

砂、礫の応力ひずみ特性について

三浦 哲彦*・安福 規之*

Stress Strain Characteristics of Sand and Gravel

Norihiko MIURA and Noriyuki YASUFUKU

Abstract

An elasto-plastic stress strain equation was proposed for predicting the stress strain relationships of sand and gravel in particle-crushing regions. Predicted stress strain curves were compared to those obtained from several kinds of triaxial shear tests, including multi-step stress path tests, and it was proved that the proposed equation much better predicts the measured stress strain curves than the conventional equations do.

1. まえがき

土質工学の分野において、砂・礫層中の杭の先端支持力の計算や高いフィルダムの安定解析などに関連して、高圧下すなわち粒子破碎が生じるような応力域での粒状土の挙動に関する研究が行なわれるようになったのは比較的最近のことである。

筆者の1人は先に、粒子破碎領域における粒状土の応力ひずみ挙動について実験的研究を行ない、その応力ひずみ特性が正規圧密粘土のそれと類似していることを明らかにした。そしてこの事実に着目し、Roscoeらが正規圧密粘土に対して導いた弾塑性応力ひずみ式¹⁾を用いれば、圧縮領域での粒状土の応力ひずみ関係はある程度予測できることを示した²⁾³⁾。

しかし粒子破碎領域の粒状土の応力ひずみ挙動の予測に対してRoscoeらの弾塑性式の適合性が優れているとはいえない。また、伸張領域での粒状土の応力ひずみ挙動に対する適合性についてはまだ検討されていない。

そこで本研究では、上記の問題について詳細に検討すべく、まずRoscoeらの弾塑性理論に基づいて新たに降伏曲線式及びひずみ増分式を提案する。そしてこの提案式及びCam-clay式、修正式によって圧縮領域・伸張領域における降伏曲線、応力ひずみ曲線の予測を行ない、これらの諸式の実際の粒状土への適合性について比較検討する。

2. 応力ひずみ式

2.1 応力ひずみパラメータ

本研究で用いた応力パラメータは次のとおりである。
平均有効主応力

$$\begin{aligned} p' &= (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3 \\ &= (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3 = (\sigma_a + 2\sigma_r)/3 \end{aligned} \quad (1)$$

軸差応力

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_a - \sigma_r \quad (2)$$

ここに $\sigma_1 = \sigma_a$ は軸方向主応力、 $\sigma_3 = \sigma_2 = \sigma_r$ は半径方向主応力であり、圧縮時に正の値をとる。

次にひずみパラメータは、

体積ひずみ増分

$$\begin{aligned} \delta v &= \delta \varepsilon_1 + \delta \varepsilon_2 + \delta \varepsilon_3 \\ &= \delta \varepsilon_1 + 2\delta \varepsilon_3 = \delta \varepsilon_a + 2\delta \varepsilon_r \end{aligned} \quad (3)$$

せん断ひずみ増分

$$\begin{aligned} \delta \varepsilon &= \delta \varepsilon_1 - (\delta v/3) \\ &= \frac{2}{3}(\delta \varepsilon_1 - \delta \varepsilon_3) = \frac{2}{3}(\delta \varepsilon_a - \delta \varepsilon_r) \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 $\delta \varepsilon_1 = \delta \varepsilon_a$ は軸方向主ひずみ増分、 $\delta \varepsilon_2 = \delta \varepsilon_3 = \delta \varepsilon_r$ は半径方向主ひずみ増分であり、 $\delta \varepsilon$ 、 δv はいずれも圧縮時を正とする。

* 建設工学科

2.2 降伏曲線式及びひずみ増分式

Roscoe らは、Fig.1 に示すように正規圧密粘土の降伏特性として次のような関係を仮定した¹⁾。

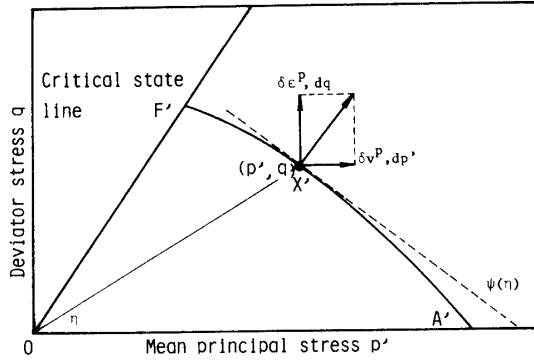


Fig. 1 Yield curve for Cam-clay equation.

$$\frac{\delta \epsilon^p}{\delta v^p} = - \left(\frac{dp'}{dq} \right)_{A'F'} = \frac{1}{\psi(\eta)} \quad (5)$$

