

ホッパーの重量制御

—最小次元オブザーバを用いた LQ 制御—

和田 憲造*・村田 崇**・早野 延男*

Weight Control of a Hopper
—LQ Control using “Minimal Order Observer”—

Kenzo WADA, Takashi MURATA and Nobuo HAYANO

Abstract

In this report, we discussed the weight control of a hopper by using a microcomputer.

As for the control algorithm, we used the “LQ Control” method. Applying the LQ Control algorithm, we estimated the unmeasurable state variables by using “Minimal Order Observer”.

The following results became clear through the experiment and the simulation.

1) If we use “LQ Control” method as for the control algorithm, the response waves show a good behaviour with an increase in the value of W_{1x} and with a decrease in the value of W_{2x} and W_{3x} .

2) In the case of change of the set point value, if we use “MOO” as the observer, the response waves show a good behaviour.

3) If we use “FTSO” as the observer, the off-set disappears for the external disturbance input, but if we use “MOO”, the off-set remains.

1. 序 論

粉粒体プロセスでは、その物性の複雑さのため一般的な制御は非常に困難なものとされている。そこで筆者らはこのような粉粒体プロセスに対して、よりきめ細かい対応が可能であるデジタル制御方式を適用し、その有用性について検討を行ってきた^{1)~3)}。その場合、粉粒体としては流動性の良好な砂を使用し、また制御方式として有限時間整定制御 (FTSC) 方式および LQ 制御方式を用いた。

両制御方式の適用にあたってはすべての状態変数のフィードバックを必要とするが、観測できない状態変数は 2 種類の観測器 (有限時間整定観測器および最小次元オブザーバ) を用いて推定を行った。その結果、FTSC の場合は観測器として有限時間整定観測器 (FTSO) を用いると外乱に対して定常偏差は生じず、また最小次元オブザーバ (MOO) を用いた場合は、オブザーバの設計パラメータを調整することで定常偏差を解消できることを示した²⁾。また LQ 制御について

は、観測器として MOO を用いると外乱に対して定常偏差を生じない正定な重み行列が存在しない⁴⁾ことから、FTSO を用いた場合についてのみ検討を行った。しかしシステムの応答を考える上からは、観測器として FTSO よりオブザーバ誤差の収束が早い MOO を用いた方がより良好な応答が得られると考えられることから、今回は LQ 制御において観測器として MOO を用いた場合の応答について調べ、また FTSO を用いた場合の応答と比較検討を行った。

LQ 制御方式は積分動作を含まないため、外部信号 (設定値、外乱など) に対して定常偏差を生じることから、あらかじめこれらの信号を状態変数の中に組み入れた拡大状態空間モデル⁵⁾を構成することにより定常偏差の解消を行った。その結果、設定値変更に対しては観測器として MOO を用いた方がより良好な応答を示し、外乱に対しては重み行列を $\mathbf{W}_x = \mathbf{0}$ とした時のみ定常偏差を解消できることが判明した。

2. 実験装置

実験装置の概略図を Fig. 1 に示す。ホッパー内の砂の重量は歪ゲージにより検出され、A/D コンバータを通してコントローラであるマイクロコンピュータによ

*生産機械工学科

**大学院生産機械工学専攻 (現・富士電機㈱)

りサンプリングされる。そしてあらかじめプログラムされている制御式により操作量が決定され、D/Aコン

トエレベータにより供給ホッパーへ運ばれ、連続運転が可能となっている。なお本実験におけるスライドバ

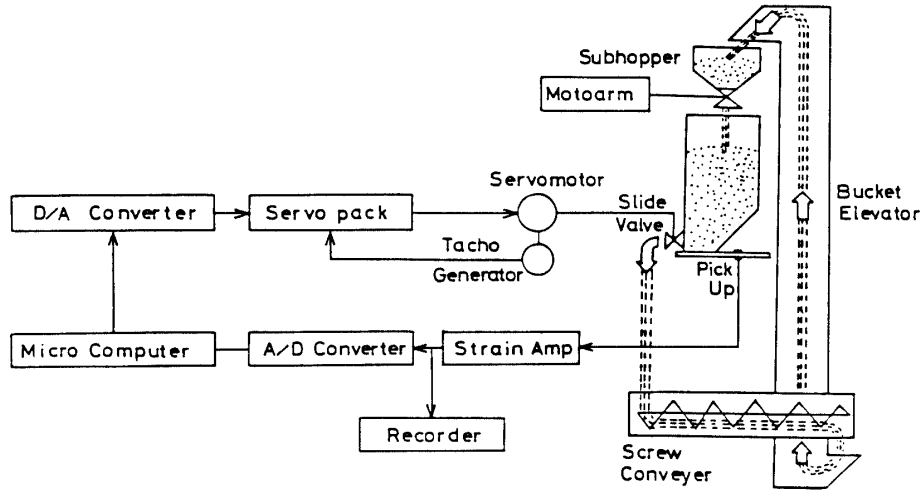


Fig. 1 Experimental apparatus

パートを通して操作部であるサーボモータに送られる。そしてスライドバルブを開閉し、ホッパーからの流出量を制御することによりホッパーの重量をコントロールしている。またテストホッパーへは上部供給ホッパーより常に一定量の砂が流入している。テストホッパーから流出した砂はスクリーコンベアおよびバケッ

