

旋削における真円度について

酒井 義郎*・大草喜太雄*

Circularity of Turned Cylindrical Surface

Yoshiro SAKAI and Kitao OHKUSA

Abstract

There are various definitions to speak of errors of product's form. Circularity is one of such definitions to estimate how close to an ideal circle the circular surface of a product is. Its evaluated value for a particular product is closely related to the dynamic characteristics of the employed workpiece-lathe system, not necessarily proper to the lathe itself. A method is proposed to process data and to obtain information about generated circularity and the above characteristics in cylindrical turning, with application to a practised example.

1. 緒 言

機械加工において実現可能な形状精度には、大別して二つの因子が存在するものと思われる。一つは、いわゆる母性原則と呼ばれるもので、要するに母たる工作機械の精度の良否が子たる製品の精度を決定してしまうことである。一般的には、この因子が決定的な役割を果たしているであろう。いま一つは、上記の原則とは無関係に形状が生成される可能性であって、むしろ特殊な部分と言える。例として旋削の上で言えば、超音波振動子を用いた加振による効果、被削材に固有なもの、あるいは切削条件の選定などが挙げられる。結局、実現される形状精度は、良くも悪くもこれら二つの因子の相乗効果によるものと言える。後者の因子を上手に引き出せば、より良い結果が得られるはずである。例えば、超音波振動子による加振の効果は被削材一旋盤系の動的安定化にある。外周旋削は、いわゆる single-point tool である工具を被削材母線方向に送りながら行われる加工であって、工具の移動に起因する、被削材一旋盤系の非定常振動の中で行われるものである。特に細長い被削材に対して、この影響は大きく、被削材に固有の諸々の性質を含めた、被削材の、加工中の振動特性に依存しているものと思われる。

振動子による加振に限らず、このような特性を踏まえた方法で加工を行うことは、不安定化の低減に役立つはずである。ここでは、形状精度の面からこうした

点について探るための、真円度データの処理法について提案し、これによる実験結果について述べる。

2. 実験方法

Fig. 1 に示すように、400mm× ϕ 60mm の被削材を、主軸チャックおよび心押台センタで支持して、外周旋削を行った。実験条件は以下に示す通りである。

被削材：S45C 焼きならし材

工具：P20, 5°, 5°, 6°, 6°, 15°, 15°, 0.8mm

切削速度：100m/min

切込み：2mm

送り：0.2mm/rev

また、真円度測定部位は Fig. 1 に示した 9 カ所である。各測定部位（斜線部）下に示した数値は、心押台センタから測定部位までの距離（要するに被削材右端からの距離）である。測定部位に 10mm の幅を持たせたのは、この部分において 3 カ所測定し、この範囲内での、真円度曲線の形状がほぼ同一であって急変しないこと

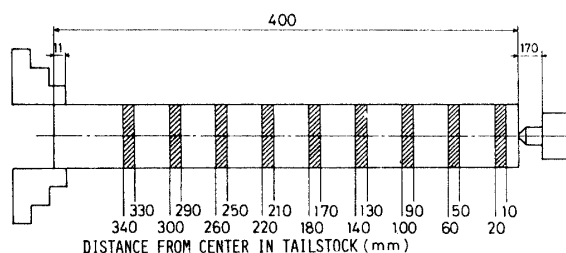


Fig.1 Schematic of workpiece mounting on lathe and of positions of circularity measurement

*生産機械工学科

を確認するとともに、この事実を利用して、万一疵などによる、測定上の不都合を生じた場合に、その範囲内の1カ所の測定結果で代用させるためである。

旋削終了後、被削材には回転を与えないで(動かないように固定して)、工具刃先を被削材に弱く当て、そのまま往復台を、被削材の心押台側の端から主軸側の端に向けて、横に送ることによって、0.1mm程度の幅の浅いひっかけ痕を付けた。これは、円柱形である被削材の母線の一つを、真円度測定のための基準線とするためである。後述するように、これによって位相のずれの評価が可能となる。