ここで $q = \eta p'$ なる関係から次式を得る。

$$dq = \eta dp' + p' d\eta \quad (6)$$

(6)式と(5)式より

$$\frac{dp'}{p'} + \frac{d\eta}{(\psi(\eta) + \eta)} = 0 \quad (7)$$

よって Fig. 1 で X' を通る降伏曲線式は、(7)式を積分することによって求められ、その結果次式のようになる。

$$\ln(p') + \int_0^\eta \frac{d\eta}{(\psi(\eta) + \eta)} = 0 \quad (8)$$

ここで p'_0 は $\eta = 0$ の時の p' の値である。

一方 Fig. 1 で降伏曲面上の点 X の状態にあるような土要素に応力増分 ($\delta p'$, δq) が作用した場合の体積ひずみ増分 δv 及びせん断ひずみ増分 $\delta \epsilon$ は、(7)式をもとにすれば、次式のように表わされる。

$$\delta v = \frac{\lambda}{1+e} \left[\frac{\delta p'}{p'} + \left(1 - \frac{\lambda}{\kappa}\right) \frac{\delta \eta}{\psi(\eta) + \eta} \right] \quad (9)$$

$$\delta \epsilon = \frac{\lambda - \kappa}{1+e} \left(\frac{\delta p'}{p'} + \frac{\delta \eta}{\psi(\eta) + \eta} \right) \frac{1}{\psi(\eta)} \quad (10)$$

したがって、これらの式中の ψ を、応力比 η の関数として表わすことができれば、降伏曲線式、ひずみ増分式を具体的に与えることができる。

2.3 Roscoe の応力ひずみ式

Roscoe らは、塑性仕事増分 $\delta W^p (= p' \delta v^p + q \delta \epsilon^p)$ を下に述べるように仮定することによって(5)式に示した $\psi(\eta)$ と η の関係を引き出し、これに基づいて2種

類の応力ひずみ増分式 (Cam-clay 式, 修正式) を導いている¹⁾。この塑性仕事増分に関する仮定の違いが、両式の違いとなっている。

Cam-clay 式

$\delta W^p = Mp' \delta \epsilon$ と仮定し、次の3式を導いた。

降伏曲線式；

$$\eta = M \ln \left(\frac{p'_0}{p'} \right) \quad (11)$$

ひずみ増分式；

$$\delta v = \frac{1}{1+e} \left(\frac{\lambda - \kappa}{M} \delta \eta + \lambda \frac{\delta p'}{p'} \right) \quad (12)$$

$$\delta \epsilon = \frac{\lambda - \kappa}{1+e} \left[\frac{p' \delta \eta + M \delta p'}{Mp'(M - \eta)} \right] \quad (13)$$

修正式

Burland の仮定 $\delta W^p = p' \sqrt{(\delta v^p)^2 + (M \delta \epsilon^p)^2}$ を用いて次の3式を誘導した。

降伏曲線式；

$$\frac{p'}{p'_0} = \frac{M^2}{(M^2 + \eta^2)} \quad (14)$$

ひずみ増分式；

$$\delta v = \frac{1}{1+e} \left[(\lambda - \kappa) \frac{2\eta \delta \eta}{M^2 + \eta^2} + \lambda \frac{\delta p'}{p'} \right] \quad (15)$$

$$\delta \epsilon = \frac{\lambda - \kappa}{1+e} \left(\frac{2\eta}{M^2 - \eta^2} \right) \left(\frac{2\eta \delta \eta}{M^2 + \eta^2} + \frac{\delta p'}{p'} \right) \quad (16)$$

2.4 提案式

上記の Cam-clay 式および修正式を用いた粒状土の応力ひずみ挙動の予測は、後述するように実測値とうまく合っているとは言えない。そこでより高い精度で予測できる応力ひずみ式を得るために、本研究では2種類の塑性仕事増分式を仮定して検討を行なった。

次式が成立すると仮定する。

$$\delta W^p = p' \sqrt{(\delta v^p)^2 + (M \delta \epsilon^p)^2} - (M\eta)^2 \delta v^p \cdot \delta \epsilon^p \quad (17)$$

上式と(5)式から次式を得る。

$$\frac{\delta \epsilon^p}{\delta v^p} = \frac{1}{\psi(\eta)} = \frac{(2 + M^2 \eta) \eta}{M^2 - \eta^2} \quad (18)$$

(18)式を(8)式、(9)式(10)式に代入することによって降伏曲線式およびひずみ増分式が次式のようになる。ここでは(17)式を仮定して得られた(19)式~(21)式を提案式(1)と呼ぶことにする。

提案式(1)

$$\frac{p'}{p'_0} = \exp \left[- \int_0^\eta \left\{ \frac{(2 + M^2 \eta) \eta}{M^2 \eta^3 + \eta^2 + M^2} \right\} d\eta \right] \quad (19)$$

$$\delta v = \frac{\lambda}{1+e} \left[\frac{\delta p'}{p'} + \left(1 - \frac{\lambda}{\kappa}\right) \frac{(2+M^2)\eta}{M\eta^3 + \eta^2 + M^2} \delta \eta \right] \quad (20)$$

$$\delta \varepsilon = \frac{\lambda - \kappa}{1+e} \left[\frac{\delta p'}{p'} + \frac{(2+M^2)\eta}{M^2\eta^3 + \eta^2 + M^2} \delta \eta \right] \left[\frac{(2+M^2)\eta}{M^2 - \eta^2} \right] \quad (21)$$

同様に、(22)式のように塑性仕事増分 δW^p を仮定すると、降伏曲線式およびひずみ増分式は、(23)式～(25)式ようになる。ここで(22)式を仮定して得られるこれらの式を提案式(2)と呼ぶことにする。

