

混合モード状態における脆性破壊基準の 実験的評価について

河野 俊一*・山村 基久**・清水 茂俊*

The Experimental Evaluation on the Brittle Fracture Characterization under the Mixed Mode

Shun-ichi KAWANO, Motohisa YAMAMURA and Shigetoshi SHIMIZU

Abstract

For the criterion of brittle fracture under the mixed mode, Erdogan et al. showed the maximum principal stress theory, and Sih proposed the energy-density-factor (S) theory.

The aim of this study is to evaluate experimentally the appropriateness these criterions under the mixed mode. The hard polyvinyl chloride rectangular plates with a slant crack are examined in these tests. The initial angles of crack growth θ_f and the fracture stresses σ_f are measured for various crack angles β and crack lengths $2a$. And the geometrical correction factors F_I and F_{II} which are included in these theories are obtained by superposition method using Finite Element Method, which is proposed by authors.

1. 緒 言

G. R. Irwin¹⁾ の提唱した応力拡大係数 K の概念は、ASTM E-399 規格²⁾ に代表されるように、すでに工業材料の材料特性の一つとして設計等に広く用いられている。

しかし、その研究の多くは引張型の破壊、いわゆる Mode I (K_{Ic}) 型の破壊を対象にしたものであり、Mode I、と剪断型の Mode II (K_{IIc}) 型が共存した、いわゆる混合モードに対する破壊基準については未だ決定的な結論は得られていない。一般に圧力容器、橋梁等の実際の構造物に存在する亀裂（溶接割れ、疲労亀裂等）は、複雑な応力場を形成する。したがってこれらの構造物の安全性を、亀裂の存在をも容認して定量的に評価するためには、混合モードに対する破壊基準を理論および実験的に確立する必要がある。

R. Erdogan, G. C. Sih³⁾ は亀裂先端近傍の主応力がある値に達すると破壊を生じると仮定し、亀裂進展開始時の破壊角 θ_f を理論的に導いた。また、G. C. Sih⁴⁾ はひずみエネルギー密度係数 (S) 理論を提案し、

混合モード状態における破壊基準について考察を行なった。しかし、それらの研究は無限板中の亀裂を対象にしたものであり、その仮説の妥当性を実験的に評価するためには、有限板に対する精度の高い K_I, K_{II} 値を求める必要がある。

一方、阪野、金沢ら⁵⁾⁶⁾ は三点曲げ試験片を用いて、従来の混合モード破壊基準³⁾⁴⁾⁷⁾ の実験的検証を行なったが、傾斜亀裂を有する矩形板については結論が得られていない。

既報⁸⁾⁹⁾ で著者らは、亀裂先端近傍の応力場をあらゆる無限板に対する解析解と有限要素法 (FEM) による計算結果を重ね合せ、これに T. K. Hellen¹⁰⁾ の提唱した J 線積分を用いる方法によって、混合モード状態においても高精度の K_I, K_{II} 値が得られることを報告した。

本報告は混合モード破壊基準として提唱されている“最大主応力説”³⁾ と“ひずみエネルギー密度説”⁴⁾ の妥当性を実験的に検討するため、まず中央に傾斜亀裂を有する硬質アクリル樹脂の矩形板を用いて破壊実験を行ない、破壊応力 σ_f と破壊角 θ_f を実験的に求めた。次に既報⁸⁾⁹⁾ で示した幾何学的形状係数 F_I, F_{II} を用い、上記の理論によって σ_f, θ_f を求め実験結果との比較を行なった。

