

# パターン分類器としての小脳皮質の数理モデル

鳥 岡 豊 士\*

## A Mathematical Model of Cerebellar Cortex as a Pattern Categorizer

Toyoshi TORIOKA

### Abstract

We regard the cerebellar cortex as a pattern categorizer, and construct a mathematical model of it as the pattern categorizer under many physiological evidences. The model is a four-layer neural net consisting of threshold elements with two inhibitory elements.

Then, a pattern class is defined as a set of patterns having large overlapping rate with a learning pattern of its class. The property of the pattern class is considered in detail. In order to make the model work as the pattern categorizer, a set of equations for learning is given, and the process of learning is considered. On the basis of the above consideration, an equation giving the ability of pattern classification of this pattern categorizer is derived in the case of two pattern classes. Furthermore, it is shown that the number of connections between the first and second layer has a great effect on the ability of pattern classification.

As the result, it is revealed that the pattern categorizer has the property and ability of pattern classification serving the practical application. Simultaneously, some applicable examples for this pattern categorizer are picked up, and the prospect of success for the applications is discussed.

### 1. 緒 言

小脳は組織の一様性と構造の簡単さから势力的に研究され、その組織が早くから明らかにされると共に<sup>8,10,17,18,25)</sup>、多くの生理学、機能的知見が得られてきた。<sup>4,5,12~15,24,26~35)</sup> 又、これらの知見をもとに、小脳が位相補償器、<sup>23)</sup> フィルター、<sup>16)</sup> 適応制御器、<sup>36)</sup> 学習能力をもつパターン分類器等<sup>3,7)</sup> の工学的に興味ある多くの機能をもつことが示唆されてきた。この結果として、小脳の数理モデルが数多く与えられ、工学の立場からこれらの機能の解析及び工学への応用がなされてきた。又、予測機能、<sup>2)</sup> パターン分離機能<sup>3,21)</sup> が小脳のもつ可能な機能として新たに明らかにされた。

数理モデルを建てる際に二つの立場がある。その一つは、小脳を構成する細胞数、細胞間の接続形態等の微視的な面に捕われることなく、小脳を入力と出力を結ぶ一つの伝達系と見做す巨視的な立場である。このため、小脳の巨視的な性質のみしか考察出来ないとい

う欠点をもつ。他の一つは、得られている知見をもとに、小脳の組織、構造を模擬する微視的な立場である。この立場のモデルは生理学的な知見を取り入れ易く、幅広い考察が出来るという利点をもっている。前者の方法は、主に小脳の補償、フィルター、及び適応制御機能を研究する際に用いられる。後者の方法は、パターン分類、適応、予測、パターン分離機能の研究に用いられている。

補償器のモデルでは、小脳の出細胞であるプルキンエ細胞の応答が前庭からの入力より位相において進むという生理学的事実から、小脳を補償器と見なしている。又、フィルターとしてのモデルでは、小脳の出細胞が入力に対して異方的な発火分布を示すという事実から小脳を一種の異方性のフィルターと見なし、小脳の機能的性質を制御理論的な立場から考察している。適応系としてのモデルでは、前庭一動眼反射運動が逆プリズムによる異常状態に適応するという生理学的事実をもとに小脳を適応系とみなし、更に、神経系に可塑性の仮定を導入し、小脳の適応機構の解明が試みられている。予測器としてのモデルでは、小脳の出細胞が微分的な応答を示すことから、小脳が予測機構を

\* 山口大学工業短期大学部 情報処理工学科

持つとして、小脳の運動系に及ぼす働きが考察されている。パターン分類器としてのモデルでは、小脳の組織形態が学習マトリックス或いはパーセプトロン<sup>40)</sup>に似ていることから、小脳をパターン分離機能を備えた学習能力をもつ分類器としてとらえ、分類器としての小脳の性質、能力が考察されている。又、パターン分離能力の分類能力に及ぼす影響が考察されている<sup>37, 38)</sup>。