提案式(2)

$$\delta W^p = p' \sqrt{(\delta v)^2 + (M \delta \varepsilon)^2} - M \eta \delta v \delta \varepsilon \quad (22)$$

$$\frac{p'}{p_0} = \left\{ \frac{M^2}{(1+M)\eta^2 + M^2} \right\}^{\frac{2+M}{2(1+M)}} \quad (23)$$

$$\delta v = \frac{\lambda}{1+e} \left[\frac{\delta p'}{p'} + \left(1 - \frac{\lambda}{\kappa}\right) \frac{(2+M)\eta}{M\eta^2 + \eta^2 + M} \delta \eta \right] \quad (24)$$

$$\delta \varepsilon = \frac{\lambda - \kappa}{1+e} \left[\frac{\delta p'}{p'} + \frac{(2+M)\eta}{M\eta^2 + \eta^2 + M} \delta \eta \right] \frac{2\eta + M\eta}{M^2 - \eta^2} \quad (25)$$

これらの式を用いて実際の粒状土の降伏曲線および応力ひずみ曲線を予測するには、実験によって材料定数 λ, κ および M を求める必要がある。

3. 実験試料及び実験方法

3.1 実験試料

実験試料としては、豊浦砂および礫を用いた。その主な性質は Table 1 に示すとおりであった。

Table 1 Properties of tested samples

	Toyoura sand	Gravel	
Initial void ratio e_0	0.82–0.85	0.64–0.66	
Specific gravity G_s	2.638	2.610	
Maximum diameter D_{max} (mm)	0.25	10.0	
Uniformity coefficient U_c	1.50	2.25	
Material constants	λ	0.141	0.096
	κ	0.009	0.016
	M_c	1.30	1.47
	M_e	-0.90	
Preconsolidation stress p_c (MPa)	10.0	1.10	

三軸試験用供試体の寸法および作製方法を砂と礫に分けて示すと次のようである。

(a) 砂の場合

直径 50 mm, 高さ 125 mm のゆるづめ飽和供試体を用いた。供試体の作製は、モールドで支持した厚さ 1 mm のゴムスリーブに脱気水をみだし、その中に 24 時間乾燥させたあと約 2 時間煮沸脱気した試料を少量ずつ注ぎ込む方法で行なった。

(b) 礫の場合

直径 100 mm, 高さ 180 mm の飽和供試体を用いた。供試体の作製は、モールドで支持した厚さ 4 mm のゴムスリーブ中に試料を詰めてゆき、詰め終わった後、脱気水をみだし飽和させるという方法で行なった。

3.2 実験装置

砂供試体に対する実験は、最大側圧 20MPa までかけることが可能な高圧三軸試験機を用いて行なった。同試験機 および試験方法の詳細は前報⁴⁾ で述べている。

次に礫供試体に対する実験は、砂の実験で用いた高圧三軸試験機のセル室を中圧用のものに換えて使用した。この場合最大側圧は 8MPa までかけることができる。なお礫を用いた実験では圧縮試験だけを行なった。

3.3 実験方法

まず砂及び礫の圧縮領域における降伏曲線の形状及びその応力ひずみ挙動を調べるために、Fig. 2 (a~c) に示す 3 種類の多段的応力径路による三軸圧縮試験を行なった。各試験は等方圧密に 16~20 時間、負荷・除荷 1 サイクルに約 2 時間を要した。また 1 サイクルの载荷は 4~5 段階の応力レベルに分けて応力制御方式で行なった。

次に砂の伸張領域における降伏曲線の形状およびその応力ひずみ挙動を調べるために Fig. 2 (d~f) に示すような圧縮試験同様の多段的応力径路による三軸伸張試験を行なった。

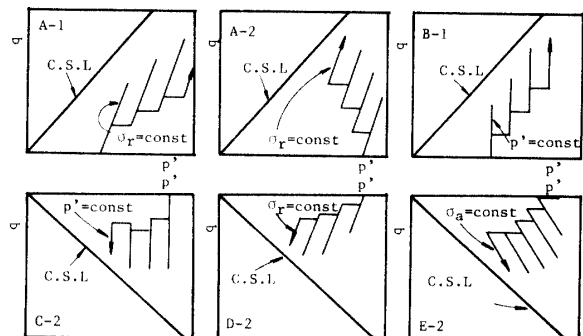


Fig. 2 Stress path for multi-step stress path test.

3.5 材料定数 λ, κ, M の決定

まず定数 λ は, Fig. 3 に示すように正規圧密された領域すなわち粒子破碎領域での勾配であり, 定数 κ は同じく膨張曲線の勾配である. また定数 M は材料の摩擦特性に関係した量であり, 限界状態における応力比の値で与えられる (Fig. 4). 本実験に用いた2試料の各定数の値は Table 1 に示している.

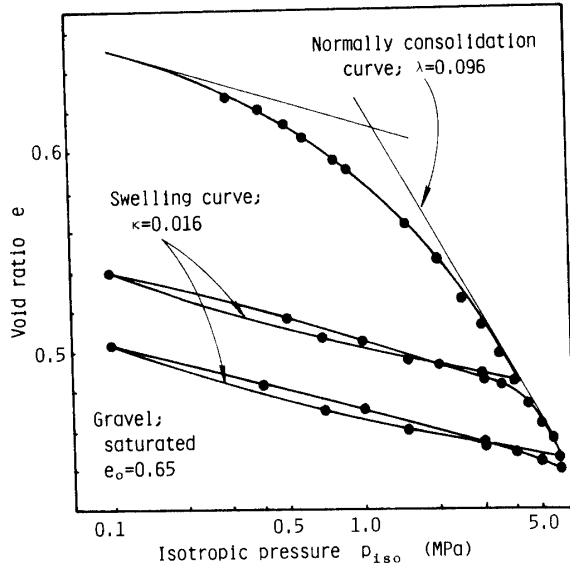


Fig. 3 Determination of soil constants λ and κ (Gravel).