* 機械工学科

** 帝人精機株式会社

2. 混合モードに対する破壊理論

Fig. 1 に示すように、亀裂先端を原点として極座標 (r, θ) をとると、亀裂先端近傍の応力は次式で表わされる⁴⁾。

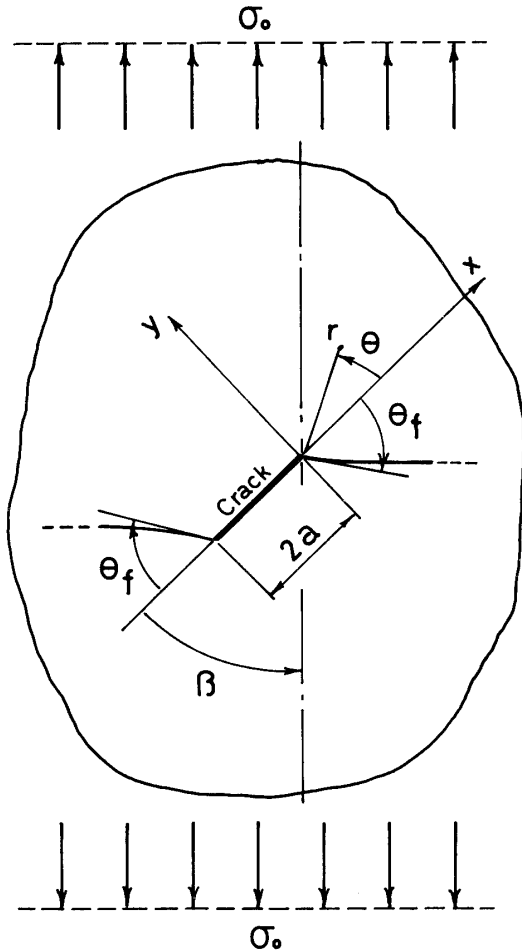


Fig. 1 Schematic illustration of the coordinate for the cracked plate.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{(2r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \left[K_I \left(1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{2} \left(3 \sin \theta - 4 \tan \frac{\theta}{2} \right) \right] \\ \sigma_\theta &= \frac{1}{(2r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \left[K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right] \\ \tau_{r\theta} &= \frac{1}{(2r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \left[K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1) \right] \end{aligned} \right\} (1)$$

ここで、 K_I および K_{II} はそれぞれ Mode I および Mode II に対する応力拡大係数である。Fig. 1 に示すように負荷 (σ_0) 方向に対し角度 β 、長さ $2a$ の亀裂を有する矩形板では K_I, K_{II} は次式で与えられる⁴⁾。

$$\left. \begin{aligned} K_I &= \sigma_0 a^{1/2} \sin^2 \beta \cdot F_I(2a/W, \beta) \\ K_{II} &= \sigma_0 a^{1/2} \sin \beta \cos \beta \cdot F_{II}(2a/W, \beta) \end{aligned} \right\} (2)$$

ただし、 $F_I(2a/W, \beta), F_{II}(2a/W, \beta)$ は無限板に対する有限板の幾何学的修正係数である。

i) 最大主応力破壊基準

Erdogan, Sih³⁾ は、(1) の第 2 式で表わされる θ 方向の応力 σ_θ の最大値 $\sigma_{\theta_{max}}$ の特異項が一定値に達すると脆性破壊を生じると仮定した。すなわち、亀裂は $\tau_{r\theta} = 0$ なる方向に進展し、その方向 (θ_f) は (1) の第 3 式の右辺を 0 と置くことにより求まる。

$$\cos(\theta_f/2) [K_I \sin \theta_f + K_{II} (3 \cos \theta_f - 1)] = 0 \quad (3)$$

したがって、(2) 式を (3) 式に代入すると、 θ_f は次式より求まる。

$$(F_I/F_{II}) \tan \beta \sin \theta_f + (3 \cos \theta_f - 1) = 0 \quad (4)$$

$\sigma_{\theta_{max}}$ の特異項がある値に達すると破壊を生じるという仮説より

$$(2r)^{1/2} \cdot \sigma_{\theta_{max}} = K_c \quad (\text{一定}) \quad (5)$$

と置き、(2)、(5) 式を (1) の第 2 式に代入すると、破壊応力 σ_f は次に示すようになる。

$$\sigma_f = K_c / \left[\sqrt{\pi a} \cdot \cos \frac{\theta_f}{2} \left\{ F_I \sin^2 \beta \cos^2 \frac{\theta_f}{2} - \frac{1}{4} F_{II} \sin \beta \sin \theta_f \right\} \right] \quad (6)$$

ii) ひずみエネルギー密度係数 S

(1) 式より求まる亀裂先端近傍のひずみエネルギー密度を U とすると、Sih⁴⁾ の定義したひずみエネルギー密度係数 S は次のようになる。

$$\begin{aligned} S &= (2r) \cdot U = a_{11} K_I^2 + a_{12} K_I K_{II} + a_{22} K_{II}^2 \\ a_{11} &= (3 - 4\nu - \cos \theta) (1 + \cos \theta) / 16G \\ a_{12} &= \sin \theta \{ \cos \theta - (1 - 2\nu) \} / 8G \\ a_{22} &= \{ 4(1 - \nu) (1 - \cos \theta) + (1 + \cos \theta) (3 \cos \theta - 1) \} / 16G \end{aligned} \quad (7)$$