ルの可動範囲は0~100mmである。

3. 制御システム

3.1 制御対象

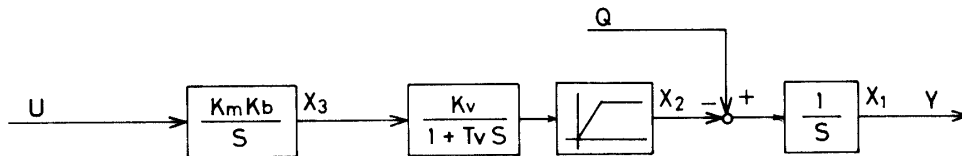


Fig. 2 Block diagram of the process

制御対象のブロック線図を Fig. 2 に示す。状態変数として x_1 : ホッパーの重量 (制御量), x_2 : ホッパーからの流出量, x_3 : スライドバルブの開度の3つをとると、システムの離散値系状態推移方程式は次式で表わされる。³⁾

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{P}\mathbf{x}(k) + \mathbf{q}u(k) + \mathbf{r}\Delta Q(k) \quad (1)$$

ただし \mathbf{P} , \mathbf{q} , \mathbf{r} はサンプリング周期を τ とすると

$$\mathbf{P} = e^{\mathbf{A}\tau} = \begin{bmatrix} 1 & a_1 & a_2 \\ 0 & p & a_3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{q} = \int_0^\tau e^{\mathbf{A}\lambda} \mathbf{b} d\lambda = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{r} = \int_0^\tau e^{\mathbf{A}\lambda} \mathbf{r}_A d\lambda = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

であり、また \mathbf{A} , \mathbf{b} , \mathbf{r}_A , \mathbf{c}^T はそれぞれ次の通りである。¹⁾

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1/T_v & K_v/T_v \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_m K_b \end{bmatrix} \quad \mathbf{r}_A = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

3.2 拡大状態空間モデル⁵⁾

一般に、設定値および外乱（本システムではテストホッパーへの一定流入量 $Q(k)$ ）は外部信号と呼ばれ、外部から制御対象に加わる信号である。外部信号を含むシステムに LQ 制御を適用した場合、制御量はこれらの信号に対して定常偏差を生じる可能性がある。そこでこの外部信号を確定的な信号として扱え、これらに対して定常偏差が生じないシステム構成を行った。

設定値 $R(k)$ および外乱 $Q(k)$ を外部信号として式(4)のようにまとめてベクトル表示すると、式(1)の状態推移方程式は式(5)のように表わせる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}^T(k) = (R(k) \ Q(k)) \\ R(k+1) = R(k), \ Q(k+1) = Q(k) \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ \mathbf{D}(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{r} \mathbf{d}^T \\ \mathbf{o} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{D}(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{o} \end{pmatrix} u(k) \quad (5)$$

$$y(k) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(k), \ \mathbf{d}^T = (0 \ 1)$$

制御側 $u(k)$ を外部信号に対する状態フィードバックベクトルを \mathbf{L} として次式のように構成する。

$$u(k) = \mathbf{K}^T \mathbf{x}(k) + \mathbf{L}^T \mathbf{D}(k) \quad (\mathbf{L}^T = (\ell_1 \ \ell_2)) \quad (6)$$

ここで \mathbf{K}^T は $\mathbf{K}^T = (K_1 K_2 K_3)$ であり、後述する二次形式評価関数を最小化するフィードバックゲインベクトルである。また \mathbf{L} はシステムの外部信号に対して定常

$$\mathbf{H}(k+1) = \mathbf{P}^T \mathbf{H}(k) \mathbf{P} - \mathbf{P}^T \mathbf{H}(k) \mathbf{q} (\mathbf{W}_u + \mathbf{q}^T \mathbf{H}(k) \mathbf{q})^{-1} \mathbf{q}^T \mathbf{H}(k) \mathbf{P} + \mathbf{W}_x \quad (11)$$

LQ 制御においては重み行列の決定が問題となるが、本論文では重み行列の応答波形に及ぼす影響などについて検討を行った。

3.4 状態観測器を含めた制御システム

本制御系の適用においては状態変数のフィードバックを必要とするが、状態変数をすべて測定するためには新たに装置が必要となり、またシステム全体が複雑となるため、本プロセスが可観測であることから、測定できない状態変数は観測器を用いて推定を行った。観測器として最小次元オブザーバ⁶⁾を用いた。

通常の最小次元オブザーバは出力を状態変数の一つとして考えることにより $(n-1)$ 次元 (n : プロセスの次数) のオブザーバとなるが、ここでは応答波形に与えるオブザーバの推定誤差の影響を最小限におさえるため、さらにバルブ開度を変位計を用いて実測し、ホッパーからの流出量 x_3 のみを MOO により推定した。最小次元オブザーバは次のように構成される。

$$\omega(k+1) = f\omega(k) + \mathbf{G}y(k) + \mathbf{w}qu(k) \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{B}\omega(k) + \mathbf{J}y(k)$$

$$y(k) = \mathbf{h}\mathbf{x}(k)$$

偏差が零となるように決定される。式(5)で表わされるシステムの偏差 $e(k)$ ($e(k) = R(k) - y(k)$) は次式で表わされる。

$$e(k) = (-\mathbf{c}^T \ \mathbf{c}_d^T) \begin{pmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{D}(k) \end{pmatrix} \quad (\mathbf{c}_d^T = (1 \ 0)) \quad (7)$$

定常偏差を生じないためには上式において $e(k) = 0$ となればよいことから式(6)の ℓ_1, ℓ_2 は次のように求まる。

$$\ell_1 = -K_1, \ \ell_2 = \frac{a_3 K_2 + (1-p)K_3}{a_1 a_3 + a_2(1-p)} \tau \quad (8)$$