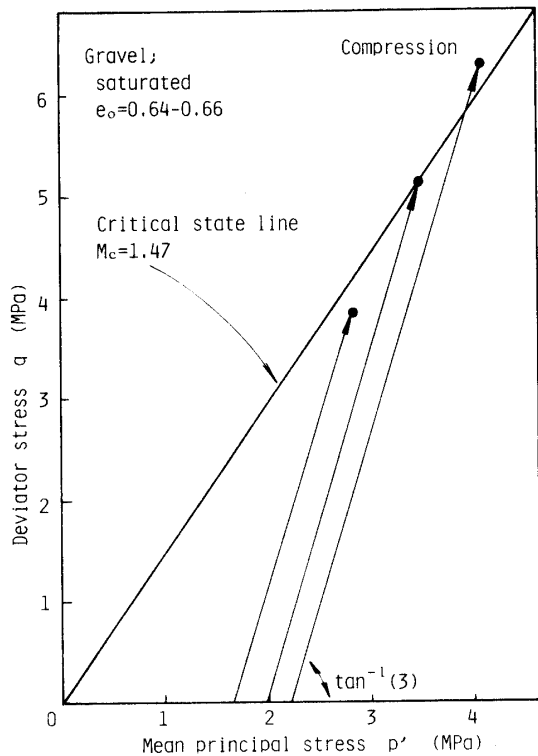


Fig. 4 p' - q plot for determining the frictional constant M .

4. 実験結果及び考察

4.1 各種降伏曲線式の適合性

4.1.1 Cam-clay 式と修正式

2. で説明した Cam-clay 式及び修正式は, それぞれ (11) 式, (14) 式で与えられるが, これらは粘土に適用できる降伏曲線式としては広く知られているものである. そこでまずこれらの式から求まる降伏曲線と実験から求めた降伏曲線とを比較検討する.

Fig. 5 は, 豊浦砂を用いて圧縮・伸張両領域における多段的応力径路試験 (Fig. 2) を行ない, その結果定めた降伏曲線と (11) 式, (14) 式による降伏曲線を比較して示したものである. この図から圧縮領域では実験曲線は Cam-clay 式で予測される曲線に近く, 伸張領

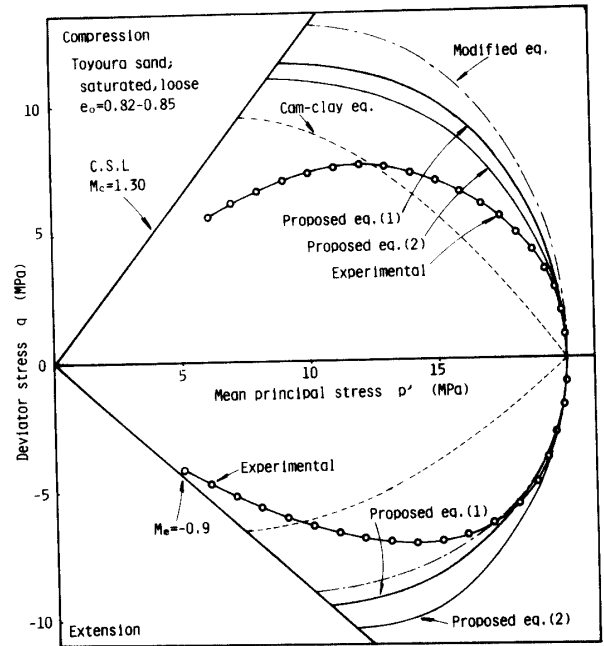


Fig. 5 Prediction of yield curve (Toyoura sand).

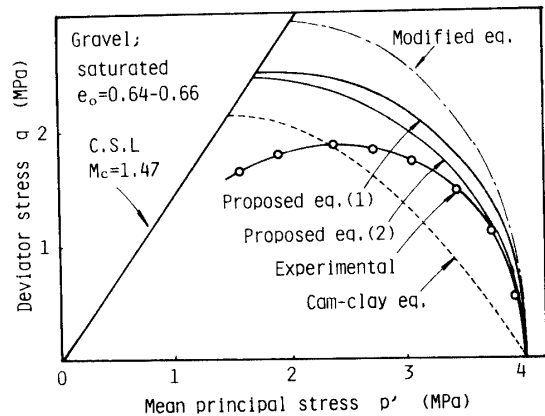


Fig. 6 Prediction of yield curve (Gravel).