ただし、 ν はポアソン比、 G は横弾性係数である。

次に Sih は亀裂先端近傍の S が最小となる方向に亀裂は進展し、かつその S が臨界値 S_c に達すると脆性破壊を生じると仮定した。すなわち θ_f は

$$\partial S / \partial \theta = 0, \quad \partial^2 S / \partial \theta^2 > 0$$

の条件から求まり、(7) 式より次のようになる。

$$\left\{ \frac{1}{2} \sin \frac{\theta_f}{2} - (1 - 2\nu) \cos \theta_f \right\} \sin^2 \beta \cdot F_I^2$$

$$\begin{aligned}
 &+ \{\cos 2\theta_f - (1-2\nu) \cos \theta_f\} \sin^2 \beta \cdot F_I F_{II} \\
 &+ \{(1-2\nu) \sin \theta_f - (3 \sin 2\theta_f)/2\} \\
 &\cdot \cos^2 \beta \cdot F_{II}^2 = 0 \tag{8}
 \end{aligned}$$

したがって、破壊応力 σ_f は (8) 式で求めた θ_f を (7) 式に代入して、次のように求めることができる。

$$\begin{aligned}
 \sigma_f = S_c / \{ &a \sin^2 \beta (a_{11} \sin^2 \beta \cdot F_I^2 + 2a_{12} \sin \beta \cos \beta \\
 &\cdot F_I F_{II} + a_{22} \cos^2 \beta \cdot F_{II}^2) \}^{1/2} \tag{9}
 \end{aligned}$$

3. 実験方法

供試材は板厚 5 mm の硬質アクリル樹脂板で、温度 15°C、湿度 50% において縦弾性係数 $E=3.43 \times 10^9 \text{ N/m}^2 (350 \text{ kg/mm}^2)$ 、ポアソン比 $\nu=0.327$ であった。Fig. 2 に試験片の形状・寸法を、Table 1 に実験に用いた $2a/W$ と傾斜角の組み合わせを示す。各亀裂

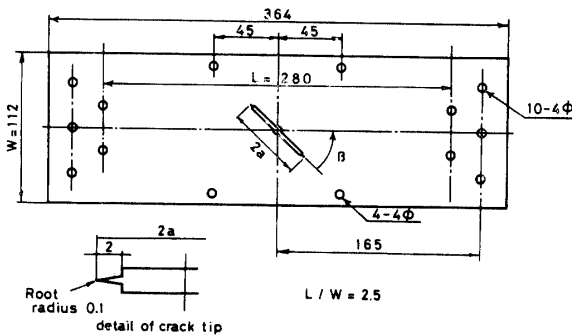


Fig. 2 Geometry of specimen.

Table 1 Crack angle β and $2a/W$

β (degree)	$2a/W$
15, 25, 45, 55,	0.2, 0.35,
67.5, 78.75, 90	0.5

は糸ノコで幅 1 mm に切削後、亀裂先端の曲率半径が 0.1 mm 以下になるように仕上げた。

Fig. 3 に実験装置の概略図を示す。亀裂遠方における試験片断面に一樣な負荷を与えるため、Fig. 2, 3 に示すように試験片の上下端を軟鋼製側板ではさみ、5 個のボルト（直径 4 mm）で固定した。また、変位の測定は、試験片の面外曲げの影響を除くため、試験片の両面に 4 個の自作の変位計をとりつけて行い、ロードセルの出力と共に X-Y レコーダに接続して記録した。さらに破壊角 θ_f は万能投影器を用いて破断後の

