

# 矩形波モデルによる遅れ最小化オフセットについて

久 井 守

## On the Delay-Minimizing Offsets Based on the Rectangular Platoon Model

Mamoru HISAI

### Abstract

This paper describes the delay-minimizing offsets of signal coordination based on the single rectangular platoon model. The platoon is assumed to be represented by a single rectangle and to disperse at a constant rate according as it travels. At first, the delay functions at signalized intersections are derived. Next, for two signals independent of the others, the optimal relative offsets minimizing the total delay of the link are obtained. Then, by using DP technique, the optimal offsets for multi-signal arterial streets considering the influences from upstream signals are obtained. As a result, it is found that one of three specified offsets, the preferential, the simultaneous or the alternative offset, is optimal for two signals, and that although one of three specified offsets is nearly optimal for multi-signal arterial streets, it is not always optimal. So it is better to optimize the offset patterns for multi-signal arterial streets by the optimization technique such as DP.

### 1. はじめに

交通信号機の系統制御では、制御パラメータとして信号周期、青時間比率およびオフセットが必要である。これらの制御パラメータのうち、オフセットは交通の円滑化にとって最も重要な制御パラメータであり、これまでこのオフセットの最適化については多くの研究が行われてきた。本研究は、矩形波交通流モデルによる遅れ最小化オフセットに関するこれまでの研究<sup>1)~4)</sup>と著者の最近の研究<sup>5)~8)</sup>を整理して、最適オフセットの特徴について考察したものである。

交差点への到着および発進車群を矩形波で表す矩形波モデルは解析的な取扱いが可能でかつ最適オフセットの特徴が考察しやすい。本研究では、このような矩形波モデルにもとづく最適オフセットについてまとめた。これらの結果からただちに系統制御の最適オフセッ

トを一般的に求めることはできないものの、オフラインでオフセットの最適化を検討するようときには重要な参考になるものと考えられる。

### 2. 矩形波交通流モデルの遅れ時間

#### 2.1 不飽和交通流の遅れ時間

信号交差点では交通流は車群を形成する。この車群は、交差点の発進交通および隣接下流交差点への到着交通とも、Fig. 1のような単一の矩形波で表す。交差点発進時の車群長は $\lambda_0 = g'$ とし、車群は走行中に拡散し、隣接下流交差点到着時の車群長は $\lambda$ になるものとする。図中の $g$ は青時間、 $r$ は赤時間、 $\gamma$ はオフセット、 $\tau$ は交差点間の走行所要時間、 $\xi$ は車群の到着位置であり、単位はいずれも対周期比である。

いま到着車群、発進車群、待ち台数変化およびそれら相互間の関係の1例をFig. 2に示す。時刻 $t$ における待ち台数を $q_i(t)$ とすると微小時間 $t \sim (t + dt)$ の間の遅れ時間は $q_i(t)dt$ であるから、1周期当りの遅

\*土木工学科

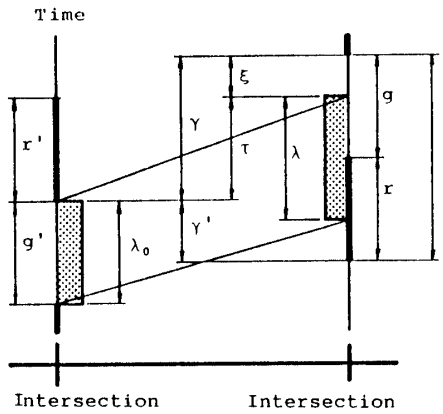


Fig. 1 Rectangular platoon and signal times.

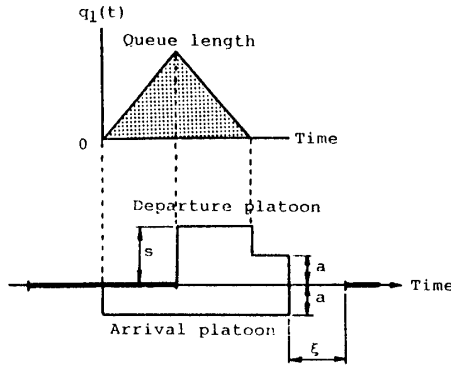


Fig. 2 Relationship between the queue length, arrival and departure platoon.

れ時間は  $q_l(t)$  を 1 周期にわたって積分したものとなる。到着車群が赤信号にかからない場合の遅れ時間  $w_1$  は

$$w_1 = 0 \tag{1}$$

であるが、Fig. 2 のように到着車群が赤信号にかかる場合の遅れ時間  $w_1$  は次のようになる<sup>4)</sup>。

$$w_2 = \frac{as}{2(s-a)} (\xi + \lambda - g)^2 \tag{2}$$

ここに

a : 車群のフローレート (台/s)

s : 飽和交通流率 (台/s)

$\xi$  : 車群の到着位置

待ち台数および遅れ時間の関数形は  $\xi$  の大きさによって異なるので、遅れ時間を  $\xi$  の関数としてまとめると Fig. 3 のように 4 とおりに集約される<sup>4)</sup>。図中の  $w_3 \sim w_6$  は次のとおりである。

$$w_3(\xi) = \frac{as}{2(s-a)} r^2 \tag{3}$$

$$w_4(\xi) = q(\xi - g) + \frac{q(s\lambda + q)}{2s} \tag{4}$$

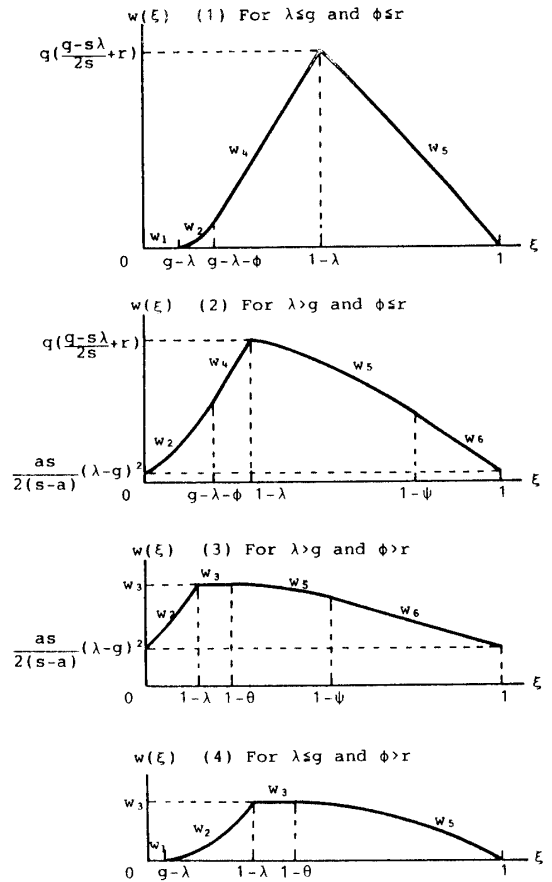


Fig. 3 Delay functions for  $a < s$ .