域では、修正式のそれに近いと言える。しかしながら、これらの予測曲線は圧縮・伸張両領域のどちらにもうまく適合するとは言いえない。

また Fig. 6 は礫を用いた実験で定めた降伏曲線と (11)式, (14)式による降伏曲線を示したものであるが、この図からも砂の場合と同様 Cam-clay 式, 修正式の実験降伏曲線への適合性は十分とはいえない。

4.1.2 提案式

Fig. 5, 6 から実験で定めた降伏曲線は、圧縮領域では Cam-clay 式及び修正式による降伏曲線の間的位置を占め、伸張領域では両式より求めた降伏曲線より外側に位置していることがわかる。

この事実に注目して、(17)式, (22)式のように塑性仕事増分式を仮定して得られた降伏曲線式が、(19)式, (23)式である。

Fig. 5, 6 には、(17)式, (22)式の仮定に基づいて描いた降伏曲線が示してある。これらの図から、提案式 (1) 及び提案式 (2) から求めた降伏曲線は、圧縮・伸張両領域を合わせて考えた場合、Cam-clay 式及び修正式による降伏曲線より、実験曲線に近いものとなっていることがわかる。したがってここで示した2つの提案式は Cam-clay 式, 修正式よりも実験結果への適合性は優れているといえよう。

4.2 砂及び礫の応力ひずみ挙動予測

ここでは、塑性域での応力ひずみ挙動を2.で説明した Cam-clay 式, 修正式及び提案式を用いて予測する。

4.1 において、実験で定めた降伏曲線は Cam-clay 式や修正式から予測される降伏曲線とはかなり異なるということを示した。このことは Fig. 7 のように同一の η に注目した時、実験より定めた降伏曲線と各種の降伏曲線では塑性の始まる応力点が異なることを意味し、したがって Cam-clay 式や修正式をそのまま用いて塑性ひずみを予測すると、それらの式は実際に

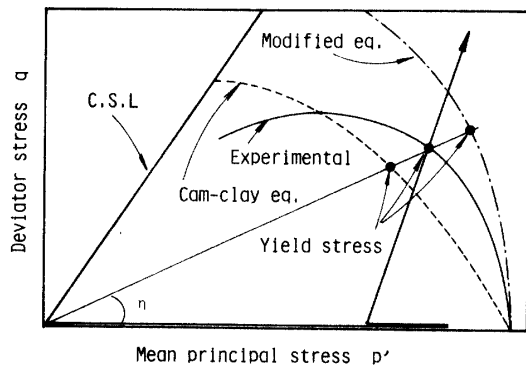


Fig. 7 Determination of yield stress.

生じる降伏応力を正しく評価していないことになる。

そこで本研究では、実験により定めた降伏曲線からまず降伏応力を決定し、そして与えた応力がこの降伏応力を越えた時はじめて塑性変形が生じるという仮定のもとにひずみの予測を行なうことにした。なお弾性せん断ひずみ増分 $\delta e^e = 0$ と仮定した。

4.2.1 応力が単調に増加する場合

Fig. 8, 9 は、側圧一定の応力径路試験の結果、得られる応力ひずみ関係を2.で示した Cam-clay 式, 修正式及び提案式 (1) を用いて予測し、実測値と比較したものである。Fig. 8 は圧縮試験の結果を示し、また Fig. 9 は伸張試験の結果を示している。

Fig. 8 から、Cam-clay 式は軸ひずみ ϵ_a を過大評価し修正式は過小評価していることがわかる。また提案式 (1) を用いて予測した軸ひずみ ϵ_a は、ほぼ実測値と合っていることがわかる。一方体積ひずみ v ~ 軸ひずみ ϵ_a の関係では、各種の式で大差はなく、これらの式は実測値に比較的近い値を示している。

Fig. 9 から、Cam-clay 式, 修正式による予測曲線は共に、軸ひずみ ϵ_a を過大評価しているが、提案式 (1) による予測曲線は実測値とほぼ一致していることがわかる。また v ~ ϵ_a の関係では、3つの式で大差は

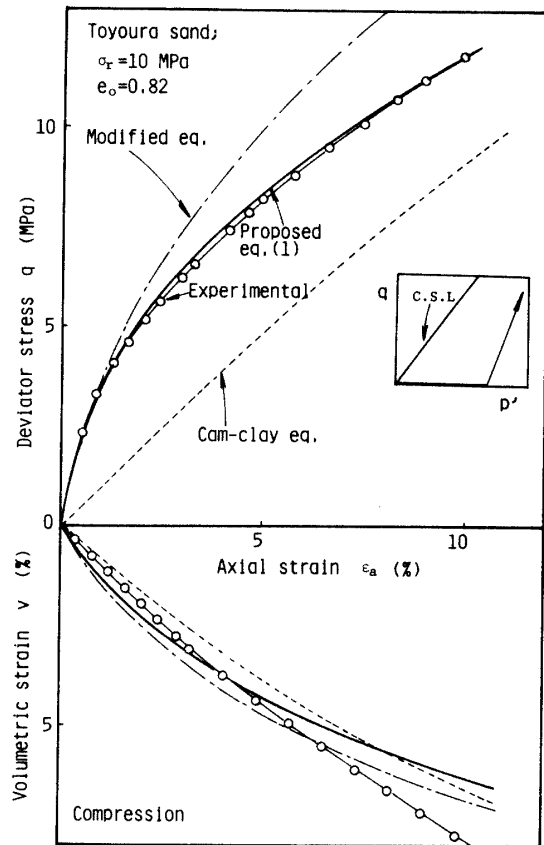


Fig. 8 Prediction of stress strain curve for a standard triaxial compression test in σ_r constant.