3.3 LQ 制御³⁾

LQ 制御とは極を直接指定するかわりに、式(9)で示される 2 乗積分形の評価関数を定義し、その値を極小化する制御方式であり、その制御則は式(6) で与えられる。ここで \mathbf{W}_x は状態変数にかかる重み行列で準正定の対角行列 $\mathbf{W}_x = \text{diag}(\mathbf{W}_{1x} \ \mathbf{W}_{2x} \ \mathbf{W}_{3x})$ であり、また \mathbf{W}_u は正 ($\mathbf{W}_u > 0$) である。式(6)におけるフィードバックゲインベクトル \mathbf{K}^T は、次式より求まる。

$$\mathbf{J} = \sum_{k=0}^N \{ \mathbf{x}^T(k+1) \mathbf{W}_x \mathbf{x}(k+1) + \mathbf{W}_u u^2(k) \} \quad (9)$$

$$\mathbf{K}^T = -(\mathbf{W}_u + \mathbf{q}^T \mathbf{H} \mathbf{q})^{-1} \mathbf{q}^T \mathbf{H} \mathbf{P} \quad (10)$$

ただし \mathbf{H} は次のリカッチ方程式の定常解である。

ここで f を、 u_1 を設計パラメータとして $f = p + u_1 a_1$ とすると、²⁾上式の係数行列 $\mathbf{G}, \mathbf{w}, \mathbf{B}, \mathbf{J}, \mathbf{h}$ は次のようになる。

$$\mathbf{G} = (u_1(1-f) \ a_3 + u_1 a_2), \ \mathbf{w} = (u_1 \ 1 \ 0)$$

$$\mathbf{B}^T = (0 \ 1 \ 0) \quad \mathbf{J} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -u_1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{h} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

このとき最小次元オブザーバはある行列 \mathbf{w} に対して次の条件を満足する。

- i) $\mathbf{B}\mathbf{w} + \mathbf{J}\mathbf{h} = \mathbf{I}_3$
- ii) $f\mathbf{w} + \mathbf{G}\mathbf{h} = \mathbf{w}\mathbf{P}$
- iii) $|f| < 1$

これより MOO を用いた場合のシステム全体の状態推移方程式は式(1), (12)および式(13)よりオブザーバの推定誤差 $\varepsilon(k) = \mathbf{w}\mathbf{x} - \omega(k)$ を用いて書き表わすと次式となる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ \varepsilon(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P} + \mathbf{q}\mathbf{K}^T & -\mathbf{q}\mathbf{K}^T \mathbf{B} \\ 0 & f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \varepsilon(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{r}\mathbf{d}^T + \mathbf{q}\mathbf{L}^T \\ \mathbf{w}\mathbf{r}\mathbf{d}^T \end{pmatrix} \mathbf{D}(k) \quad (14)$$

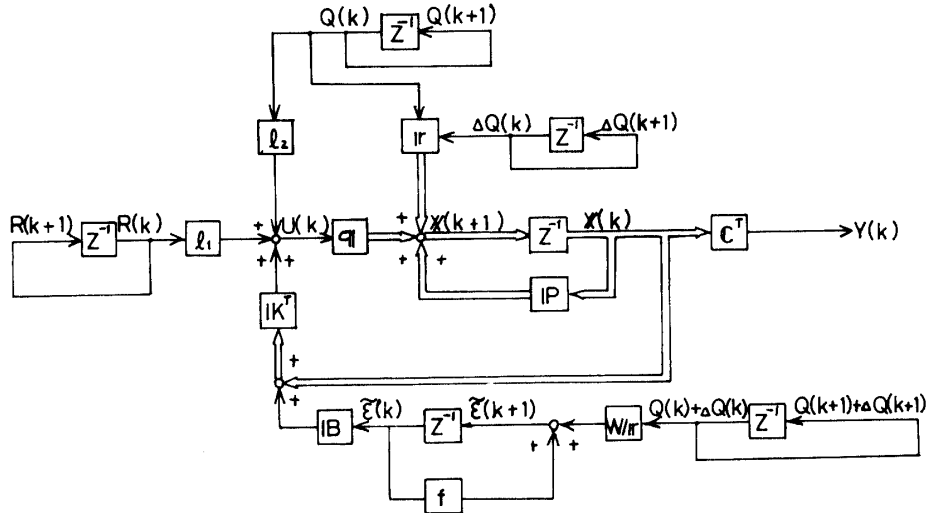


Fig. 3 Block diagram of LQ Control with MOO (expression by the estimation error of the observer)

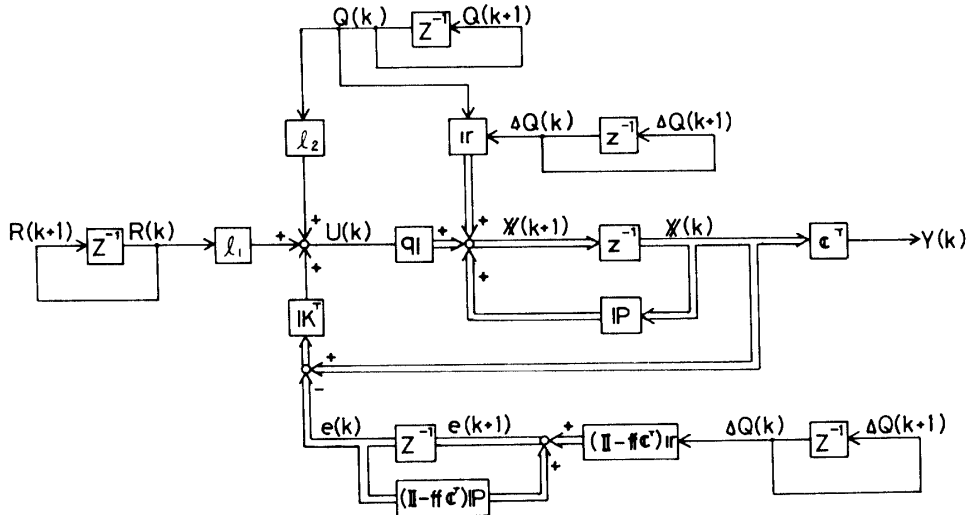


Fig. 4 Block diagram of LQ Control with FTSO (expression by the estimation error of the observer)