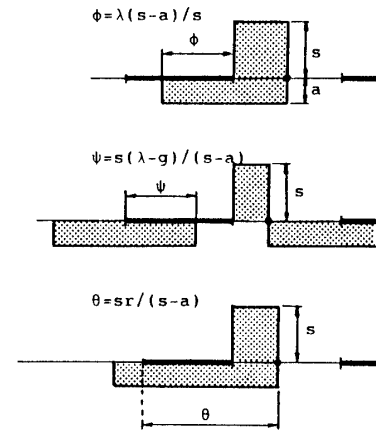


Fig. 4 Definitions of  $\phi$ ,  $\psi$  and  $\theta$ .

$$w_5(\xi) = \frac{a}{2s} \{ -(s-a)\xi^2 + 2(sg-a)\xi + sr - sg + a \} \tag{5}$$

$$w_6(\xi) = (a-q)(1-\xi) + \frac{as}{2(s-a)} (\lambda - g)^2 \tag{6}$$

ここに  $q$  は車群の交通量 ( $q = a\lambda$ ) である。また Fig. 3 中の  $\phi$ ,  $\psi$ ,  $\theta$  の定義は Fig. 4 に示すような時間

量(対周期比)である。台・s/s 単位の遅れ時間  $W$  は、 $w$  に信号周期  $T$  (s) を乗じて得られる。Fig. 3 の遅れ時間は猪瀬らの求めた遅れ時間<sup>3)</sup>と基本的には同じである。異なる点は遅れ時間の単位と  $\xi$  の定義であると考えられる。

車群が拡散し、車群長  $\lambda$  が大きくなるに従って遅れ時間と  $\xi$  の関係は Fig. 3 の(1)→(2)→(3)と変化し、一様流 ( $\lambda = 1$ ) になった場合の遅れ時間は

$$w = \frac{qs}{2(s-q)} r^2 \quad (7)$$

である。

### 2.2 飽和交通流の遅れ時間

1つの車群の交通量  $a\lambda$  が1周期当りの交差点容量  $sg$  に等しいという、飽和流の場合の遅れ時間は Fig. 5 のようになる。この図における  $w_7, w_8$  は次のとおりである。

$$w_7(\xi) = q\xi + \frac{1}{2}q(\lambda - g) \quad (8)$$

$$w_8(\xi) = (a-q)(1-\xi) + \frac{1}{2}q(\lambda - g) \quad (9)$$

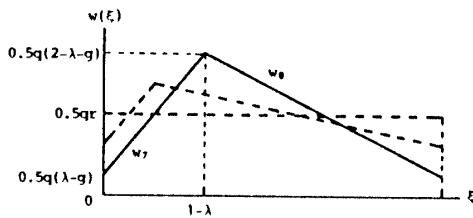


Fig. 5 Delay functions for saturation flow ( $a\lambda = sg$ ).

車群が拡散し  $\lambda$  が大きくなるに従って、遅れ時間と  $\xi$  の関係は、図中の実線から破線へと変化し、一様流 ( $\lambda = 1$ ) の場合の遅れ時間は図中の横軸に平行な破線となる。この一様流の場合の遅れ時間は、式(7)に  $q = sg$  を代入して

$$w = \frac{1}{2}qr \quad (10)$$

となる。Fig. 5 は Fig. 3(2)の特別のケースとして説明できる。すなわち、Fig. 3(2)の横軸の  $g - \lambda + \phi$  および  $1 - \psi$  は  $a\lambda = sg$  を用いて変形すると、それぞれ  $(g - \lambda + \phi) \rightarrow 0$

$$(1 - \psi) \rightarrow (1 - \lambda)$$

となり、Fig. 3(2)は  $w_4$  および  $w_6$  のみで表される。しかも  $w_4$  および  $w_6$  に  $q = a\lambda = sg$  を代入して変形すると

$$w_4(\xi) = q\xi + \frac{1}{2}q(\lambda - g) = w_7(\xi) \quad (11)$$

$$w_6(\xi) = (a-q)(1-\xi) + \frac{1}{2}q(\lambda - g) = w_8(\xi) \quad (12)$$

となり、Fig. 5 に一致する。

特別の場合として、拡散のない場合 ( $\lambda = g$ ) の遅れ時間は Fig. 6 のようになる。この図における  $w_9$  および  $w_{10}$  は次のとおりである。

$$w_9(\xi) = sg\xi \quad (13)$$

$$w_{10}(\xi) = sr(1-\xi) \quad (14)$$

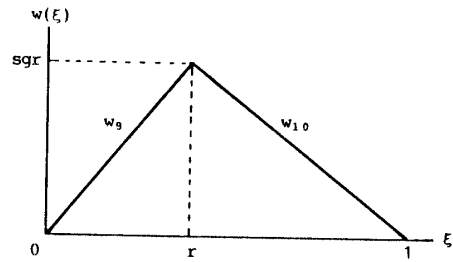


Fig. 6 Delay functions for saturation flow ( $a=s, \lambda=g$ ).

この  $w_9, w_{10}$  はそれぞれ  $w_7, w_8$  において  $\lambda = g, a = s, q = sg$  において得たものである。これは猪瀬らが求めた遅れ時間<sup>3)</sup>と同じものである。

### 3. 交差点間の遅れ時間と最適オフセット

#### 3.1 交差点間の遅れ時間

いま2つの交差点からなる道路を対象とし、その信号区間の上下両方向の合計遅れ時間と最適オフセットについて考える。いまこの信号区間の相対オフセットを  $\gamma$  とすると Fig. 1 より明らかなように

$$\gamma = \xi + \tau \pmod{1} \quad (15)$$

である<sup>1)</sup>。ここに  $\tau$  は信号区間の時間距離、すなわち区間距離  $D$  (m) の走行所要時間を信号周期  $T$  で基準化したものであり

$$\tau = \frac{D}{Tv} \quad (16)$$

である。ここに  $v$  は車群後端の走行速度 (m/s) である。上り方向の  $\gamma, \xi$  および上り交通の遅れ時間  $w$  に対して、下り方向についても同様にして  $\gamma', \xi'$  および  $w'$  を定義すると、Fig. 1 より  $\gamma + \gamma' = 1$  であるから

$$\xi' = 1 - 2\tau - \xi \quad (17)$$

となる<sup>1)</sup>。信号区間の上下両方向の合計遅れ時間を  $w_T(\xi)$  とすると

$$w_T(\xi) = w(\xi) + w'(1 - 2\tau - \xi) \quad (18)$$

となる。

3.2 拡散のない飽和流の最適オフセット

まず車群の拡散がない飽和流については、式(18)の  $w_T$  を最小にする  $\xi^*$ 、したがって式(15)より最適オフセット  $\gamma^*$ が、猪瀬らによって Fig. 7 のように求められている<sup>3)</sup>。