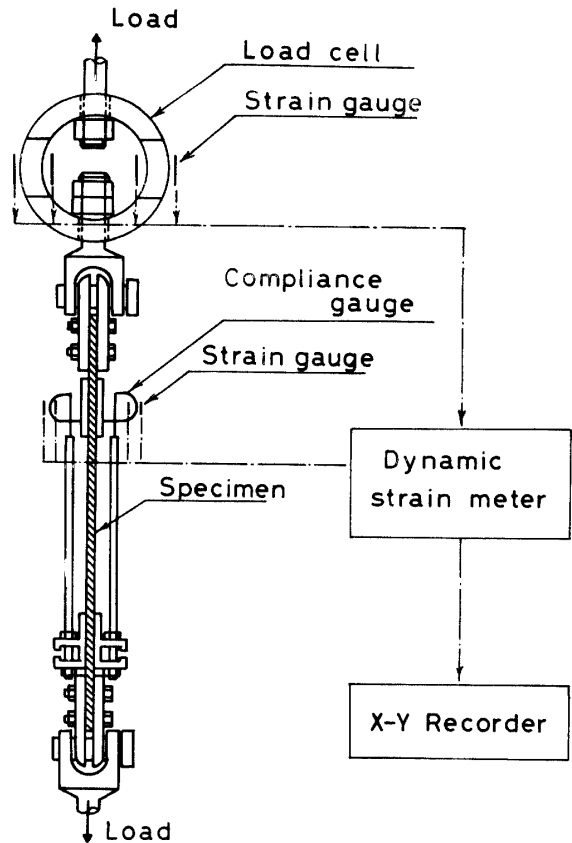


Fig. 3 Schematic illustration of test apparatus.

試験片から実測した。なお、硬質アクリル樹脂の材料特性は温度および湿度に影響されやすいため、全ての実験は 15°C~17°C、湿度 50%~58% の条件下で行われた。

4. 実験結果および考察

“最大主応力説”³⁾ および “ひずみエネルギー密度説”⁴⁾ に対する破壊応力 σ_f 、破壊角 θ_f をそれぞれ (4)、(6) 式および (8)、(9) 式を用いて計算した。ただし、これらの式の幾何学的修正係数 F_I, F_{II} については、筆者らの提案した FEM の計算結果と無限板に対する解析解を重ね合せ、その結果に J 積分を適用した、いわゆる “拡張重ね合せ法”⁸⁾⁹⁾ によって求めた値である。一例として Photo 1 に $2a/W=0.35, \beta=15^\circ \sim 55^\circ$ の破断写真を示す。

Fig. 4 に無次元化した破壊応力 σ_f と β の関係を、 $2a/W$ をパラメータにとって示す。ここで、実線および破線は (6) 式の最大主応力説および (9) 式のひずみエネルギー密度説による理論曲線であり、 K_c および S_c はそれぞれ $\beta=90^\circ$ すなわち Mode I 破壊時における値を用いた。