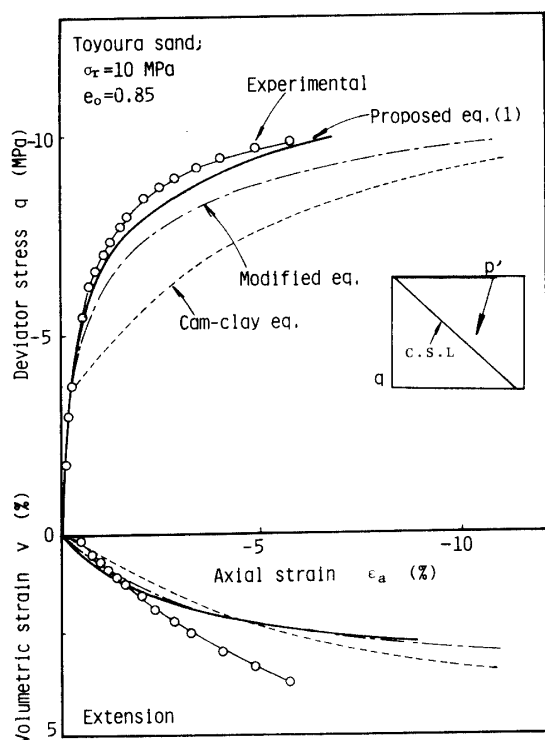


Fig. 9 Prediction of stress strain curve for a standard triaxial extension test in $\sigma_r = \text{constant}$.

ないが、3式ともに実測値とは若干離れる傾向にある。

次に、Figs. 10, 11 は平均有効主応力 p' 一定の応力

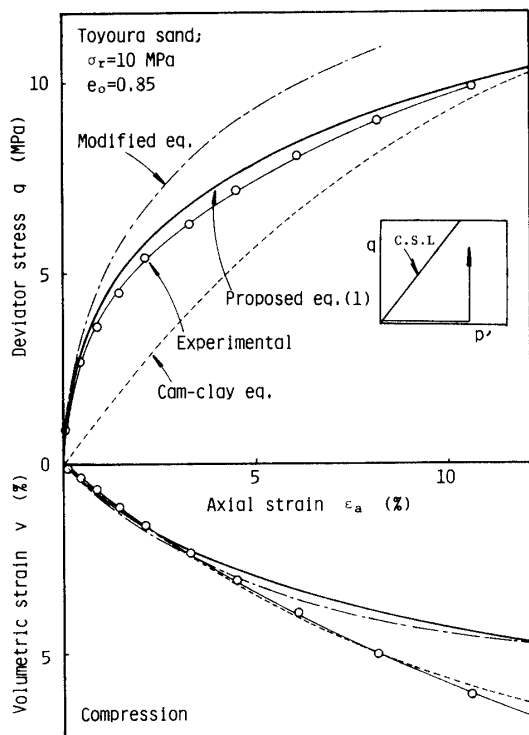


Fig. 10 Prediction of stress strain curve for a standard triaxial compression test in $p' \text{ constant}$.

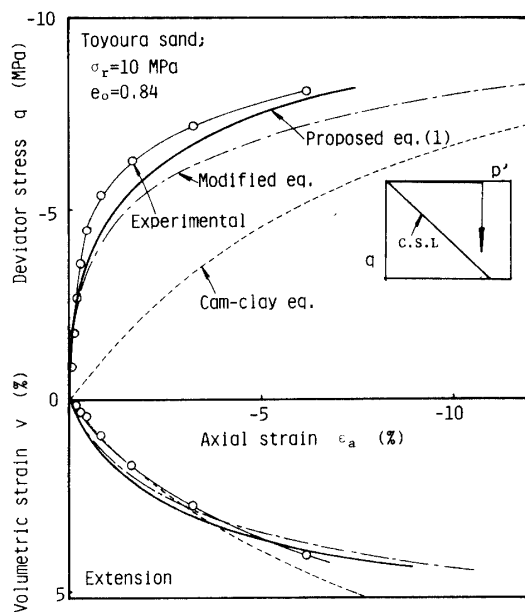


Fig. 11 Prediction of stress strain curve for a standard triaxial extension test in $p' \text{ constant}$.

径路試験による応力ひずみ関係を前述の諸式を用いて予測し実測値と比較したものである。

これらの図から、圧縮・伸張両領域において $q \sim \epsilon_a$ 関係は側圧一定試験と同様な傾向を示し、提案式(1)は実測値とほぼ一致することがわかる。また $v \sim \epsilon_a$ 関係は、圧縮試験では Cam-clay 式の適合性が高いが、伸張試験では提案式(1)の適合性が高い。

以上、単調応力下でのひずみ量予測では、体積ひずみ v は多少実測値とは異なっているものの、提案式(1)を用いて予測した応力ひずみ関係は、Cam-clay 式、修正式を用いて予測した応力ひずみ関係よりかなりうまく実測値と合っていると思われる。

4.2.2 繰返し応力下でのひずみ量予測

ここでは、提案式の実際の粒状土への適合性に普遍性があるかどうかを調べるために、多段的応力径路試験による応力ひずみ関係を2.で示した修正式及び提案式(1)、(2)を用いて予測し実測値と比較検討を行なう。