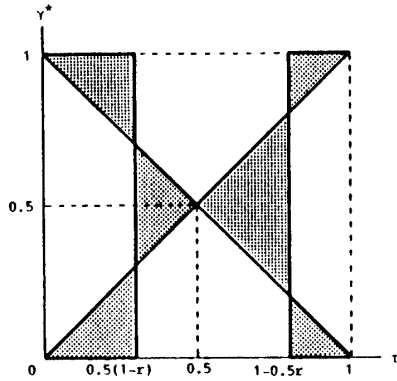


Fig. 7 Optimal offsets between two signals for saturation flow ( $a=s, \lambda=g$ )<sup>3)</sup>.

ところでオフセットとして次のような特定のオフセットがある。

- (a) 上り優先オフセット  $\gamma = \tau$
  - (b) 下り優先オフセット  $\gamma = 1 - \tau$
  - (c) 同時式オフセット  $\gamma = 0$
  - (d) 交互式オフセット  $\gamma = 0.5$
- (19)

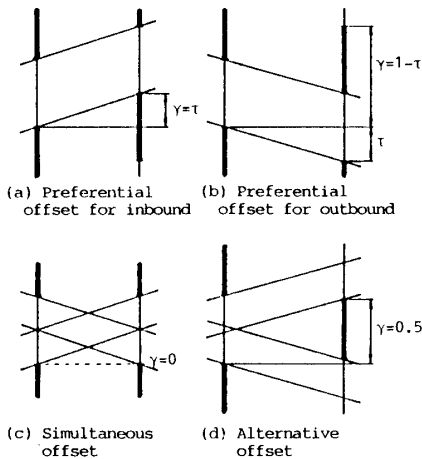


Fig. 8 Examples of specified offsets.

これらのオフセットを時間距離図上に示すと Fig. 8 のようになる。Fig. 7 より、区間距離によって最適オフセットは異なるが、(a)~(d)のいずれかのオフセットはつねに最適オフセットの1つであることがわかる。また猪瀬らは、飽和流モデルでは上下両方向の交通量あ

るいは両端信号の赤時間の大きさに関係なく優先オフセットはつねに最適であるとしている<sup>4)</sup>。ただし飽和流の場合は上下両方向の交通量および赤時間はいずれも等しいという前提条件がないと交通量が交通容量を超えることとなり、厳密にはオフセット最適化の議論はできない。

Fig. 7 は  $\tau$  の値すなわち区間距離および周期によって最適オフセットが変化することを示している。そこで  $\tau$  のいろいろな値に対して遅れ時間  $w_T(\gamma)$  を求め、その関数形が  $\tau$  とともにどのように変化するかを示したのが Fig. 9 である<sup>5)</sup>。これは式(13)、(14)、(15)および(18)を組み合わせることによって求めたものである。この図から、遅れ時間の極小点は  $\tau$  の増加とともに  $\gamma$  軸の両端→中央→両端と変化していることがわかる。すなわち  $\tau$  が 0 か 1 に近い場合、最適オフセット  $\gamma^*$  は 0 または 1 の近傍にあり、 $\tau$  が 0.5 に近い場合、 $\gamma^*$  は 0.5 付近にあることを示している。さらに

$$\tau = 0.5 - 0.5r \quad \text{または}$$

$$\tau = 1 - 0.5r$$

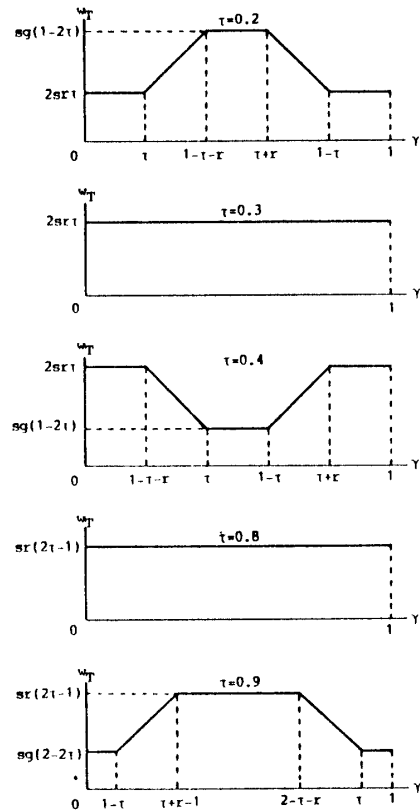


Fig. 9 Changes of the delay functions with the distance  $\tau$  between two intersections for saturation flow (in case of  $q=q'$ ).

ではオフセット効果がないことを示している。この図は  $r=0.4$  の場合の図であり、この場合は  $\tau=0.3$  または  $\tau=0.8$  でオフセット効果がない。もし  $r=0.5$  の場合には、 $\tau=0.25$  または  $\tau=0.75$  でオフセット効果がないこととなる。

飽和流の遅れ最小化オフセットとスルーバンド法による平等オフセット（高田らのいわゆる Normal Offset<sup>9)</sup>）を比較するため、2信号間の平等オフセットを Fig. 10 に示す。この図を Fig. 7 と比較すると、 $r=0.5$  であれば、飽和流の遅れ最小化オフセットは平等オフセットを完全に包含していることがわかる。すなわち2信号間の平等オフセットは飽和流の遅れ最小化オフセットでもあることを示している。

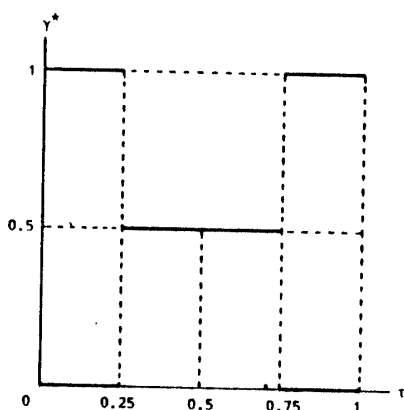


Fig. 10 The Balanced offsets between two signals.