なお、被削材寸法を400mm×φ60mmと細長くしたのは、細長い方が振動の影響を大きく受け、切削位置による真円度の変化も大きいものと思われるからである。また、真円度の評価には、各切削位置での標本を5本ずつ取り、その平均を用いた。

3. データ処理

データ処理としては、離散的サンプリングにより、パワースペクトルおよび位相の算出を行った。以下に、その方法について概略を述べる。

前節で述べた基準線の位置を基準として、真円度曲線を、角度にして3°間隔に分割し、各分点120点における標本点に対して有限フーリエ級数を適用した。離散的サンプリングにおいては aliasing の問題があるが、問題となる周波数域の振幅は非常に小さいので、その恐れは全くない。フィルタをかければ万全ではあるが、なるべく原波形に忠実な形でスペクトルを求める意味でフィルタは用いなかった。

一般に2N個の標本に対して、関数f(t)は、有限フーリエ級数を用いて、次のように表現できる*。

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{N-1} (a_k \cos \frac{\pi}{N} kt + b_k \sin \frac{\pi}{N} kt) + \frac{a_N}{2} \cos \pi t$$

$$t = 0, 1, 2, \dots, 2N-1 \quad (1)$$

ここに、各フーリエ係数 a_k, b_k は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} a_k &= \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{2N-1} f(t) \cos \frac{\pi}{N} kt, k=0, 1, 2, \dots, N \\ b_k &= \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{2N-1} f(t) \sin \frac{\pi}{N} kt, k=0, 1, 2, \dots, N-1 \end{aligned} \right\} (2)$$

複素表示として、

$$f(t) = \sum_{k=0}^{2N-1} c_k e^{i \frac{\pi}{N} kt}, t=0, 1, \dots, 2N-1 \quad (3)$$

$$c_k = \frac{1}{2N} \sum_{t=0}^{2N-1} f(t) e^{-i \frac{\pi}{N} kt}, t=0, 1, 2, \dots, 2N-1 \quad (4)$$

を得る。式(2)と(4)との対応としては、まず c₀, c_N について、

$$c_0 = \frac{1}{2} a_0, c_N = \frac{1}{2} a_N \quad (5-1)$$

となり、一般の c_k, 1 ≤ k ≤ N-1, c_{k'}, N+1 ≤ k' ≤ 2N-1, k' = 2N-k, については、

$$e^{-i \frac{\pi}{N} k' t} = e^{-i \frac{\pi}{N} (2N-k) t} = e^{-2\pi i t} e^{i \frac{\pi}{N} k t} = e^{i \frac{\pi}{N} k t} (\because e^{-2\pi i t} = 1)$$

により、

$$\left. \begin{aligned} c_k &= \frac{1}{2} (a_k - i b_k) \\ c_{k'} \triangleq c_{2N-k} &= \frac{1}{2} (a_{k'} + i b_{k'}) \end{aligned} \right\} \quad (5-2)$$

となる。式(5-1), (5-2) から、

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= 2 c_0, a_N = 2 c_N \\ a_k &= c_k + c_{2N-k} \\ b_k &= i(c_k - c_{2N-k}) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

となる。式(5-1), (5-2) から

を得る。これにより、離散形としてのスペクトル密度 P_k を、

$$P_k = a_k^2 + b_k^2 \quad (7)$$

で与える。ただし、ここでの f(t) としては、120点の標本点(最小二乗中心法による真円度曲線の中心から半径方向に測った値 g(t), t=0, 1, 2, ..., 119)の平均を \bar{g} として、f(t) = g(t) - \bar{g} を採用した。

次に位相についてであるが、これについては次のような観点に従って検討した。通常の外周旋削においては、心押台側から主軸側へ向けて、工具が送られる。これにより、切削点に振動的な力が発生するが、これに伴う被削材一旋盤系の振動は、前述のように、非定常振動となる。したがって、工具の位置(すなわち、切削位置)により、被削材(円柱)の母線の一つを仮想的な基準線にとると、この基準線に対して、各周波数成分の位相にズレを生じることになる。こうして、各切削位置での被削材横断面(真円度曲線)は特定のパターンを有する。このパターンの特徴を明確にするため、上述の f(t) に数値的フィルタをかけ、その平滑化された形状が、基準線の位置を0°として、図形としてどれだけ回転しているかを位相として表現する。上記の手続きを、数式的に表現すると以下ようになる。