以上の様に、小脳が有すと思われる機能を実現する多くの数理モデルが与えられ、これらのモデルの性質、能力等に関する多くの成果が得られてきた。しかし、工学の立場から見ると、应用到適う成果は決して得られていないように思われる。このような状況において、パターン分類器としての小脳はパーセプトロンに酷似しているのみならず、分類能力、学習方法、及び工学的な応用に関する研究成果が他に比べ比較的多く見られ、工学への应用到に最も近い位置にあると思われる。但し、一貫した理論に基づいた研究成果が得られているとは思われない。

小脳をパターン分類器と見る考え方は、D. Marr<sup>3)</sup>と J.S. Albus<sup>7)</sup>の小脳皮質理論に基礎をなす。分類器としての小脳の分類能力については、小杉、内藤、<sup>31)</sup>学習方法については、甘利、<sup>32)</sup>永野、<sup>33)</sup>工学的な応用に関しては J.S. Albus<sup>8, 9)</sup>の研究がある。しかし、これらの研究では小脳が有すと思われるパターン分離機能の性質が明らかにされていない為、十分な結果が得られていない。

本文では、筆者<sup>21, 22)</sup>がすでに明らかにしたパターン分離理論をもとに、分類器としての小脳が実際の应用到に適う性質、及びパターン分類能力をもつことを理論的に明らかにする。この際、微視的な立場から、分類器はパターン分離機能を備えた学習能力をもつ四層ランダム神経回路網として表現される。又、これらの結果をもとに分類器として可能と思われる応用面を探る。

## 2. 小脳皮質の組織構造

小脳皮質は整然とした層状構造をなし、苔状線維、登上線維の2つの線維群と顆粒細胞、ゴルジ細胞、バスケット細胞、星状細胞、プルキンエ細胞の5つの細胞群から形成されている。<sup>6, 10, 34, 35)</sup>苔状線維は、前庭、骨格筋等の感覚器からの刺激を小脳へ送る入力線維である。<sup>6, 11, 27, 32)</sup>この線維は、葉 (folium) に入る前に2、3個の枝を出し分岐する。<sup>3, 6)</sup>これらの枝は異った葉に入り、更にそこで20~30の枝を出しロゼット (グロメルス) を形成する。登上線維は小脳へのもう一つの

入力経路であり、この線維は視覚、皮膚等の感覚器あるいは低位の運動中枢からの入力を中継する下オリブ核から発する。<sup>6, 11)</sup>顆粒細胞は平均4.2個の鉤形の突起 (claw) を持ち、ロゼットにおいてこの個数に相当する苔状線維とシナプス結合する。この際、苔状線維顆粒細胞間のシナプス結合において約100倍程度の発散が生ずる。この発散の機能的意味は未知のままであるが、このシナプス結合の形態から一つの可能な機能としてパターン分離機能<sup>3)</sup>が考えられる。顆粒細胞の軸索は顆粒層に入り、そこで T 型に分かれ平行線維となる。バスケット細胞と星状細胞はこの平行線維からシナプスを介して興奮性を入力を受け、この入力の結果として抑制性の出力を出す。従って、これらは抑制型の細胞である。ゴルジ細胞は苔状線維と平行線維から興奮性を入力をシナプスを介して受け、次に、この入力により抑制性の出力を発生し顆粒細胞層の発火率を制御する。この細胞も抑制型の細胞である。D. Marr<sup>3)</sup>は、ゴルジ細胞のこの機能が顆粒細胞層のパターン分離機能を高めると指摘している。プルキンエ細胞は小脳から信号を出す唯一の出力細胞である。この細胞は木の葉状の樹枝の突起で約20万本の平行線維と結合し興奮性を入力を受ける。又、登上線維との強力なシナプス結合を通して興奮性を入力を受ける。更に、この細胞はバスケット細胞、星状細胞から強い抑制性を入力を受ける。尚、登上線維の入力は、プルキンエ細胞の入力状態にかかわらずこの細胞を発火させることが知られている。以上、3つの入力作用のもとに、プルキンエ細胞は抑制性の出力を前庭、小脳核等に送り、その結果として、小脳の機能である姿勢、運動等の制御を行なう。<sup>6, 11, 27)</sup>