### 3.3 拡散を考慮した飽和流の最適オフセット

つぎに車群の拡散を考慮した飽和矩形波モデルによる遅れ最小化オフセットについて考える。遅れ時間は Fig. 5 に示すとおりである。Fig. 6 の拡散のない場合の極大点  $\xi = r$  に比較して、遅れの極大点が  $\xi = 1 - \lambda$  にあり、したがって最適オフセットは Fig. 7 の  $r$  に代えて  $1 - \lambda$  を代入したものとなり、基本的には拡散のない場合と同様の傾向を示すことがわかる。

### 3.4 拡散のない不飽和流の最適オフセット

拡散がない場合の不飽和矩形波モデルについて考える。両端信号の青時間が等しい ( $g = g'$ ) 場合、遅れ時間は Fig. 3 で  $\lambda = g$  とおいたものとなる。 $\phi \leq r$  の場合すなわち Fig. 3(1) について、上下両方向の合計遅れ時間  $w_T$  を最小にする最適オフセットを求めると Fig. 11 および Fig. 12 のようになる。これは式(18)の  $w_T$  を最小にする  $\xi^*$  を求め、これを式(19)によって  $\gamma^*$  に変換する

方法で求めたものである。 $\xi^*$  は  $(1 - 2\tau)$  をパラメータとして求め、 $\xi^*$  と  $(1 - 2\tau)$  の関係を  $\gamma^*$  と  $\tau$  の関係に変換したのが Fig. 11 および Fig. 12 である。上下両方向の交通量が等しい ( $q = q'$ ) 場合は  $\tau$  に応じて優先オフセット、または平等オフセット（同時式または交互式）のいずれかが最適である。平等オフセットまたは優先オフセットはつねに最適とはならず、飽和流の場合より最適オフセットの範囲が狭くなっている。上下両方向の交通量が異なる ( $q > q'$ ) 場合は、交通量の多い方向の優先オフセットまたは、優先的なオフセットが最適オフセットとなる。

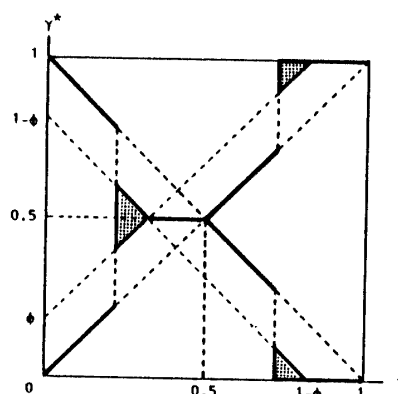


Fig. 11 Optimal offsets between two signals for undersaturated flow with no platoon dispersion (in case of  $q = q'$ ).

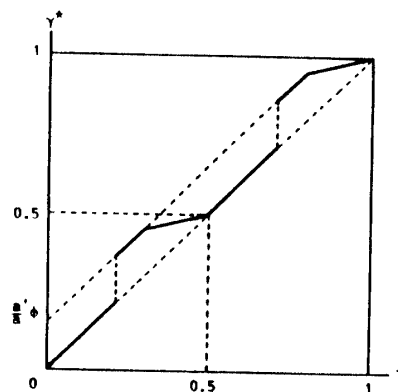


Fig. 12 Optimal offsets between two signals for undersaturated flow with no platoon dispersion (in case of  $q > q'$ ).

### 3.5 拡散がある不飽和流の最適オフセット

つぎに拡散がある場合の不飽和矩形波モデルについて考える。両端信号の青時間が等しい ( $g = g'$ ) 場合を考えると、 $\lambda > g$  である。いま上下両方向の交通量が等

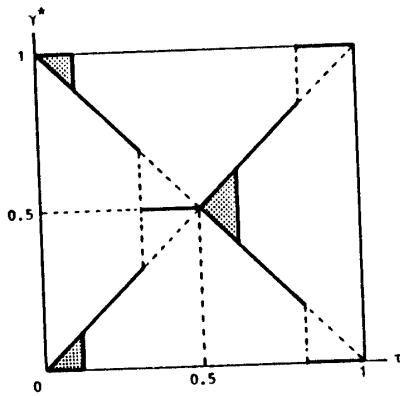


Fig. 13 Optimal offsets between two signals for undersaturated flow with platoon dispersion (in case of  $q=q'$ ).

しく ( $q=q'$ ), または  $\phi \leq r$  の場合すなわち Fig. 3 (2) の場合について, 上下両方向の合計遅れ時間  $w_T$  を最小にする最適オフセットを求めると Fig. 13 のようになる<sup>4)</sup>. これは拡散がない場合と同じ方法で求めたものである. これは Fig. 11 の拡散がない場合の最適オフセットとはいくぶん異なるが,  $\tau$  に応じて優先オフセット, または平等オフセット (同時式または交互式) のいずれかが最適となり, また平等オフセットあるいは優先

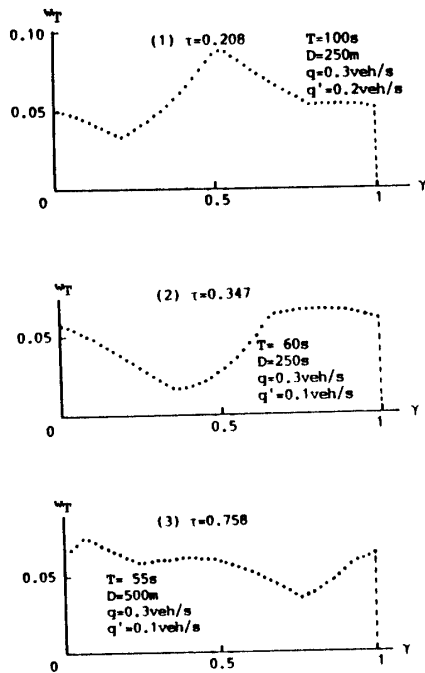


Fig. 14 Changes of the delay functions with the distance  $\tau$  between two intersections for undersaturated flow (in case of  $q > q'$ ).

オフセットはつねに最適とはならず, 飽和流の場合より最適オフセットの範囲が狭い, という点では拡散のない場合と同様の傾向を示している.