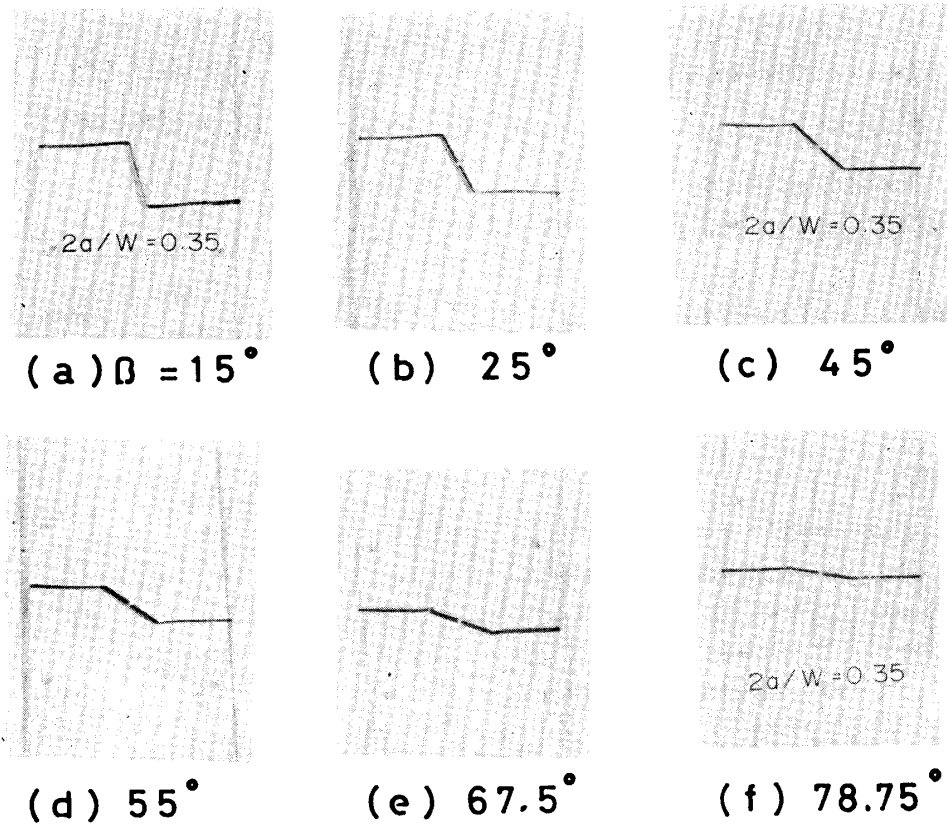


Photo 1 Fractured specimens with 39.2 mm crack length ($2a/W=0.35$) for various crack angles β .

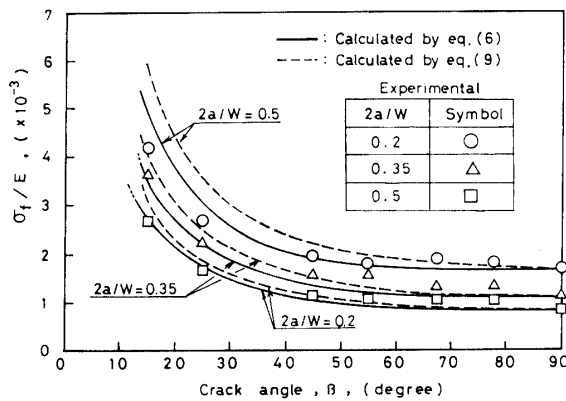


Fig. 4 Comparison of σ_f/E between experimental results and calculated values (σ_f : fracture stress).

両理論値を比較すると、亀裂が十分深い $2a/W=0.5$ の場合は最大主応力説とひずみエネルギー密度係数説による σ_F の相違は少ないが、 $2a/W$ が小さくなるにつれて後者の値が大きくなる傾向がみられた。

また、実験結果は $2a/W$ が 0.35 と 0.5 については理論値にほぼ一致したが、0.2 の場合 $\beta < 30^\circ$ において若干低めの値となった。又、両理論値との比較では、最大主応力説の正当性を裏づける実験結果がえられた。

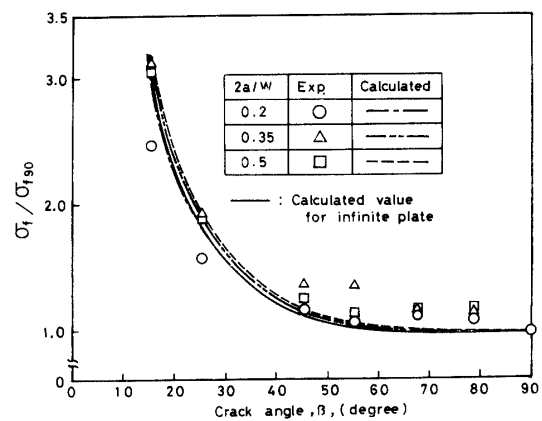


Fig. 5 Comparison of σ_f/σ_{f90} between experimental results and calculated values by Eq. (6).