## 3. モデルと記号

プルキンエ細胞の発火状態 (パターン) の違いによって、姿勢、運動等の制御が巧みになされていると考えれば、小脳を一種のパターン分類器として捕えることができる。ここでは、D. Marr の仮説<sup>7)</sup>に基づいて登上線維を教師入力と見做し、分類器としての小脳モデルを構築する。図1にモデルを示す。このモデルは2つの制御素子をもつ四層からなる神経回路網であり、各層は閾値素子からなる。第1層は  $n$  個の苔状線維、第2層は  $N$  個の顆粒細胞、第3層は  $K$  個の登上線維、第4層は  $K$  個のプルキンエ細胞に相当する。ここに、 $n, N (n \ll N)$  は十分大きな数とする。第2層の素子は、小脳の組織形態によると平均4.2本を受け、ここでは第1層から重み1を介してランダムに

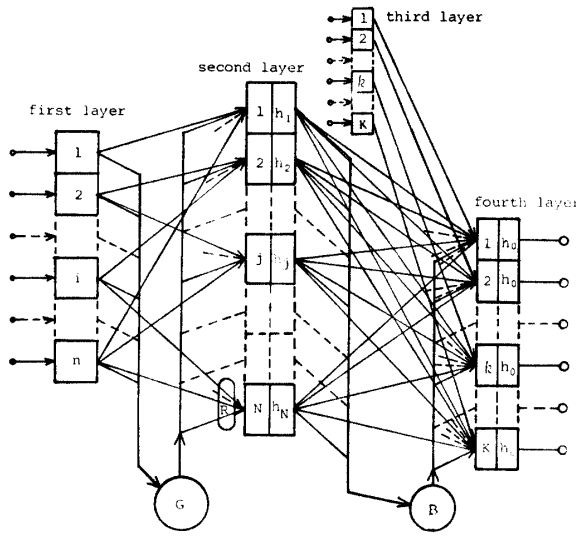


Fig. 1 Model.

$R$  (整数) 本の興奮性入力を受けるものとする。この層の各素子の閾値  $h_i$  は適当な正規分布に従うものとする。これについては、後に述べる。第4層の素子は、当初非常に小さなシナプス荷重  $W_0$  をもって第2層のすべての素子と結合されているものとする。このシナプス荷重は後の学習によって強化される。G素子はゴルジ細胞に相当する。この素子は苔状線維(第1層)のみから興奮性入力を受け、この入力に比例した抑制性の出力によって、第2層の素子の発火率を一定値に制御するものとする。ここに、平行線維(第2層)からのフィードバック入力は発火率の制御にほとんど寄与しないため、この経路を無視した。<sup>20, 21)</sup> 素子Bはバスケット細胞、星状細胞群に相当する。この単純化は、これらの細胞が広い範囲に渡ってプルキンエ細胞を抑制する事実を考えるなら妥当なものと思われる。この素子は第2層のすべての素子から興奮性入力を受け、この入力に比例した抑制出力を第3層の各素子に送る。又、B素子は第4層の  $k$  番目の素子と当初からかなり大きなシナプス荷重  $W_0$  をもって結合されているものとする。このシナプス荷重も後の学習によって強化される。プルキンエ細胞は上の2つの入力に加え、登上線維に相当する第3層の素子から1:1の形式で興奮性入力を受け、この第3層の素子は、D. Marrの仮説に従いがい、教師入力として機能する。第3層と第4層の素子は大きな結合荷重  $w_i$  を介して結合する。第4層の出力は学習後入力パターンを分類する応答素子として働く。尚、簡単のため、この層の閾値は等しく  $h_0$  とする。

次にここで用いる記号について説明しよう。先に触れた第2層の閾値  $h_i$  は正規分布

$$f(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot \exp \left\{ -\frac{(h - \bar{h})^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (1)$$

但し、 $3\sigma < 0.5$

に従うものとする。ここに、 $\bar{h}$  は平均値、 $\sigma$  は標準偏差である。第1層に与えられる2つの  $n$  次元0, 1要素パターン  $x, y$  を

$$\left. \begin{aligned} x &= (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \\ y &= (y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_n) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

と表わす。このとき、パターンの発火率  $\phi_x, \phi_y$ 、パターン間の共通発火率  $\psi_{xy}$ 、及び重なり率  $\tau_{xy}$  は、

$$\phi_x = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i, \quad \phi_y = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n y_i \quad (3)$$

$$\psi_{xy} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i, \quad (4)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\psi_{xy}}{\sqrt{\phi_x \cdot \phi_y}}, \quad (5)$$