これとは別に, 拡散がある場合の不飽和流について, 上下両方向の合計遅れ時間とオフセットの関係を求めた結果から, 遅れ時間の極小点は  $\tau$  の増加とともに  $\gamma$  軸の両端 ( $\gamma=0$  または  $1$ ) → 中央 ( $\gamma=0.5$ ) → 両端 ( $\gamma=0$  または  $1$ ) と変化することを確かめている. この点では飽和流の場合の Fig. 9 と同様の傾向を示すが, 極小点の範囲は狭くなるという点が飽和流の場合とは異なるようである.

上下両方向の交通量が異なる ( $q > q'$ ) 場合の遅れ時間を Fig. 14 に示す. この図から, 遅れ時間は  $\gamma=0.5$  を軸として左右対象にはならず, この例では交通量が多い方向の優先オフセットが遅れを最小にするオフセットとなるという傾向を示していることがわかる<sup>5)</sup>.

### 3.6 2 交差点間の最適オフセットのまとめ

以上の検討結果を要約すると次のようになる.

- 1) 飽和流の場合は最適オフセットの範囲は広い. また優先オフセットはつねに最適である.  $r=0.5$  のとき, 平等オフセット (同時式または交互式) はつねに遅れを最小にする最適オフセットとなる.
- 2) 不飽和流の場合は最適オフセットの範囲は狭くなる. 上下量方向の交通量が等しい場合, 平等オフセットあるいは優先オフセットはつねに最適とはならないが, 同時式, 交互式, 上り優先あるいは下り優先のオフセットのうちのどれかが最適となる. 上下量方向の交通量が異なる場合は, 交通量が多い方向の優先オフセットか, あるいはそれに近いオフセットが最適となる.
- 3) 両端信号のスプリットが異なる場合についてはここでは検討していないが, 2 信号間については, 同時式, 交互式, 上り優先および下り優先の 4 オフセットとそれらの近傍に最適オフセットがありそうである.

### 4. DP による系統化路線の最適オフセット

前節では他の交差点の影響を受けない相隣り合う 2 信号のみに着目して 2 信号間の最適オフセットを考えた. しかし多数の信号交差点を対象とした系統制御の場合で, とくに交通量が容量にみえない程度の交通状況では, 上流区間のオフセットが当該区間の車群パターンに影響すると考えてオフセットの最適化を行うことが必要である.

この場合、交差点は車群パタンの変換器であり、車群パタンはオフセットに応じて順次変換される多段決定過程であると考えることができる。このように考えて、多数交差点の系統制御のオフセット最適化問題はDPの手法で解くことができる。このようなDPによる解法を提案したのとして勅使河原<sup>10)</sup>の研究と筆者らの研究<sup>7)~9)</sup>がある。勅使河原の方法は車群を2つまで考慮するが、車群の拡散を考慮していない。筆者らの方法は車群を1つとするが車群の拡散を考慮に入れることができ、またスルーバンド最大化オフセットも求めることができる。

ここでは筆者らが提案したDPによる遅れ最小化オフセットの求め方について述べ、その方法によって実際に、上流区間の影響を考慮した最適オフセットを求め、得られた最適オフセットの特徴について考察を行うこととする。

#### 4.1 車群パタン変換過程

車群パタンの変換ルールは Fig. 15の(a)~(d)の4とおりを仮定する。車群パタンは第k交差点発進時の車群長 $\lambda_k$  (矩形波の時間長さ)とその青時間内の位置 $x_k$ によって表す。矩形波の高さ(交通流率)は $a = q/\lambda_k$ である。変換ルール(a)は車群が赤信号にかからない場合であり、この場合は到着車群パタンがそのまま発進車群パタンになるというケースである。(b)は車群が2つに分割される場合であるが、単一矩形波の仮定により発進車群長を青時間に等しくするという仮定である。(c)は到着車群の前半部分のみが赤信号の影響を受け、実際の発進車群は2段の階段波になるところであるが、

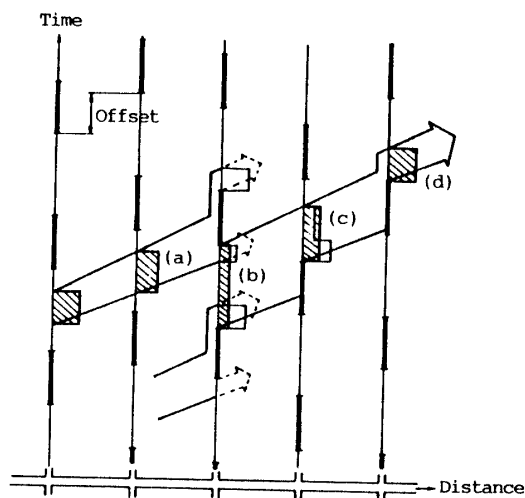


Fig. 15 Transformation rules of platoon patterns.

矩形波の仮定により面積が同一の矩形波に変換したものである。(d)は到着車群の全体が信号待ちを余儀なくされる場合で、発進波は飽和発進となる場合である。

ある交差点の車群パタンは隣接上流交差点の発進車群パタンと両交差点間のオフセットによって定まる。最初の交差点からの流入車群の交通流率(台/s)は飽和交通流率とする。その車群の位置は全体の遅れ時間が最小になるような位置とするが、これはDP計算の結果から定まる。

上り方向の車群変換過程は以上の通りであるが、下り方向についても同様の車群変換ルールを考慮してオフセットの最適化を行う。

最適化のための前提条件は上述のように車群を単一の矩形波とし、走行中の車群の拡散は拡がり係数 $c$ によって与える。広がりを考慮しない場合は $c = 0$ とおく。遅れ時間は2. で述べたものを用いる。交差点での右左折や信号区間途中での流出入はないものとする。

以上の仮定以外では、道路交通条件すなわち交差点数、各信号区間の区間距離、信号周期、各交差点の現示率、各信号区間の上り下り各方向の速度、および上下両方向の交通量は任意に与えることができる。ただし、各交差点の交通量は流入部の交通容量以下でなければならない。

#### 4.2 DPの定式化

最適化の対象路線を Fig. 16のように表す。最適化の目的関数 $J$ は対象路線全区間の総遅れ時間とする。この $J$ は

$$J = \sum_{k=1}^N \{w_k(\lambda_{k-1}, x_{k-1}, \xi_k) + w'(\lambda'_k, x'_k, \xi'_k)\} \quad (20)$$

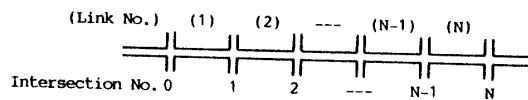


Fig. 16 Study section of arterial street.