σ_f を β が 90° の場合の σ_{f90} で除して整理すると Fig. 5 に示すようになる。ここで、実線、一点鎖線、二点鎖線および破線はそれぞれ無限板、 $2a/W=0.2$ 、0.35 および 0.5 に対する最大主応力説に基づく理論曲線である。同図から明らかなように、 σ_{f90} を基準にとると、各 $2a/W$ に対する理論曲線はほぼ同一曲線とみなすことができ、実験値もほぼこの理論値に一致している。従って、 σ_f の予知のみが必要な場合、

$F_I = F_{II} = 1$ とおいた無限板に対する (6) 式を用いても、任意の β に対する破壊応力が推定できることを同図は示している。また β が 45° 以上では、実験結果および理論値のいずれも β の影響が少なく、 $\beta = 90^\circ$ すなわち Mode I のみの破壊基準を用いても実用上問題がないといえる。

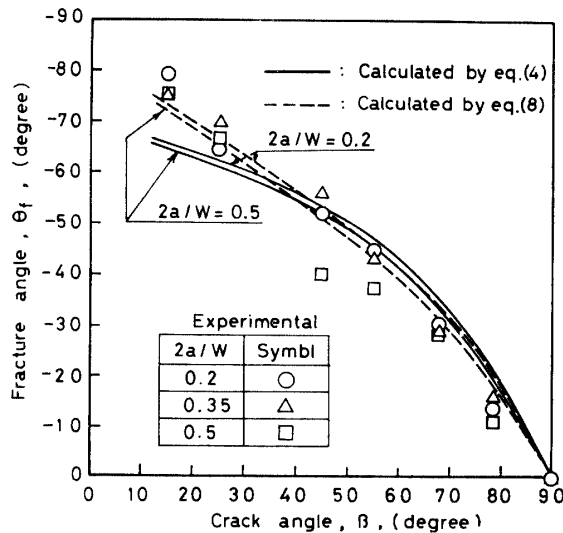


Fig. 6 Comparison of fracture angle θ_f between experimental results and calculated values.

Fig. 6 に (4), (8) 式より破壊角 θ_f と β の関係を示す。両理論曲線とも $2a/W$ が 0.2 と 0.5 の時の相違は非常に小さく、 θ_f に関しては、無限板に対する式を用いてもさしつかえないことがわかる。また、 β が 30° 以下ではひずみエネルギー密度説による θ_f は、最大主応力説のそれより大きくなったが、 30° 以上では逆の傾向を示し、実験結果は前者による計算値にほぼ一致した。従って、破壊角 θ_f に関しては、(8) 式に示すひずみエネルギー密度説が妥当であることが実験的に確認できた。

5. 結 言

混合モード状態における破壊基準を評価するため、

負荷方向に対して傾斜した直線亀裂の破壊実験を行い、Erdogan, Sih の最大主応力説および Sih のひずみエネルギー密度説による理論値と実験結果との比較検討を行い、次の結論をえた。

1) 混合モード状態における脆性破壊実験結果は、最大主応力説に基づく破壊基準にほぼ一致し、ひずみエネルギー密度係数 S による計算結果は β が小さい場合、過大評価となる。また、 β が 45° 以上では破壊応力 σ_f に及ぼす β の影響は少なくなり、 $\beta = 90^\circ$ いわゆる Mode I のみの破壊と仮定しても、実用上十分な σ_f の推定が可能である。

2) 破壊角 θ_f に関しては、 $2a/W$ の影響は少なく無限板に対する解析解を用いても妥当な値をうることができる。また、実験結果はひずみエネルギー密度説による理論値にほぼ一致した。

本研究の実験は、浅田和男、板谷芳樹および松林淳君の卒業論文の一部を引用したものであり、ここに感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) G. R. Irwin: J. Appl. Mech., **24**-4, 361 (1957)
- 2) ASTM Designation: E **399**-74, 471 (1974)
- 3) R. Erdogan, G. C. Sih: ASME, D, 519 (1963)
- 4) G. C. Sih: Mechanics of Fracture, Nordhoff International Publishing, Leyden, The Netherlands (1973)
- 5) 酒井, 阪野: 日本造船学会論文集, No. 139 (1976)
- 6) 金沢, 町田, 酒井, 阪野: 日本造船学会論文集, No. 150, 488 (1981)
- 7) S. T. Chiu, A. F. Liu: ASTM STP590, 263 (1976)
- 8) 清水, 河野, 山村: 日本機械学会講演論文集, 775-1, 13 (1977)
- 9) 清水, 河野, 山村: 山口大学工学部研究報告, **33**, 25 (1982)
- 10) T. K. Hellen: Int. J. Fracture Mech., **11**-4, 605 (1975)

(昭和 57 年 4 月 20 日 受理)