となる。第1層のパターン  $x, y$  に対応する第2層の  $N$  次元0, 1要素パターン  $X, Y$  を

$$\left. \begin{aligned} X &= (X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_N) \\ Y &= (Y_1, Y_2, \dots, Y_i, \dots, Y_N) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

とする。この層での発火率  $\Phi_x, \Phi_y$ 、共通発火率  $\Psi_{xy}$ 、重なり率  $T_{xy}$  は、

$$\Phi_x = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N X_i, \quad \Phi_y = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N Y_i \quad (7)$$

$$\Psi_{xy} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N X_i \cdot Y_i, \quad (8)$$

$$T_{xy} = \frac{\Psi_{xy}}{\sqrt{\Phi_x \cdot \Phi_y}} \quad (9)$$

となる。第2層でのパターン分離の度合を示すパターン分離度  $\Delta_{xy}$  を重なり率  $\tau_{xy}, T_{xy}$  を用いて、

$$\Delta_{xy} = \frac{T_{xy}}{\tau_{xy}} \quad (10)$$

と表わす。 $\Delta_{xy} < 1$  のとき、第1層のパターン  $x, y$  は  $\tau_{xy}$  より小さい重なり率  $T_{xy}$  をもつパターン  $X, Y$  に変換されることになり、第2層においてパターン分離される。〔詳細については文献(21), (22)を参照せよ。〕入力パターン  $x, y$  のそれぞれに重なり率の意味で良く似たパターンのクラスを  $C_x, C_y$  で表わす。第3層の  $K$  次元0, 1要素からなる教師入力パターン  $T$  を

$$T = (T_1, T_2, \dots, T_k, \dots, T_K) \quad (11)$$

但し、 $T_k \in (0, 1)$

と表わす. 素子  $B$  と第4層の素子間の結合荷重  $w_k$  を

$$W_I = (w_1, w_2, \dots, w_k, \dots, w_K) \quad (12)$$

とする. 全素子の初期値は  $w_0$  とする. 第2層と第4層の素子間の結合荷重  $w_{kj}$  を

$$W_e = \begin{bmatrix} w_{11}, w_{12}, \dots, w_{1j}, \dots, w_{1N} \\ w_{21}, w_{22}, \dots, w_{2j}, \dots, w_{2N} \\ \vdots \\ w_{K1}, w_{K2}, \dots, w_{KN}, \dots, w_{KN} \end{bmatrix} \quad (13)$$

と表わす. 但し, 初期値は  $w_e$  とする. 第4層の電位  $u$ , 出力  $z$  を

$$\left. \begin{aligned} u &= (u_1, u_2, \dots, u_k, \dots, u_K) \\ z &= (z_1, z_2, \dots, z_k, \dots, z_K) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

但し,  $z_k \in (0, 1)$

とする. 又, この層の  $k$  番目の素子を出力素子  $k$  と呼ぶ.

#### 4. 発火率の制御とパターン分離度

第2層の発火率は, 素子  $G$  の抑制によって制御出来る. 実際, 第1層の発火率に応じた素子  $G$  の抑制出力によって閾値分布  $f(h)$  の平均値  $\bar{h}$  を移動することにより, 第2層の発火率をほぼ一定な値に制御出来る. この際, 閾値分布の形は変えないものとする. [詳細については文献 (21) を参照せよ.]

以上の様に, 素子  $G$  によって第2層の発火率が一定値  $\Phi$  に制御される場合, パターン分離度  $\Delta_{xy}$  は

$$\Delta_{xy} = \tau_{xy}^{R-1} \cdot \left(\frac{\phi_y}{\phi_x}\right)^{R/2} \quad (0 < \Phi \leq \phi_y^R) \quad (15)$$