Fig. 3 に観測器として MOO を用いた場合のシステムのブロック線図を示す。また比較のため Fig. 4 に FTSO を用いた場合のブロック線図を示す。FTSO の場合は観測器の推定誤差に外乱 (ホッパーからの流入量の変動) $\Delta Q(k)$ のみが影響しているが、MOO を用いた場合は一定流入量 $Q(k)$ も影響を及ぼしていることがわかる。したがって $Q(k)$ の影響を除くために $w r d^T D(k) = 0$ ，すなわち $u_1 = 0$ として最小次元オブザーバの構成を行った。

4. 実験結果および考察

4.1 設定値変更に対する応答

最初に、設定値をステップ状に変化 (9 kg \rightarrow 8 kg) させてシステムの特性を調べた。本システムは第 2 章

で述べたように、バルブの開度を 0 ~ 100mm としているため、100mm をこえる操作量に対してはバルブは飽和特性を示すことになるが、ここでは重み行列の応答に与える影響をみるために、バルブの特性を線形とみなし、 $Wu = 1$ として各状態変数にかかる重み $W_{1x} \sim W_{3x}$ を変化させて応答のシュミレーションを行った。

サンプリング周期の選定は実際に制御を行う上で非常に重要な問題である。デジタル制御の場合、サンプリング周期は計算機の多重利用の面から制御性能を損なわない程度に長くとれることが望ましい。本プロセスの場合、制御性能の面から 1 ~ 4 秒が適当であり、本論文では $\tau = 2$ 秒とした。

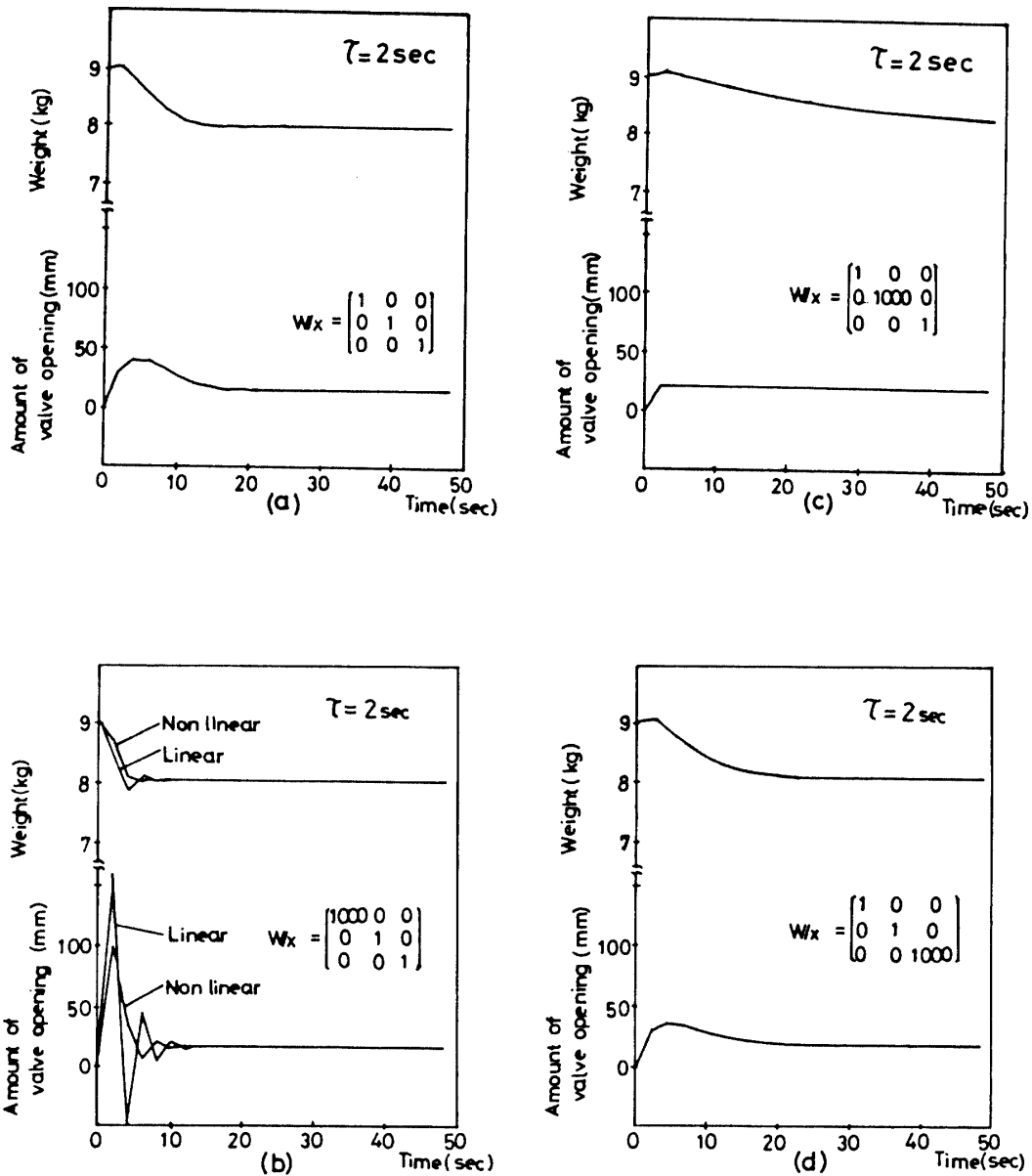


Fig. 5 Response of LQ Control for the step reference input (simulation)