数値的フィルタとして採用した、13点平均フィルタは次式で表現される。

$$u(t+6) = \frac{1}{13} \sum_{s=0}^{12} v(s+t), 0 \leq t \leq 2N-1, N=60 \quad (8)$$

ここで、v(t) は f(t) を正規化するためのもので、

$$v(t) = \frac{g(t) - \bar{g}}{S} = \frac{f(t)}{S} \quad (9)$$

で与えられる。上式中の S は標準偏差 S = √S² (S² は f(t) の不偏分散である。) である。フィルタ(8)の特性は以下のように与えられる。いま、v(t) = e^{iωt} とおくと、

$$\begin{aligned}
 u(t+6) &= \frac{1}{13} \sum_{S=0}^{12} e^{i\omega(t+S)} \\
 &= \frac{1}{13} e^{i\omega(t+6)} \sum_{S=0}^{12} e^{i\omega(S-6)} \\
 &= \frac{1}{13} e^{i\omega(t+6)} \times \frac{e^{7i\omega} - e^{-6i\omega}}{e^{i\omega} - 1} \\
 &= \frac{1}{13} e^{i\omega(t+6)} \times \frac{e^{\frac{13}{2}i\omega} - e^{-\frac{13}{2}i\omega}}{e^{\frac{1}{2}i\omega} - e^{-\frac{1}{2}i\omega}} \\
 &= \frac{1}{13} e^{i\omega(t+6)} \frac{\cos \frac{13}{2}\omega}{\cos \frac{\omega}{2}} \quad (10)
 \end{aligned}$$

を得る。 $\omega = 2\pi\sigma$ において、フィルタ(8)の周波数伝達特性 $H^2(\sigma)$ は次式で与えられる。

$$H^2(\sigma) = \frac{\cos^2 13\pi\sigma}{\cos^2 \pi\sigma} \quad (11)$$

この特性を Fig. 2 に示す。

ところで、周波数ということについて少し詳細を述べると、本質的には真円度曲線は時間的性格を持たない。したがって、むしろ人為的に“周波数”を導入する必要がある。ここで採用した切削速度は 100m/min であるので、1秒間当りに換算すると、約 1.66m/sec と

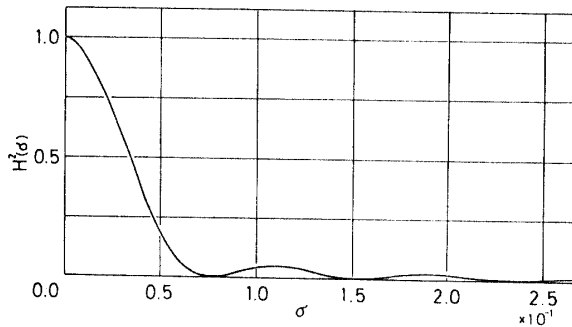


Fig.2 Characteristic of smoothing filter by 13's

なる。直径 60mm の被削材の外周、すなわち 1 回転に要する距離は約 0.188m であり、したがって 1 回転を周期とする波の周波数は、 $1.66/0.188 \approx 8.8$ により、約 8.8Hz に該当する。

また、 σ については、さらに議論を要する。式(1)から式(11)までの記述における“離散的時間” t の適用に当たっては、時間間隔 Δt を $\Delta t = 1$ としてきた。サンプリング定理から、この離散的サンプリングによって再現可能な波の周期 T は $T > 2\Delta t = 2$ を満すものである。これを周波数に換算すれば、 $\sigma = 1/T$ により、 $\sigma < 1/2$ となり、 $\sigma = 1/2$ が折曲げ周波数である。フィルタ(8)の特性は $\sigma = 1/2$ の軸に対して左右対称な形をしている。しかし、先に述べたように、真円度曲線の原波形には $\sigma \geq 1/2$ なる周波数成分の大きさは十分小さく、したがってフィル