となる.<sup>22)</sup> 但し,  $0 < \phi_y \leq \phi_x < 0.5$  で,  $\phi_y$  は  $\phi_x$  に含まれないものとする. ここに,  $0 \leq \tau_{xy} \leq 1, 0 \leq \phi_y / \phi_x \leq 1$  故,  $\Delta_{xy} \leq 1$  となる. 又, 式 (3), (4) より

$$\psi_{xy} \leq \phi_y \quad (16)$$

が成り立つ. 従って,  $\tau_{xy}$  の取り得る範囲は式 (5), (16) から

$$0 \leq \tau_{xy} \leq \sqrt{\frac{\phi_y}{\phi_x}} \quad (17)$$

となる. 図2に  $\phi_y / \phi_x$  を一定としたときの  $\Delta_{xy}$  と  $\tau_{xy}$  の関係を示す. 但し,  $R=2$  である. 図中の点線は  $\tau_{xy} = \phi_y / \phi_x$  としたときのパターン分離度

$$\Delta_{xy} = \left(\frac{\phi_y}{\phi_x}\right)^{3/2} \quad (18)$$

のグラフである. この図が示すように, 重なり率が小

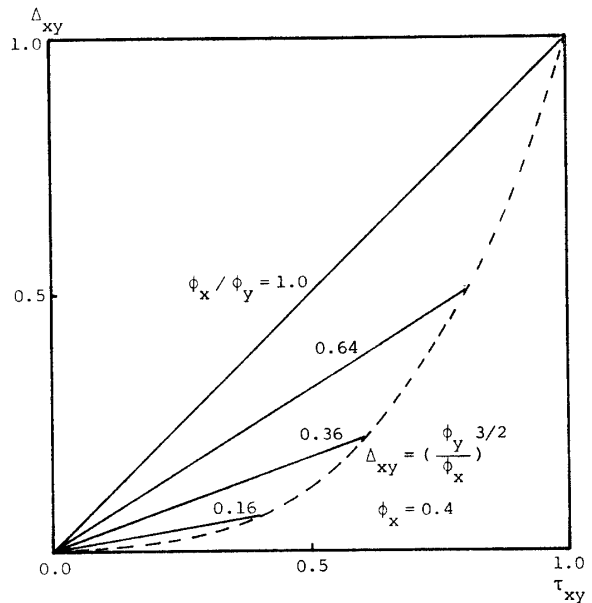


Fig. 2 Relation between  $\tau_{xy}$  and  $\Delta_{xy}$ .

さく, 又, 発火率が大きく異なるパターン  $x, y$  程  $\Delta_{xy}$  が少なくなり, 第2層で大きくパターン分離される. 逆の場合には,  $\Delta_{xy}$  は1に近い値となり余り分離されない. それ故, 重なり率と発火率の意味で良く似たパターンは, パターン分離後も良く似たパターンとなる. 又, 発火率一定のパターンとなる. この性質から, 第1層のパターンは変換後のパターンによって類別出来る.

接続本数  $R$  のパターン分離度に及ぼす影響について調べてみよう.  $\tau_{xy}, \phi_y / \phi_x$  は一定に保たれているものとする.  $0 \leq \tau_{xy} \leq 1, 0 \leq \phi_y / \phi_x < 1$  故,  $\Delta_{xy}$  は  $R$  の増大と共に小さくなる. このことから, 接続本数  $R$  を大きくすることによりパターン分離度を高めることが出来る. しかし,  $\Phi$  の制御範囲  $(0, \phi_y^R)$  は  $R$  の増加と共に急激に狭くなり,  $\Phi$  をこの範囲に制御することが困難となる.<sup>23)</sup> この様に, 接続本数はパターン分離度と  $\Phi$  の制御範囲に大きな影響を与える.

#### 5. パターンクラス

パターン  $x$  及び  $y$  のそれぞれと大きな重なり率をもつ, すなわち, 重なり率の意味で良く似たパターンが形成するクラス  $C_x, C_y$  について考えてみよう.<sup>27)</sup> パターン  $x$  及び  $y$  とそれぞれ  $\tau_x, \tau_y$  以上の重なり率をもつクラスは,

$$\begin{aligned} C_x &= \{x' | \tau_{xx'} \geq \tau_x\} \\ C_y &= \{y' | \tau_{yy'} \geq \tau_y\} \end{aligned} \quad (19)$$