Fig. 5 の(a)~(d)にシミュレーションによる応答波形を示す。(a)~(d)は重み行列の値をそれぞれ $\text{diag} W_x = (1,1,1), (1000,1,1), (1,1,1000), (1,1,1000)$ とした時の応答波形を示している。ホッパーの重量にかかる重み W_{1x} を大きくした場合(b図)は初期の操作量が大きくなり、バルブ開度の変動が大きくなるため速応性は良いが、若干振動的となっている。またホッパーからの流出量にかかる重み W_{2x} を大きくすると(c図)、バルブ開度の変動が抑えられ、速応性は極端に悪くなっている。次にバルブ開度にかかる重み W_{3x} を大きくした場合(d図)は、(a図)と比べて若干速応性が悪くなっているが、 W_{1x}, W_{2x} を変化させた時に比べて、その変化の割合は小さい。すなわち本システムにおいては W_{3x} は応答に

及ぼす影響は小さく、 W_{1x}, W_{2x} は応答を大きく左右することがわかる。

つぎにスライドバルブの開度を 0~100mm としたときの応答波形を Fig. 5 (b) (Non linear の応答波形) に示す。 $W_{1x} = 1000$ としたときのみバルブ開度は飽和特性の影響を受け、線形の場合と異った応答波形となった。一般に操作端が飽和特性を有する場合には、この影響により整定するまでのステップ数がのびると考えられるが、今回の場合は操作量の飛躍が適当に抑えられ、かえって速く設定値に整定している。

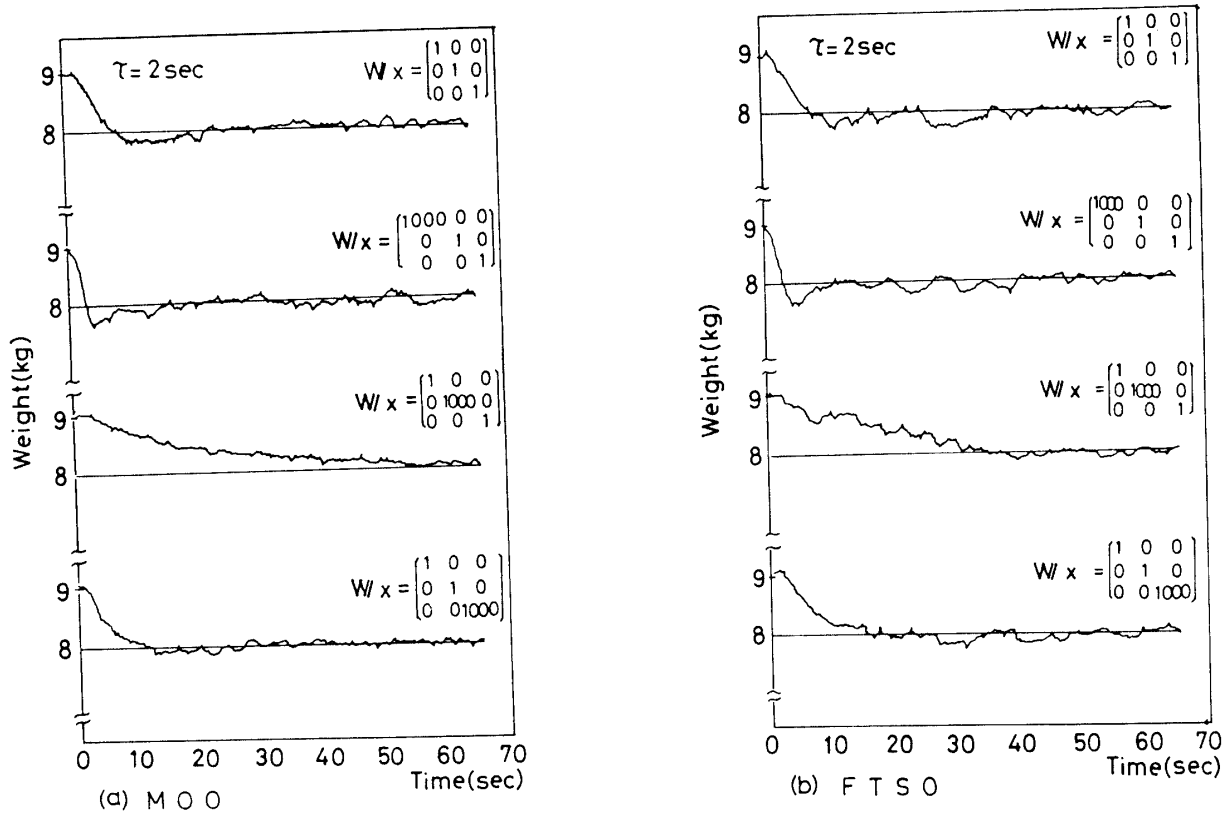


Fig. 6 Response of LQ Control for the step reference input (experiment)