タ(8)による平滑化を施した後の波形には aliasing の影響は入っていない。Fig. 2 において、 $\sigma \approx 0.03$ で $H^2(\sigma) = 0.5$ となり、十分な大ききでフィルタを通過する周波数成分は $\sigma < 0.03$ と考えてよい。前段落で与えた周波数の尺度は別物である。 σ と前段落における尺度(以下、これを f と書く。)との対応関係は以下のようにして与えられる。1 回転 (2π) を周期とする波の周波数を f_0 ($\approx 8.8\text{Hz}$)、その周期を T_0 、また $\sigma_0 = 1$ に対応する周期を T_1 とおくと、 T_1, T_0 は角度表示において、

$$T_1 = \frac{2\pi}{120} \text{ rad} (= 3^\circ)$$

$$T_0 = 2\pi \text{ rad}$$

したがって、

$$\sigma_0 = \frac{T_0}{T_1} f_0 \approx 120 f_0 \approx 120 \times 8.8 \approx 1.06 \text{kHz} \quad (12)$$

を得、 $\sigma_0 (= 1)$ は尺度 f において約 1060Hz に相当することがわかる。

位相を求めるために、三角関数による合成波 $w(t)$ を構成する。

$$\begin{aligned}
 w(t) &= \sum_{n=1}^4 A_n \sin \left(\frac{\pi}{N} nt + \varphi_n \right) \\
 A_n &= \frac{1}{S} \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \\
 \varphi_n &= \tan^{-1} \frac{b_n}{a_n}, 0 \leq t \leq 2N-1, N=60
 \end{aligned} \quad (13)$$

上式を利用して、

$$E(s) = \sum_{t=0}^{2N-1} [u(t+s) - w(t)]^2, 0 \leq s \leq 2N-1 \quad (14)$$

とし、この $E(s)$ を最小にする s の値から、位相 ξ を、 $\xi = 3s$

で与える。 $n=1$ のときの角速度 $\omega = \pi/N = 2\pi/2N$ は周期 2π を与える。これは周波数の上では $f_0 \approx 8.8\text{Hz}$ に対応し、以下 $n=2, 3, 4$ について、それぞれ $2f_0, 3f_0, 4f_0$ に対応する。前述したようにフィルタ(8)を通過する周波数帯域は $\sigma < 0.03$ であり、これを周波数 f に換算すると、式(12)により、

$$\sigma < 0.03 = 0.03\sigma_0 = 4f. \quad (16)$$

を得る。式(14)において $n \leq 4$ としたのは、上の関係式による。また、定数項 ($n=0$) を含めず、 $n \geq 1$ としたのは、 $u(t)$ には、その生成法により、定数項を含まないためである。(式(8), (9)参照)

4. 実験結果

Fig. 3 に切削位置による真円度の変化を示す。心押台センタから 50mm の位置 (50~60mm の位置のことを、その領域の右端の値を取って、以後 50mm の位置

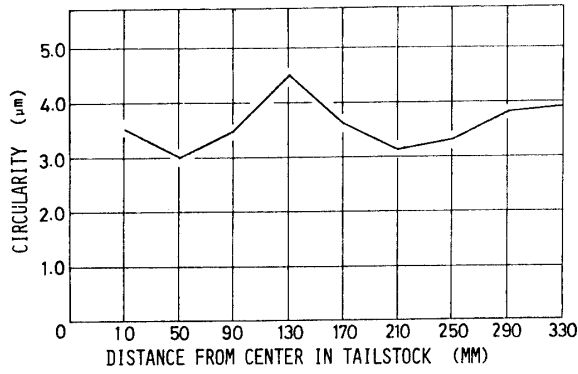


Fig.3 Cutting position vs. circularity

と記す。他の位置についても同様である。)および210mmの位置において、真円度の値が大きい。全体的にみると、心押台側から主軸側へ向けて真円度の値は大きく波を打つように変化しており、一種の周期性がみられる。