(a) 砂の場合

Fig. 13 は、Fig. 12 に示した応力径路試験に対して修正式および提案式(1)、(2)を用いて予測した応力ひずみ関係を示したものであり、Fig. 15 は、Fig. 14 に示した応力径路試験に対して修正式及び提案式(1)、(2)を用いて予測したものである。

これらの図から、 $q \sim \epsilon$ 関係及び $p \sim v$ 関係は、単調に増加する応力下でのひずみ量予測の場合と同様に、提案式が、修正式と比べて実測値に近い予測値を与え

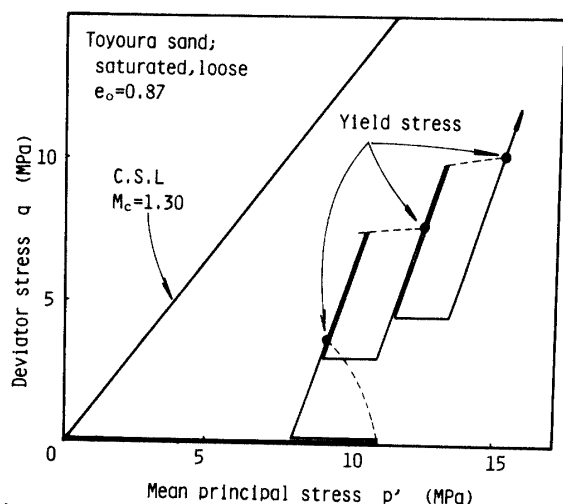


Fig. 12 Multi-step stress path in compression stress region

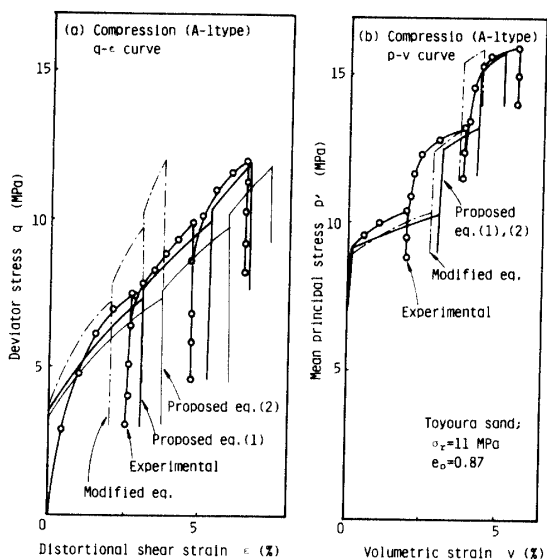


Fig. 13 Prediction of stress strain curve in compression stress region for a multi-step stress path test.

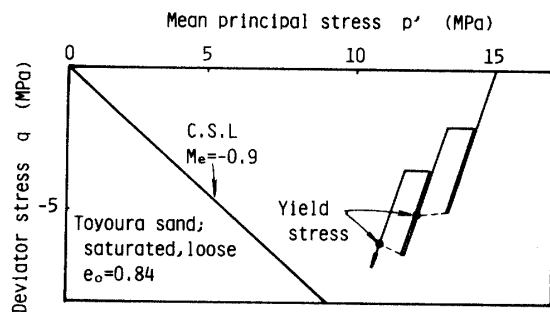


Fig. 14 Multi-step stress path in extension stress region.

ているのがわかる。また提案式(1)と(2)を比較した場合は、 $q \sim \epsilon$ 関係、 $p \sim v$ 関係共に提案式(1)の方が、より実測値に近い予測値を与えていることがわかる。

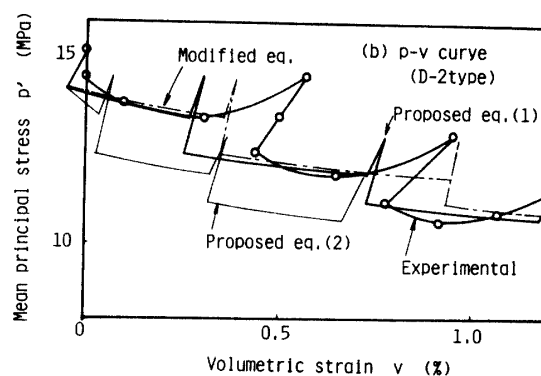
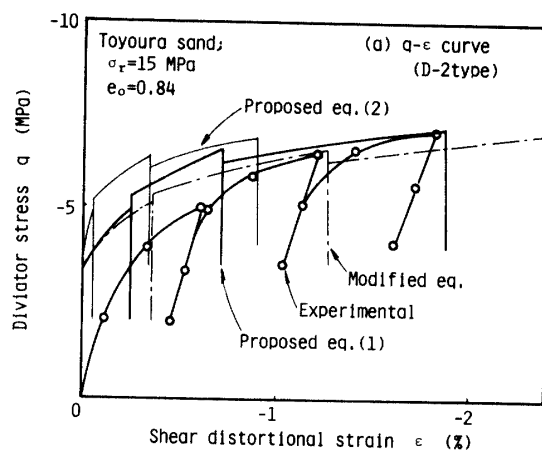


Fig. 15 Prediction of stress strain curve in extension stress region for a multi-step stress path test.