但し,  $0 \leq \tau_x, \tau_y < 1$

と表わすことが出来る。ここに、 $\tau_{xx'}$ ,  $\tau_{yy'}$  は  $x$  と  $C_x$  内のパターン  $x'$  及び  $y$  と  $C_y$  内のパターン  $y'$  間の重なり率である。パターン  $x$  と  $y$  の重なり率は  $\tau_{xy}$  とする。次に、 $C_x, C_y$  をパターン  $x$  及び  $y$  の発火率  $\phi_x, \phi_y$  を用いて表わすことを考えてみよう。 $\tau_{xx'}$ ,  $\tau_{yy'}$  は、

$$\tau_{xx'} = \frac{\psi_{xx'}}{\sqrt{\phi_x \cdot \phi_{x'}}}, \quad \tau_{yy'} = \frac{\psi_{yy'}}{\sqrt{\phi_y \cdot \phi_{y'}}} \quad (20)$$

但し、 $0 \leq \tau_{xx'}, \tau_{yy'} < 1$

故、式 (19) の条件は、

$$\psi_{xx'}^2 \geq \tau_x^2 \cdot \phi_x \cdot \phi_{x'}, \quad \psi_{yy'}^2 \geq \tau_y^2 \cdot \phi_y \cdot \phi_{y'} \quad (21)$$

と書き改められる。又、発火率と共通発火率の性質より、

$$\left. \begin{aligned} \psi_{xx'} &\leq \phi_x \quad (\phi_x \leq \phi_{x'}) \\ \psi_{xx'} &< \phi_{x'} \quad (\phi_{x'} < \phi_x) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_{yy'} &\leq \phi_y \quad (\phi_y \leq \phi_{y'}) \\ \psi_{yy'} &< \phi_{y'} \quad (\phi_{y'} < \phi_y) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

が成り立つ。従って、クラス  $C_x, C_y$  は式 (21), (22), (23) を満たす発火率  $\phi_{x'}, \phi_{y'}$  の範囲として求められる。<sup>37)</sup>  $C_x, C_y$  は

$$\left. \begin{aligned} C_x &= \{ \phi_{x'} \mid \tau_x^2 \cdot \phi_x \leq \phi_{x'} \leq \min \left( \frac{1}{\tau_x^2} \cdot \phi_x, 0.5 \right) \} \\ C_y &= \{ \phi_{y'} \mid \tau_y^2 \cdot \phi_y \leq \phi_{y'} \leq \min \left( \frac{1}{\tau_y^2} \cdot \phi_y, 0.5 \right) \} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

となる。ここに、 $\min(\alpha, \beta)$  は  $\alpha, \beta$  内小さい方の値を意味する。図3に式 (20) と (21) の関係を示す。図中、太線は両式を満足する  $\phi_{x'}$  の範囲を示す。

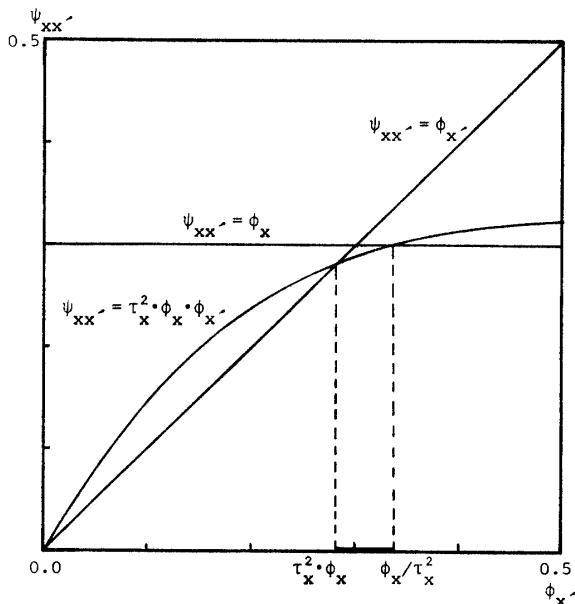


Fig. 3 Range of  $\phi_{x'}$ .