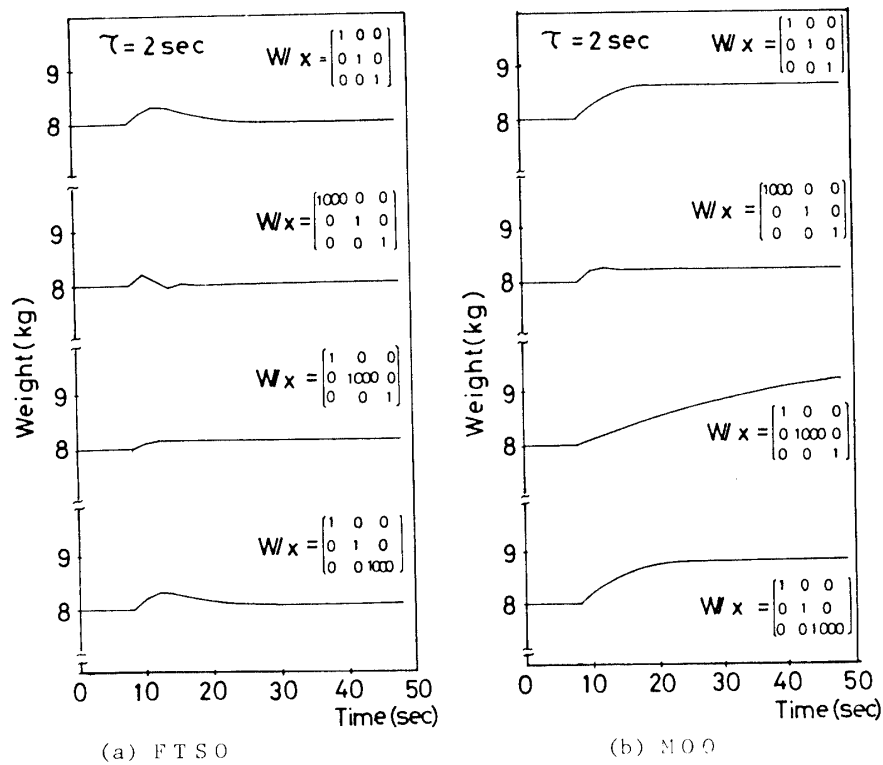


Fig. 7 Response of LQ Control for the step disturbance input (simulation)

つぎに Fig. 6 に実験による応答波形を示す. (a)は観測器に MOO を用いた場合の応答波形であり, また(b)

は FTSO を用いた時の応答波形である. 応答波形はシミュレーションとほぼ同様の傾向にあるが, MOO を

用いた方が応答波形の振動が少なく、良好な応答を示した。これは観測器の性能の違いによるものでMOOは一次元のオブザーバであり、FTSO(三次元)に比べて推定誤差の収束が早いと思われる。

4.2 外乱に対する応答

ホッパーの内容量を制御する場合に、供給ホッパー

からテストホッパーへの流入量の変動 $\Delta Q(k)$ が問題となることから、この流入量の変動を外乱と考え、これに対するシステムの応答について検討を行った。一般に観測器は外乱を推定することはできず、このため外乱入力に対して定常偏差を生じる可能性がある。

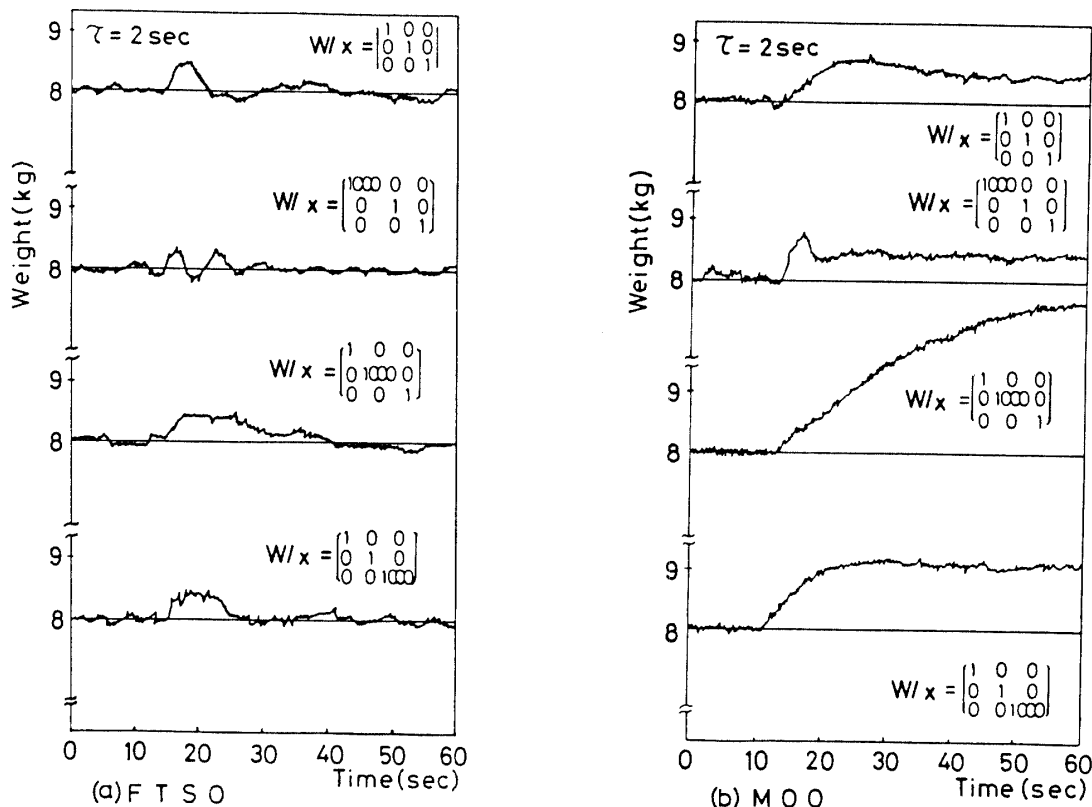


Fig. 8 Response of LQ Control for the step disturbance input (experiment)