次に、Fig. 4(a)および(b)は、各位置における真円度曲線のパワースペクトルを示したものである。縦軸は、パワー総量(すなわち、各周波数帯域でのスペクトル密度を全周波数帯に亘って累積したもの)に対する各周波数におけるスペクトル密度の百分率で表現されている。これを見ると、 $2 \times 8.8\text{Hz}$ のスペクトル密度の値は、少ない場合(130mmの位置)でも全体の約25%、また多い場合(10mmの位置)には約65%にも達して

いることがわかる。すなわち、被削材外周1回転を2周期とする成分が一番大きい割合を占めている。当然のことながら、 $2 \times 8.8\text{Hz}$ の成分が全体に占める割合が小さい場合には、その分だけ他の周波数成分が全体に占める比率が大きい訳で、特徴的な場合として、130mmの位置(Fig. 4(b))が挙げられる。この位置においては、 $3 \times 8.8\text{Hz}$ の成分が $2 \times 8.8\text{Hz}$ のそれより大きくなっており、他の位置における傾向とはかけ離れている。(これを傾向(1)とする。)また、10mmの位置、250mmの位置(いずれもFig. 4(a))および50mmの位置(Fig. 4(b))においては、 $2 \times 8.8\text{Hz}$ の成分が際立って大きい。(これを傾向(2)とする。)殊に10mmの位置において著しい。さらに、90mmの位置、170mmの位置および330mmの位置(いずれもFig. 4(a))では成分の分布が類似している。(これを傾向(3)とする。)このように分類してみると、傾向(1)は、他の位置に比べて真円度の非常に悪い130mmの位置だけにみられる傾向、傾向(2)は、その逆に真円度の良い部分に共通した傾向である。また、傾向(3)は、真円度が中間的な値を示す部位に共通した傾向と言える。この点をさらに明確に示しているのが、Fig. 5である。この図は、Fig. 4(a)および(b)を、横軸に測定位置を取って表現し直したもので、各周波数成分の比率の位置による変化を示している。 $2 \times 8.8\text{Hz}$ の成分の挙動と $3 \times 8.8\text{Hz}$ のそれとが互いに逆

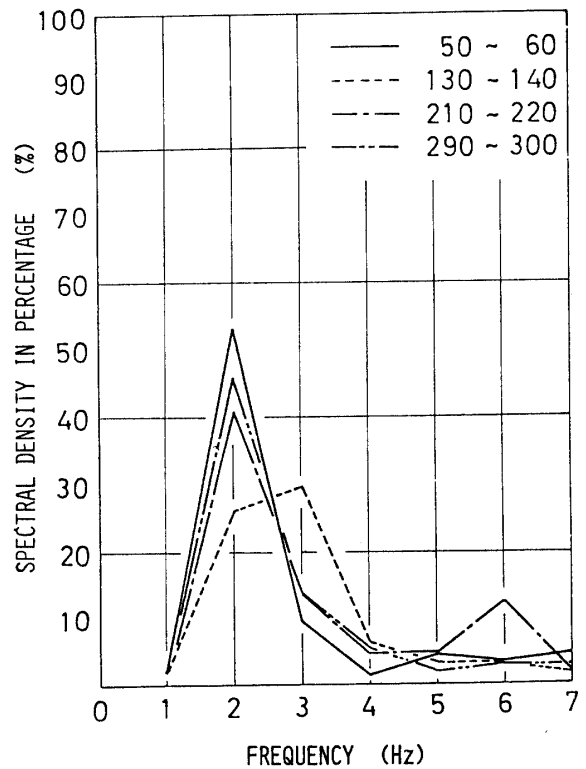
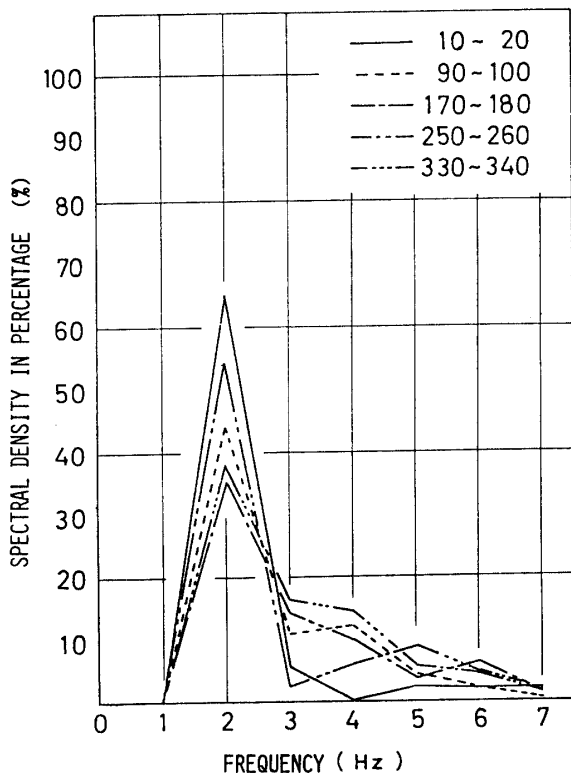