クラス  $C_x, C_y$  のパターン  $x'$  あるいは  $y'$  に対応するパターン  $X', Y'$  の発火要素と、パターン  $x, y$  に対応する  $X, Y$  の発火要素が重なる個数の分布を調べてみよう。第2層の発火率は一定値  $\Phi$  に制御されるものとする。それ故、第2層の素子は  $M = \Phi \cdot N$  個発火する。クラス  $C_x$  の場合について考える。式 (24) において  $\phi_x < 1/2\tau_x^2$  とすれば、 $X$  と  $X'$  は式 (15), (24) から少なくとも

$$T_{xx'} = \tau_x^R \quad (25)$$

より大きな重なり率をもって重なる。従って、 $X'$  が  $X$  と  $S$  ( $0 \leq S \leq M$ ) 個重なる確率  $P_{xx'}$  は

$$P_{xx'} = \binom{M}{m} \cdot T_{xx'}^S \cdot (1 - T_{xx'})^{M-S} \quad (26)$$

なる2項分布となる。この式で、 $T_{xx'}$  が極端に1に近い値を取らないものとするれば、この式は正規分布、

$$P_{xx'}(S) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \sigma_{xx'}}} \cdot \exp \left\{ -\frac{(S - \bar{S}_{xx'})^2}{2\sigma_{xx'}^2} \right\} \quad (27)$$

$$\bar{S}_{xx'} = M \cdot T_{xx'}, \quad \sigma_{xx'}^2 = M \cdot T_{xx'} \cdot (1 - T_{xx'})$$

によって近似出来る。式 (25) から分るように、式 (26), (27) はパターン  $X$  と  $X'$  が最小の重なり率で重なる最も厳しい状態の分布を与える。クラス  $C_y$  の場合、 $Y'$  と  $Y$  が  $S$  個重なる確率  $P_{yy'}$  は、

$$P_{yy'} = \binom{M}{S} T_{yy'}^S \cdot (1 - T_{yy'})^{M-S} \quad (28)$$

但し、 $T_{yy'} = \tau_y^R$

となる。又、近似式は、

$$P_{yy'}(S) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \sigma_{yy'}}} \cdot \exp \left\{ -\frac{(S - \bar{S}_{yy'})^2}{2\sigma_{yy'}^2} \right\} \quad (29)$$

$$\bar{S}_{yy'} = M \cdot T_{yy'}, \quad \sigma_{yy'}^2 = M \cdot T_{yy'} \cdot (1 - T_{yy'})$$

となる。尚、パターン  $x$  と  $y$  の変換後の重なり率  $T_{xy}$  は式 (15) より、

$$T_{xy} = \tau_{xy}^R \cdot \sqrt{\left( \frac{\phi_y}{\phi_x} \right)^R} \quad (30)$$

となる。

次に、パターン  $y$  とクラス  $C_x$  のパターン  $x'$  間の最大重なり率を求めてみよう。大きな重なり率をもつ2つの場合が考えられる。

- (a): パターン  $y$  と最大の発火率をもつパターン  $x'$  が図4-(a) の様に重なる場合。
- (b): パターン  $y$  と最小の発火率をもつパターン  $x'$  が図4-(b) の様になる場合。

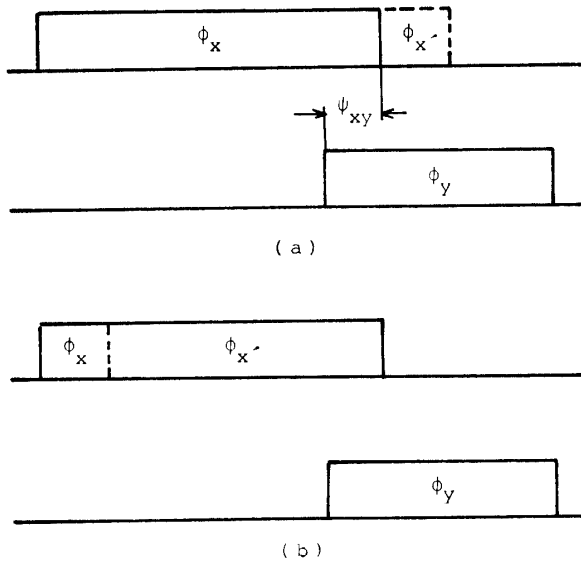


Fig. 4 Overlap of firing rates.