と表すことができる。目的はこの $J$ を最小にする最適決定 $\xi_k^*$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ )を探索することである。 $J$ の式中、 $w_k$ は Fig. 17に示すように第k区間上り方向車群が第k交差点でこむる遅れ時間であり、これは $\lambda_{k-1}$ ,  $x_{k-1}$ および $\xi_k$ の関数である。 $\lambda_{k-1}$ は第(k-1)交差点の発進車群長、 $x_{k-1}$ は発進車群位置、 $\xi_k$ は第k交差点への到着車群位置であり、いずれも周期に対

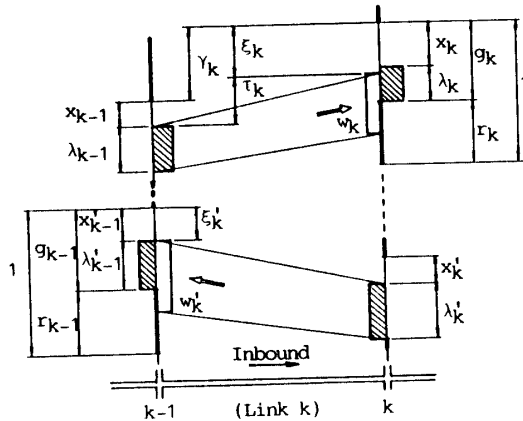


Fig. 17 Platoon patterns and delays in link k.

する比率で表す。また  $w'_k$  は第  $k$  区間下り方向車群が第  $(k-1)$  交差点でこむる遅れ時間であり、これは  $\lambda'_k, x'_k$  および  $\xi'_k$  の関数である。

式(20)をDPの関数方程式で表すと

$$f_0(\lambda_0, x_0, \lambda'_0, x'_0) = 0 \quad (21)$$

$$f_k(\lambda_k, x_k, \lambda'_k, x'_k) = \min \{ w_k(\lambda_{k-1}, x_{k-1}, \xi_k) + w'_k(\lambda'_k, x'_k, \xi'_k) + f_{k-1}(\lambda_{k-1}, x_{k-1}, \lambda'_{k-1}, x'_{k-1}) \} \quad (22)$$

( $k=1, 2, \dots, N$ )

となる。ここに、 $f_k(\lambda_k, x_k, \lambda'_k, x'_k)$  は与えられた  $\lambda_k, x_k, \lambda'_k$  および  $x'_k$  に対して、第1～ $k$ 区間までの最適決定  $\xi_k^* (k=1, 2, \dots, k)$  を与えたときに得られる第1～ $k$ 区間の最小遅れ時間である。式(22)における  $\xi_k$  と  $\xi'_k$  の間には、式(17)と同じく、Fig. 17から導かれる1次式の関係があるので、式(22)は  $\xi_k$  のみに関して最小化すればよい。

DP計算の結果から最適政策  $\xi_k^* (k=1, 2, \dots, N)$  が得られると、最適オフセット  $\gamma_k^*$  は次式で求めることができる。

$$\gamma_k^* = \xi_k^* + \tau_k - x_{k-1} \pmod{1} \quad (23)$$

ここに  $\tau_k$  は第  $k$  区間の上り方向の走行所要時間を周期で規準化したものである。

### 4.3 計算方法

DP計算は式(21)および式(22)によって  $f_0, f_1, f_2, \dots, f_N$  の順に行う。一般の第  $k$  区間の計算では、4つの変数  $\lambda_k, \lambda'_k, x_k$  および  $x'_k$  はそれぞれ

$$q/s \leq \lambda_k \leq g_k \quad (\text{ただし } \lambda_0 = q/s)$$

$$q'/s \leq \lambda'_k \leq g_k \quad (\text{ただし } \lambda_N = q'/s)$$

$$0 \leq x_k \leq g_k - \lambda_k$$

$$0 \leq x'_k \leq g_k - \lambda'_k$$

の範囲を、 $\lambda_k$  および  $\lambda'_k$  は  $\Delta\lambda$  間隔、 $x_k$  および  $x'_k$  は  $\Delta x$  間隔の離散量で与える。 $s$  は飽和交通流率(台/s)、 $g_k$  は第  $k$  交差点の青時間(対周期比)である。

式(21)および式(22)の計算は  $\lambda_k, \lambda'_k, x_k$  および  $x'_k$  のあらゆる組合せについて行う。 $f_k$  は  $\xi_k$  について最小化を行うが、その場合、上り方向の車群パターン  $(\lambda_{k-1}, x_{k-1})$  から  $(\lambda_k, x_k)$  への変換、および下り方向の車群パターン  $(\lambda'_k, x'_k)$  から  $(\lambda'_{k-1}, x'_{k-1})$  への変換の両者がともに車群変換ルールを満足するような  $(\lambda_k, x_k, \lambda'_k, x'_k)$  と  $(\lambda_{k-1}, x_{k-1}, \lambda'_{k-1}, x'_{k-1})$  のあらゆる組み合わせと可能な  $\xi_k$  の中から  $\{w_k + w'_k + f_{k-1}\}$  を最小にするように  $\xi_k$  を決定し、その結果を  $f_k$  とする。 $\xi_k$  は  $\Delta\xi$  間隔の離散量として最適化を行う。

DP計算が  $f_N$  まで完了すれば、 $f_N(\lambda_N, x_N, \lambda'_N, x'_N)$  の中から最小値を求め、それに対応する最適決定  $\xi_N^*$  を求める。その後  $f_{N-1}, f_{N-2}, \dots, f_1, f_0$  と逆にさかのぼって最適政策  $\xi_k^* (k=N, N-1, \dots, 2, 1)$  を決定する。このとき境界条件として、Fig. 18に示すように両端交差点からの流入車群の交通流率は飽和交通流率と仮定し、流入車群長は上り下りそれぞれ  $\lambda_0 = q/s, \lambda'_N = q'/s$  で一定とし、車群位置  $x_0, x'_N$  のみを最適化する。この場合  $x_0, x'_N$  は全体の遅れ時間、あるいは通過帯幅の計算に影響するところ大であるので、 $\Delta x_0$  間隔の離散量とし、 $\Delta x$  より小さき  $\Delta x$  の最適探索を行うこととする。

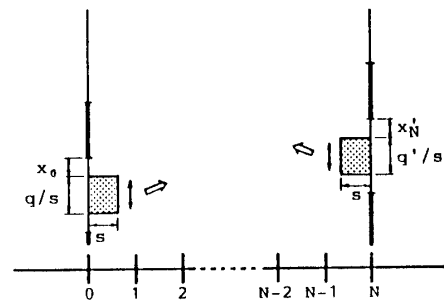


Fig. 18 Inflow platoon patterns from both ends of study section of arterial street.