Fig.4 Ratio of each frequency component to the whole spectrum

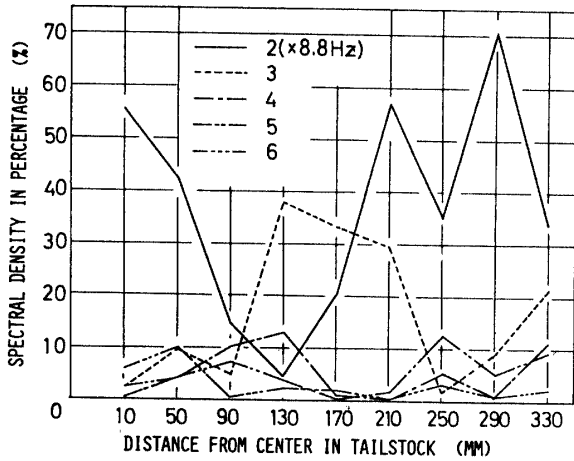


Fig.5 Spectral density distribution

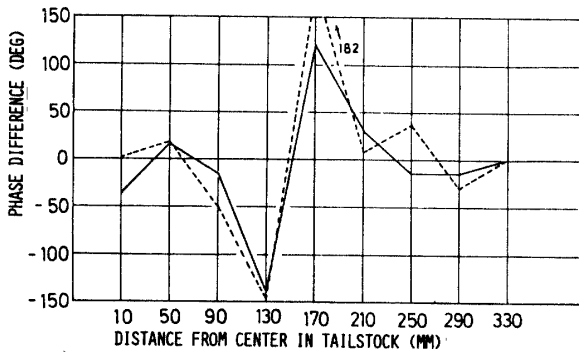


Fig.6 Phase difference distribution

の傾向を示している。このように、この図において、周波数特性と真円度との対応関係がより明確に現われている。

Fig. 6は、主軸側端 330mm の位置を基準として、各位置における位相関係を示したものである。一般的には、あまり位相のズレはみられず、従って、前述の傾向とは必ずしも明確な対応関係を示してはいないが、130mm の位置と 170mm の位置で位相のズレが大きい。130mm の位置は位相においても、他の位置とは異なった傾向を示している。

以上示したデータ処理の結果は、製造会社の異なる 2 台の旋盤に対して行った結果であり、それらが同傾向を示すことから、これらの結果は旋盤に固有な傾向ではなく、一般的な被削材—旋盤系の動特性を反映しているものと思われる。

5. 結 言

実験における具体的な適用例を踏まえながら、外周旋削における真円度生成に関するデータ処理法について述べた。被削材—旋盤系の動特性について十分な知見を得ることで、より精度の高い加工が可能となる。本法は、このための一法として有効であると思われる。

なを、真円度測定に際し、ご配慮をいただいた山口県商工指導センタ技術第一部長・塩川好一氏、同機械科長・山本英司氏の両氏に謝意を表します。

(昭和 57 年 10 月 15 日受理)

**R. W. Hamming, Numerical Methods for Scientists and Engineers, McGraw-Hill, 1962. 参照