適正値を与えていると思われる。

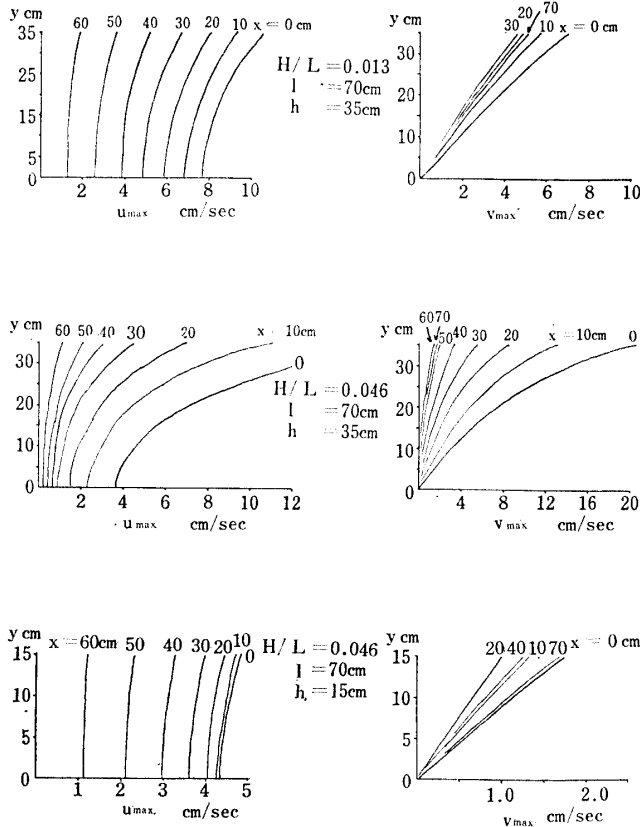


Fig. 12 Velocity distribution in Porous Media (Surface Wave)

5・3 透水体内の質量輸送速度

質量輸送速度は、長波の場合 0 であり、浅水表面波の場合は、(49), (50)式で与えられる。上式に実験値を代入し、質量輸送速度を求め、その速度分布を Fig. 13 に示す。

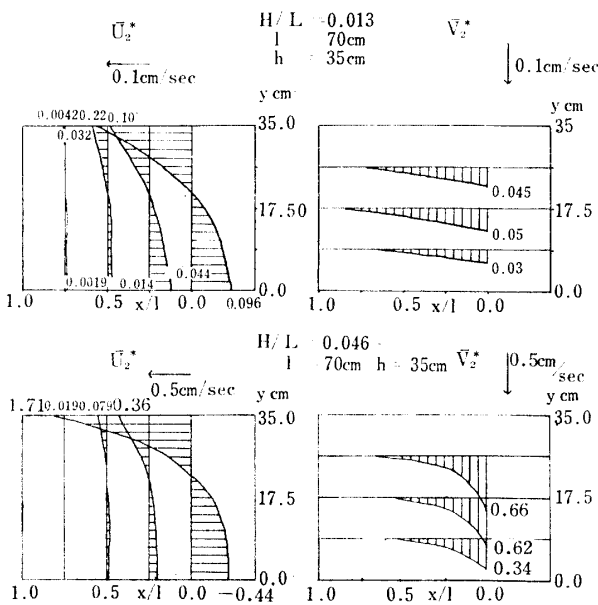


Fig. 13 Distribution of the mass transport Velocity.

これによると水平方向の質量輸送速度 \bar{U}_2^* は、水底で一方向の最大値を、水面で十方向の最大値をとり、 $h/y=0.6$ 付近で $\bar{U}_2^*=0$ となる。また不透水層の所で $\bar{U}_3^*=0$ となる。鉛直方向の質量輸送速度 \bar{V}_2^* は、水底と水面で 0 となり $h/y=0.6$ 付近で最大となり、また透水体の入射面で大きく、透水体の中へ進むに従って小さくなり不透水層の所で 0 になる。次に、Fig. 14 には、ある点における質量輸送速度の合速度を示す。これによると、透水体内の水は矢印のように動くとは推定できる。

これらの輸送速度の絶対値の大きさは、波速の 10 程度でレキ層内に入るにつれて急激に減少するが、波がくり返し作用する海岸堤防の場合には無視できない大きさとなり、堤体盛土の吸い出しの重要な原因と考えられる。

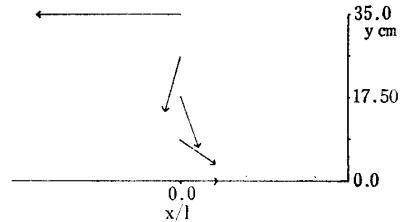


Fig. 14 Direction of Mass transportation.

5・4 透水体内の水粒子の軌跡

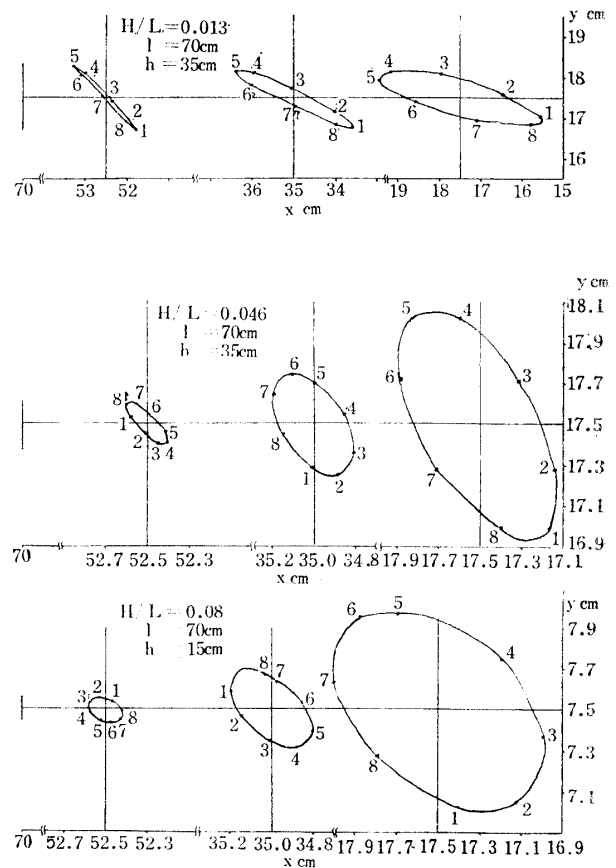


Fig. 15 Distribution of the water particle Orbit (Long wave)