広がり係数  $c$  は任意の非負の値を与えることができるが、いくつかの値を与えてDPの理論的最適オフセットを求めシミュレーションによって遅れ時間を比較評価した結果から  $c=0$ 、すなわち車群の拡散はないものとする。



4.4 DP オフセットと交通流パタン

以上で述べた DP の手法で Fig. 19 に示す 8 信号からなる路線について最適オフセットを求めた。得られた最適オフセットと交通流パタンの例を Fig. 20 に示す。

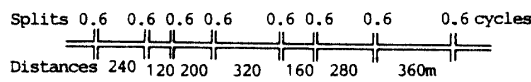


Fig. 19 Example of arterial street.

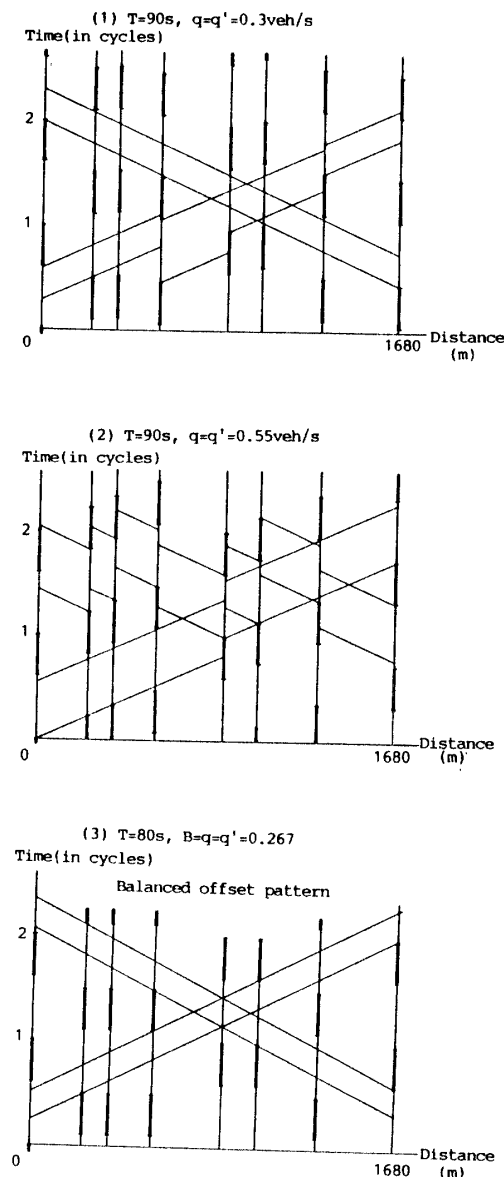


Fig. 20 Optimal offset patterns by DP technique considering the influences from upstream signals.

計算条件は

$$\Delta\lambda=0.1, \Delta x=0.1, \Delta x_0=0.025,$$

$$\Delta\xi=0.025, s=1 \text{ 台/s}, c=0.0,$$

$$v_k=v'_k=12\text{m/s} \quad (k=1, 2, \dots, N)$$

であり、信号条件は

$$g_k=0.60 \quad (k=0, 1, 2, \dots, N)$$

である。Fig. 20(1)は  $q=q'=0.3$  台/s と交通量が少ない場合である。この場合は平等オフセットに近いオフセットが得られている。Fig. 20(2)は  $q=q'=0.55$  台/s と交通量が多い場合であり、上り優先オフセットに近いオフセットが得られている。Fig. 20(3)は通過帯幅最大化オフセットである。これは総遅れ時間が 0 という条件で流入交通量  $q$  および  $q'$  を最大にするオフセットとして求めることができる。飽和交通流率  $s=1$  台/s とすると、 $q$  および  $q'$  がそれぞれ上りおよび下り方向の通過帯幅 (単位: 対周期比) となる。Fig. 20(3)の通過帯幅は  $B=q=q'=0.265$  と得られた。高田の方法で求めた通過帯幅の正解は 0.270 である。この差は DP 計算のステップ幅  $\Delta\lambda, \Delta x, \Delta x_0, \Delta\xi$  に起因しており、DP 計算の基本的考え方に誤りはない。

4.5 DP オフセットの特徴

Fig. 20 に示した DP オフセットの例では、交通量が多い場合は優先オフセット、交通量が少ない場合は同時式または交互式オフセットからなる平等オフセットに近いオフセットパタンがそれぞれ得られた。

DP による多数の計算例で最適オフセットの特徴をみると Fig. 21 のようになる。この図は Fig. 19 の路線を対象として、各交通量水準ごとに

$$T=60, 70, 80, 90, 100, 110, 120 \text{ s}$$

の 7 通りの周期について最適オフセット  $\gamma^*$  を求め、各リンクの時間距離  $\tau$  と  $\gamma^*$  の関係を 7 周期  $\times$  7 リンク = 49 点プロットしたものである。この図からみて、全体の傾向として、交通量が少ない場合は同時式または交互式に近いオフセット (平等オフセット) が多く得られ、交通量が多くなるに従って次第に上り方向または下り方向の優先オフセットが多くなり、最終の  $q=q'=0.6$  の場合には最適オフセットは Fig. 7 に示した飽和流の最適オフセットにほぼ一致した結果となっている。