サンプリング周期を $\tau = 2$ 秒とした時のシュミレーションによる応答波形を Fig. 7 に、また実験による応答波形を Fig. 8 に示す。それぞれ(a)図は観測器としてFTSOを用いた場合、また(b)図はMOOを用いた場合の応答波形である。重み行列の応答波形に及ぼす影響は設定値変更の場合と同様で、 W_{1x} を大きくすると速応性がよくなり、 W_{2x} , W_{3x} を大きくすると減衰の度合いが強くなり設定値に回復するまでに多くの時間を要している。またシュミレーションおよび実験の両方においてFTSOを用いた場合は定常偏差は生じていず、MOOを用いた場合に定常偏差が生じた。このことはFTSOを用いた場合は、プロセスが外乱に対して定常偏差を生じない条件 ($\tilde{r}_1 + \tilde{r}_2 + \tilde{r}_3 = 0$) を満足していることから定常偏差を生じないシステムとなっているが³⁾、MOOを用いた場合には、この条件を満足するのみでは定常偏差は解消できないことを示している。以下このことについて外乱 $\Delta Q(k)$ のみに注目して検討

を行うことにする。($Q(k) = 0$, $R(k) = 0$ とする)
 プロセスに外乱が入ったときの状態推移方程式は式(1)より次式で表わせる。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{P}\mathbf{x}(k) + \mathbf{q}u(k) + \mathbf{r}\Delta Q(k) \\ y(k) &= \mathbf{c}^T\mathbf{x}(k) \end{aligned} \quad (15)$$

上式を可観測正準形に変換すると次式となる。ここで可観測正準形は各係数行列に \sim をつけて表わすこととする。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}(k+1) &= \tilde{\mathbf{P}}\tilde{\mathbf{x}}(k) + \tilde{\mathbf{q}}u(k) + \tilde{\mathbf{r}}\Delta Q(k) \\ y(k) &= \tilde{\mathbf{c}}^T\tilde{\mathbf{x}}(k) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

ただし

$$\tilde{\mathbf{P}} = \mathbf{TPT}^{-1} = \begin{bmatrix} -g_1 & 1 & 0 \\ -g_2 & 0 & 1 \\ -g_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{Tq} = \begin{bmatrix} \tilde{b}_1 \\ \tilde{b}_2 \\ \tilde{b}_3 \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{Tr} = \begin{bmatrix} \tilde{r}_1 \\ \tilde{r}_2 \\ \tilde{r}_3 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{c}}^T = \mathbf{c}^T\mathbf{T}^{-1} = (1 \ 0 \ 0), \mathbf{T}: \text{変換行列}$$

これより MOO を用いた場合、式(16)のプロセスに対する最小次元オブザーバを式(12)の係数行列に～をつ

けて表わすと、外乱入力に対するシステムの状態推移方程式は次式で表わされる。

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(k+1) \\ \varepsilon(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}} + \bar{\mathbf{q}}\bar{\mathbf{K}}^T - \bar{\mathbf{q}}\bar{\mathbf{K}}^T\bar{\mathbf{B}} & \\ 0 & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(k) \\ \varepsilon(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{r}} \\ \bar{\mathbf{w}}\bar{\mathbf{r}} \end{bmatrix} \Delta Q(k) \quad \dots\dots(17)$$

ここで $\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{B}\mathbf{T}$ 、 $\bar{\mathbf{w}} = \mathbf{w}\mathbf{T}^{-1}$ である。上式より出力の最終値を計算すると $y(\infty)$ は次のように求まる。

$$\begin{aligned} y(\infty) &= \bar{\mathbf{c}}^T (\mathbf{I} - \bar{\mathbf{P}} - \bar{\mathbf{q}}\bar{\mathbf{K}}^T)^{-1} (-\bar{\mathbf{q}}\bar{\mathbf{K}}^T\bar{\mathbf{B}}(1-f)^{-1}\bar{\mathbf{w}}\bar{\mathbf{r}} + \bar{\mathbf{r}}) \Delta Q(k) \\ &= (\bar{r}_1 + \bar{r}_2 + \bar{r}_3)(1 - \bar{b}_3\bar{K}_3 - \bar{b}_2\bar{K}_2 - \bar{b}_1\bar{K}_1) \Delta Q \\ &\quad + \{a_1 u_1 (\bar{K}_3 - \bar{K}_2) + (1-f)(\bar{r}_2\bar{K}_2 + \bar{r}_3\bar{K}_2 + \bar{r}_3\bar{K}_3)\} \\ &\quad \times (\bar{b}_1 + \bar{b}_2 + \bar{b}_3) \Delta Q / H(1-f) \end{aligned} \quad \dots\dots(18)$$

したがって観測器として MOO を用いた場合は、プロセスが $\bar{r}_1 + \bar{r}_2 + \bar{r}_3 = 0$ の条件を満足していても式(18)の右辺第2項が零とならない限り定常偏差を生ずることになる。また適当な \mathbf{K} の値および u_1 の値を選択し、第2項を零にできたとしても、これらに対応する正定

な重み行列 \mathbf{W}_x が存在しなければならない。すなわち観測器として MOO を用いた場合に定常偏差を生じないためには以下に示す3つの条件をシステムが満足する必要がある。

$$\left. \begin{aligned} &i) a_1 u_1 (\bar{K}_3 - \bar{K}_2) + (1-f)(\bar{r}_2\bar{K}_2 + \bar{r}_3\bar{K}_2 + \bar{r}_3\bar{K}_3) = 0 \\ &ii) |f| < 1 \\ &iii) \text{正定な重み行列 } \mathbf{W}_x \text{ が存在すること} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(19)$$

ところで重み行列 \mathbf{W}_x とフィードバックゲイン \mathbf{K} はシステムの極配置、すなわち特性方程式の係数により関係づけられることから、まずこれらの関係について検討を行った。

変換行列を \mathbf{M} とし、式(14)のシステムを可制御正準形に変換し、外乱入力に対するシステムの状態推移方程式を求めると次式となる。なお可制御正準形はマトリックスに～をつけて表わすこととする。