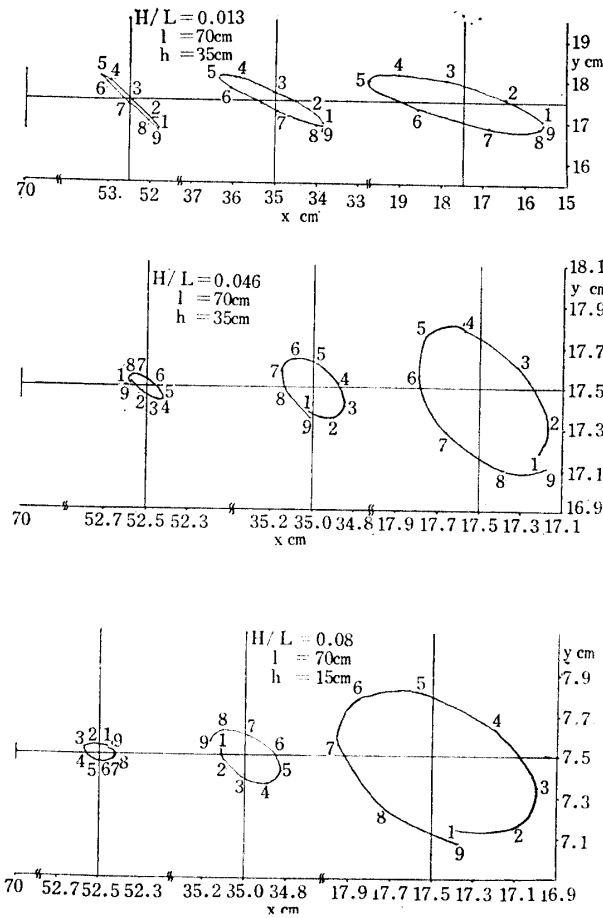


Fig. 16 Distribution of the waterparticle Orbit (Surface wave)

Fig. 15・16は、長波と浅水表面波の場合について、レキ層内の水粒子の軌跡を示したものである。水粒子の軌跡は主軸が波の進行方向に対して上り勾配に傾いた楕円軌道となる。この傾は波形勾配が大きいくほど大きくなる。またこの傾は透水体内を進むにつれて大きくなり $x/l=1.0$ の不透水層の所で傾きは 90° になる。

楕円の大きさは、入射面が最も大きく奥へ行くほど小さくなる。

(A) 長波

長波の場合、水粒子の描く軌跡は楕円となり、閉曲線である。

(B) 浅水表面波

浅水表面波の場合の楕円軌道は、閉じない。

前に述べた Fig. 14 と Fig. 15, 16より透水体内の水の動きを Fig. 17に示す。

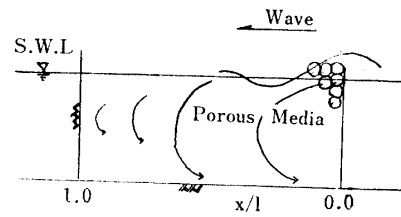


Fig. 17 Profile of water motion in porous Media

6. 結 論

透水体に波が入射した場合の透水体内での水理諸量について考察を進めてきた。透水体内の波を抵抗を受けながら進行する波と 考え 解析を進め次の結果を得た。

(1) 透水体の波動運動下における抵抗の表示として次式を得た。

$$f/\sigma = \sqrt{\left(\frac{2ghm^2}{\sigma^2} + 1\right)^2 - 1}$$

ここに $m = \alpha \cdot x_\beta$

$$x = H_0 \cdot h \cdot l / L^3$$

$$\alpha = 0.0954 + 5.233(1/l)$$

$$\beta = 0.18348(l/d)^{0.13677}$$

(2) 抵抗係数 f/σ の実験式を、理論式(1)に用い、入射波の波形勾配が 0.04 以上のものについて透水内の水面変化を説明できた。

(3) 透水体内の流速を理論的に推定した。それによると透水体内においては、 $0 \sim 20\text{cm/sec}$ の速度をもつことが推定された。

(4) 巨視的な立場からみた透水体内の粒子の軌跡は波の進行方向に対して上り、勾配をもつ楕円であり、長波の場合、この楕円は閉じ、浅水表面波の場合は開いている。

(5) 透水体に浅水表面波が入射した場合、波速の 10^{-3} 程度の質量輸送速度が存在する。

(6) 透水体内での水の動きを推察した。

参 考 文 献

- 1) 近藤淑郎：透過性構造物の水理特性に関する研究第16, 15, 17, 18回海岸工学講演集
- 2) 富永正照：透過性構造物による波の変形に関する研究。第16回海岸工学講演集
- 3) 永井荘七郎：水理学。コロナ社 (1968) P. 297
- 4) 金山和雄：透過性構造物の流体抵抗に関する研究山工大研, 第25巻1号

(昭和50年11月5日受理)