4.6 上下両方向の交通量が異なる場合

上下両方向の交通量が異なる場合について求めた DP オフセットの 1 例を Fig. 22 に示す。これは

$$q=0.3 \text{ 台/s}, q'=0.5 \text{ 台/s}$$

$$T=60, 70, \dots, 120 \text{ s}$$

のように下り方向交通量が上り方向交通量より多い場

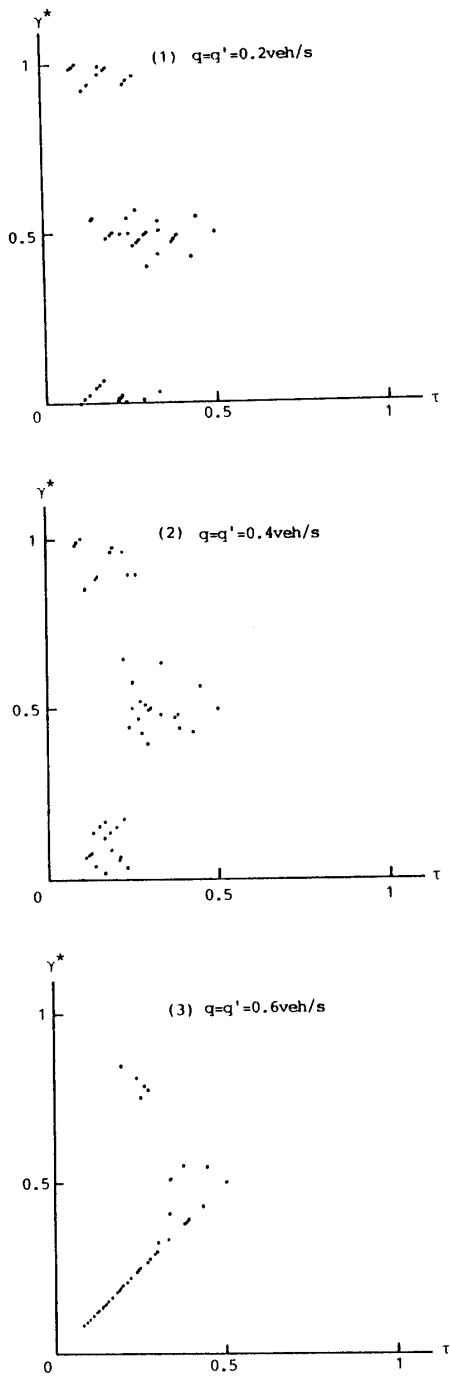


Fig. 21 Optimal offsets of each link by DP technique considering the influences from upstream signals (in case of  $q = q'$ ).

合について計算した結果である。この場合は下り優先オフセット  $\gamma^* = 1 - \tau$  またはそれに近いオフセットがほぼ最適となっていることがわかる。また

$$q = 0.3 \text{ 台/s}, q' = 0.2 \text{ 台/s}$$

$T = 60, 70, \dots, 120\text{s}$

のように上り方向の方が交通量が多いが、全体として交通量が少ない場合について計算したところでは、上り優先オフセット  $\gamma^* = \tau$  またはそれに近いオフセットがほぼ最適になるという結果を得ている。

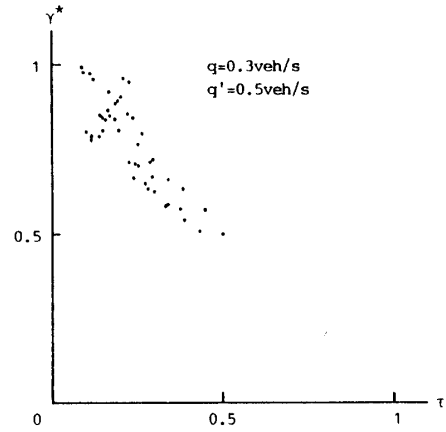


Fig. 22 Optimal offsets of each link by DP technique considering the influences from upstream signals (in case of  $q < q'$ ).

#### 4.7 各信号のスプリットが異なる場合

以上で述べた DP オフセットの特徴は、各信号のスプリットが異なる場合でもほぼ同様である。また他の路線についての計算結果もほぼ同様の傾向を示すことを確かめている。

### 5. むすび

本研究では単一矩形波交通流モデルを用いて路線系統制御の最適オフセットを求め、その特徴について考察した。他の信号の影響を受けない 2 交差点間の最適オフセットは解析的に求め、多数交差点の最適オフセットは DP の手法によって求めた。その結果を要約すると次のとおりである。

- 1) 2 交差点間のみに着目した場合、上下両方向の交通量が等しければ、最適オフセットは同時式、交互式、上り優先または下り優先のうちのいずれかのオフセットとなる。上下両方向の交通量が異なる場合は、交通量の多い方向の優先オフセットまたは優先的なオフセットが最適となる。
- 2) 多交差点の路線系統制御では、交通量が少ない場合は、同時式か交互式またはそれらに近いオフセットが最適となり、交通量が多くなると優先オフセッ

トが最適となる傾向がある。上下両方向の交通量が異なる場合は、交通量の多い方向の優先オフセットまたは優先的なオフセットが最適となる。

- 3) 多交差点の最適オフセットは同時式、交互式、上り優先または下り優先のいずれかのオフセットが最適であるという2交差点間の最適オフセットと傾向としては似ているが、必ずしもそうとはいえないので、DP手法のように他の信号区間のオフセットの影響を考慮した最適化の方法によることが望ましい。

以上のようにして、路線系統制御の最適オフセットの特徴について検討を行った。この検討の結果は、たとえばオンラインリアルタイムのオフセットの制御のようなものに直接役立てることはできないが、オフラインで最適オフセットを求めるときには1つの重要な参考になるものと考えられる。

#### 参 考 文 献

- 1) 猪瀬 博・藤崎博也・浜田 喬：一連の交差点における交通流の待合せおよび信号制御，総合試験所年報，第24年，第1号，pp. 9~17, 1965
- 2) 猪瀬 博・藤崎博也・浜田 喬：道路網における交通流制御，総合試験所年報，第24年，第2号，pp. 40~49, 1966
- 3) 猪瀬 博・藤崎博也・浜田 喬：巨視的交通流モデルに基づく道路交通制御の理論，電気学会雑誌，Vol. 87-8, No.947, pp. 153~162, 1967
- 4) 枝村俊郎・久井 守：系統式信号制御パラメータに関する一考察，交通工学，Vol. 5, No.5, pp. 24~33, 1970年3月
- 5) 久井 守：系統信号区間における車群と遅れ時間に関する一考察，土木計画学研究・講演集，No.8, 1986年1月
- 6) 枝村俊郎・久井 守・藤井登史雄：DPによる系統信号の最適化とシミュレーションによる検討，土木学会論文報告集，第209号，pp. 115~122, 1973年1月
- 7) 久井 守：DPによる系統信号の遅れ最小化制御と通過帯幅最大化制御，土木学会論文報告集，第371号，pp. 125~132, 1986年7月
- 8) M. Hisai: Delay-Minimizing Control and Bandwidth-Maximizing Control of Coordinated Traffic Signals by Dynamic Programming, Proceedings of the Tenth International Symposium on Transportation and Traffic Theory, pp. 301~318, 1987
- 9) 高田 弘・栗本 讓：系統信号方式による街路交通制御に関する一考察，土木学会論文集，No.124, pp. 11~20, 1965年12月
- 10) 勅使河原可海：交通流の最適制御，日本機械学会論文集（第1部），35, 275号，pp. 1431~1439, 昭和44年7月

(昭和63年4月15日受理)