(b) 礫の場合

Fig. 16 に示した応力径路試験に対して応力ひずみ曲線の予測を行なった。その結果が Fig 17 である。

この図からも、提案式(1)を用いて予測した応力ひずみ曲線は、かなりの精度で実測値を予測していることがわかる。

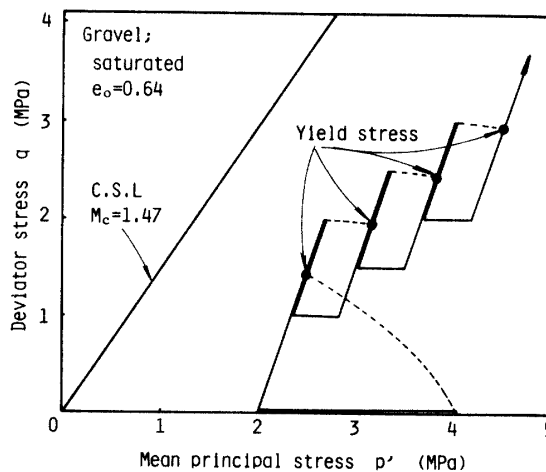


Fig. 16 Multi-step stress path in compression stress region.

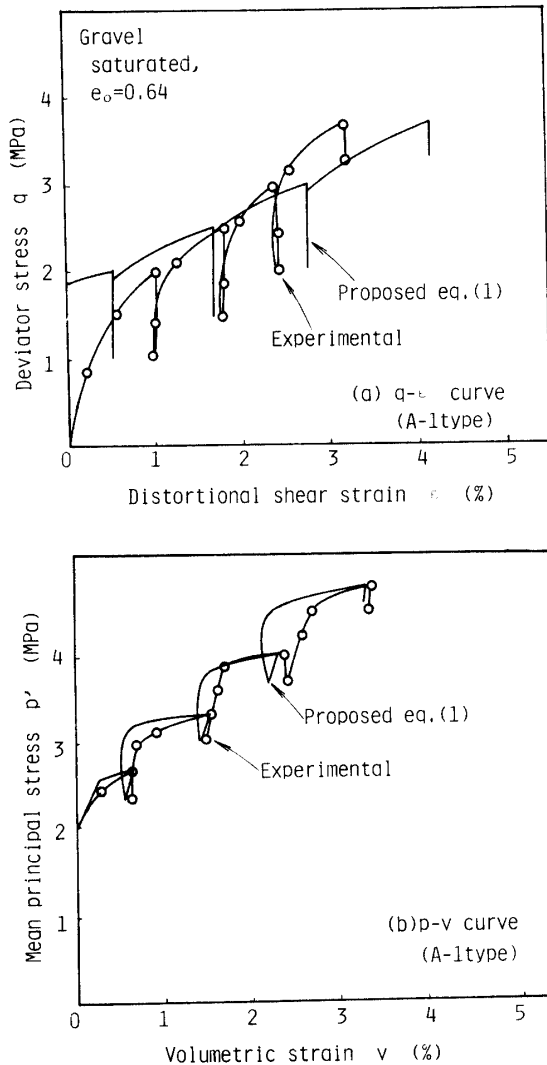


Fig. 17 Prediction of strain curve in compression stress region for a multi-step stress path test.

上述のように、多段的応力径路試験に対する応力ひずみ量予測においても、単調応力径路試験の場合と同様に提案式(1)を用いた予測値が最も実測値に近いといえる。

特に $q-\epsilon$ 関係では、各応力径路でそのことがわかり、提案式(1)は、実際の砂の応力ひずみ関係への適合性が高いといえる。また礫に対しても、提案式(1)の適合性は良好であるところから、この式は粒子破碎領域の粒状土の応力ひずみ関係を予測するのに

有用であると考えられる。

5. 結論

本研究では、Roscoe の弾塑性式及び提案式を用いて応力ひずみ挙動を予測し、各式の実際の粒状土への適合性について比較検討して次のような結論を得た。

1) 提案式(1)及び(2)に基づいて描いた降伏曲線は、Cam-clay 式、修正式による降伏曲線よりも、砂・礫共に実験で定めた降伏曲線に近いものとなることを示した。

2) 圧縮領域または伸張領域において単調に増加する応力下での砂の応力ひずみ関係は、提案式(1)を用いることにより、ほぼ満足のいく精度で予測できることを示した。

3) 圧縮領域または伸張領域における多段的応力径路試験での砂の応力ひずみ関係は、提案式(1)を用いることにより、Cam-clay 式、修正式より高い精度で予測できることを示した。

4) 提案式(1)は、礫に対する多段的応力径路試験においても、その応力ひずみ関係をかなりうまく予測していることから、この式の実際の粒状土への適合性は優れていることが確かめられた。

謝 辞

実験を手伝っていただいた卒論生水津和典(佐藤道路株式会社)、水谷浩(向井建設株式会社)両君に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Roscoe, K. H. and Burland, J. B.: Engineering Plasticity, Cambridge Univ. Press (1975), pp. 535-609.
- 2) 三浦哲彦: 土木学会論文報告集, No. 282, 127 (1979).
- 3) 三浦哲彦・山本紀之: 山口大学工学部研究報告, **30**, 233 (1980).
- 4) Miura, N., Yasufuku, N. and Yamamoto, T.: Technology Reports of the Yamaguchi Univ., **3**, 33 (1982).

(昭和 58 年 4 月 12 日 受理)