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(k+1) \\ \varepsilon(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}} + \bar{\mathbf{q}}\bar{\mathbf{K}}^T & -\bar{\mathbf{q}}\bar{\mathbf{K}}^T\bar{\mathbf{B}} \\ 0 & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(k) \\ \varepsilon(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{r}} \\ \bar{\mathbf{w}}\bar{\mathbf{r}} \end{bmatrix} \Delta Q(k) \quad (20)$$

ただし

$$\bar{\mathbf{P}} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{P}\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -g_1 & -g_2 & -g_3 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{q}} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{r}} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \bar{r}_1 \\ \bar{r}_2 \\ \bar{r}_3 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{K}}^T = \mathbf{K}^T \mathbf{M} = (\bar{K}_1 \ \bar{K}_2 \ \bar{K}_3), \quad \bar{\mathbf{W}}_x = \mathbf{M}^T \mathbf{W}_x \mathbf{M}, \quad \bar{\mathbf{B}} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}, \quad \bar{\mathbf{w}} = \mathbf{w}\mathbf{M}$$

これよりシステムの特性方程式は次式で表わされる。

$$\det[z\mathbf{I} - \bar{\mathbf{P}} - \bar{\mathbf{q}}\bar{\mathbf{K}}^T] = z^3 + \beta z^2 + \beta_2 z + \beta \quad (21)$$

上式より \mathbf{K}^T と β の関係は次式のように表わされる。

$$\bar{\mathbf{K}}^T = (\mathbf{g}^T - \beta^T) \quad \therefore \mathbf{K}^T = (\mathbf{g}^T - \beta^T)\mathbf{M}^{-1} \quad (22)$$

ただし $\mathbf{g}^T = (g_1 \ g_2 \ g_3)$ 、 $\beta^T = (\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3)$ である。こ

$$\left. \begin{aligned} g_1(\beta_2 + \beta_1\beta_3) - \beta_1(g_2 + g_1g_3) &= \beta_1\bar{w}_{13}/w_u \\ g_1(\beta_3 + \beta_1\beta_2) - \beta_1(g_3 + g_1g_2 + g_2g_3) &= \beta_1(\bar{w}_{12} + \bar{w}_{23})/w_u \\ g_1(1 + \beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2) - \beta(1 + g_1^2 + g_2^2 + g_3^2) &= \beta_1(\bar{w}_{11} + \bar{w}_{12} + \bar{w}_{33})/w_u \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

となる。ここで \bar{w}_{ij} は $\bar{\mathbf{W}}_x$ の各要素を表わしている。式(22)、(24)より \mathbf{K}^T 、 \mathbf{W}_x は β の関数となり、また β は極の関数であることから \mathbf{K}^T 、 \mathbf{W}_x は極の関数として表わすことができる。これより式(19)の条件 i)、ii) および式(22)から定常偏差を生じない極配置を求め、式(24)よりこれに対する重み行列 \mathbf{W}_x を求めた場合、 \mathbf{W}_x は準負定な行列となり正定な重み行列 \mathbf{W}_x は存在しなかった。

れより β と \mathbf{W}_x の関係は次のように求まる。まず式(10)、(11)より $\bar{\mathbf{K}}^T$ 、 $\bar{\mathbf{H}}$ は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathbf{K}}^T &= -(\mathbf{W}_u + \bar{\mathbf{q}}^T\bar{\mathbf{H}}\bar{\mathbf{q}})^{-1}\bar{\mathbf{q}}^T\bar{\mathbf{H}}\bar{\mathbf{P}} \\ \bar{\mathbf{H}} &= \mathbf{M}^T\mathbf{H}\mathbf{M} = \bar{\mathbf{P}}^T\bar{\mathbf{H}}\bar{\mathbf{P}} + \bar{\mathbf{W}}_x + \bar{\mathbf{P}}\bar{\mathbf{H}}\bar{\mathbf{q}}\bar{\mathbf{K}}^T \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式(22)、(23)より本システムにおける β と \mathbf{W}_x の関係は

すなわち観測器として MOO を用いた場合は、外乱に対して定常偏差を解消できる正定な重み行列は存在せず、ただ $\mathbf{W}_x = 0$ としたときのみ定常偏差を解消できることが判明した。

5. 結 論

粉粒体プロセスにLQ制御を適用し、直接測定できない状態変数を最小次元オブザーバを用いて推定を行った結果、以下のことが明らかとなった。

1) 状態変数にかかる重み行列 \mathbf{W}_x の応答に与える影響が明らかとなり、 \mathbf{W}_{1x} を大きくし \mathbf{W}_{2x} , \mathbf{W}_{3x} を小さくすると応答は速応性の良いものとなる。

2) 設定値変更に対する応答では、観測器として有限時間整定観測器を用いるよりも、推定誤差の収束が早い最小次元オブザーバを用いた方が、応答波形の振動が少なく、良好な応答を示す。

3) 外乱に対しては定常偏差を生じない正定な重み行列 \mathbf{W}_x は存在せず、ただ $\mathbf{W}_x = 0$ としたときのみ定

常偏差を解消することができる。

参 考 文 献

- 1) 和田憲造, 松崎豊, 早野延男: 粉体工学会誌, 20-11, 653(1983)
- 2) 和田憲造, 早野延男, 上滝具貞: 計測自動制御学会論文集, 20-7, 579(1984)
- 3) 和田憲造, 早野延男, 上滝具貞: 計測自動制御学会論文集, 21-4, 331(1985)
- 4) 村田崇, 和田憲造, 早野延男, 上滝具貞: 粉体工学会春期研究発表会講演要旨集, No12(1984)
- 5) 木村英紀: デジタル信号処理と制御, 昭晃堂(1983)
- 6) B. Gopinath: Bell Syst. Tech., 50, 1068(1971)
(昭和60年10月15日 受理)