(a) の場合の共通発火率  $\psi_{yx'}$  は、図から分るように、パターン  $x$  と  $y$  の共通発火率とパターン  $x'$  の発火率による共通発火率の増大分を加えたものとなる。

$$\psi_{yx'} = \tau_{xy} \cdot \sqrt{\phi_x \cdot \phi_y} + \left( \frac{1}{\tau_x^2} - 1 \right) \cdot \phi_x \quad (31)$$

重なり率  $\tau_{yx'}$  は、

$$\tau_{yx'} = \tau_{xy} \cdot \tau_x + \tau_x \cdot \left( \frac{1}{\tau_x^2} - 1 \right) \cdot \sqrt{\frac{\phi_x}{\phi_y}} \quad (32)$$

となる。同様にして、(b) の場合の重なり率は

$$\tau_{yx'} = \frac{\tau_{xy}}{\tau_x} + \frac{1}{\tau_x} \cdot \left( \frac{1}{\tau_x^2} - 1 \right) \cdot \sqrt{\frac{\phi_x}{\phi_y}} \quad (33)$$

となる。両者の内、(b) の場合の  $\tau_{yx'}$  が大きくなり、パターン  $y$  と  $x'$  の最大重なり率となる。変換後のパターン  $Y$  と  $X'$  の重なり率  $T_{yx'}$  は式 (15) より、

$$T_{yx'} = (\tau_{yx'})^R \cdot \sqrt{\left( \frac{\phi_y}{\tau_x^2 \cdot \phi_x} \right)^R}$$

となる。従って、パターン  $Y$  と  $X'$  の発火する素子が  $S$  個重なる確率密度関数  $P_{yx'}(S)$  は、

$$P_{yx'}(S) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \sigma_{yx'}}} \cdot \exp \left\{ -\frac{(S - \bar{S}_{yx'})^2}{2\sigma_{yx'}^2} \right\} \quad (34)$$

但し、  $\bar{S}_{yx'} = M \cdot T_{yx'}$ ,

$$\sigma_{yx'}^2 = M \cdot T_{yx'} \cdot (1 - T_{yx'})$$

となる。パターン  $x$  とクラス  $C_y$  のパターン  $y'$  間の最大重なり率は

$$\tau_{xy'} = \frac{\tau_{xy}}{\tau_y} + \frac{1}{\tau_y} \cdot \left( \frac{1}{\tau_y^2} - 1 \right) \cdot \sqrt{\frac{\phi_y}{\phi_x}} \quad (35)$$

となる。変換後のパターン  $X$  と  $Y'$  の重なり率  $T_{xy'}$  は、

$$T_{xy'} = (\tau_{xy'})^R \cdot \sqrt{\left( \frac{\phi_y}{\tau_y^2 \cdot \phi_x} \right)^R}$$

となる。又、パターン  $X$  と  $Y'$  が発火する素子において  $S$  個重なる確率密度関数  $P_{xy'}(S)$  は

$$P_{xy'}(S) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \sigma_{xy'}}} \cdot \exp \left\{ -\frac{(S - \bar{S}_{xy'})^2}{2\sigma_{xy'}^2} \right\} \quad (36)$$

但し、  $\bar{S}_{xy'} = M \cdot T_{xy'}$ ,

$$\sigma_{xy'}^2 = M \cdot T_{xy'} \cdot (1 - T_{xy'})$$

となる。尚、式 (34)、(36) はパターン  $X$  と  $Y'$  及び  $Y$  と  $X'$  が最大の重なり率で重なる最も厳しい状態の分布を与えている。

### 6. 系の学習

系の学習は第3層からの教師入力のもとに、第2層と第4層間の結合、及び素子  $B$  と第4層間の結合荷重を強化することによってなされる。第4層の出力素子  $k$  が、パターン  $x$  に応答するように学習される場合について考えてみよう。第2層の発火は一定値  $\Phi$  に制御されるものとする。このとき、第2層の素子は  $\Phi N$  個発火するので、第4層の各素子は結合荷重  $w_{kj}$  を介して  $\Phi \cdot N$  本の興奮通入力を受ける。又、各出力素子は素子  $B$  から結合荷重  $w_k$  を介して抑制性の入力を受ける。第4層からの教師入力が出力素子  $k$  のみに加えられるものとする。出力素子の電位  $u$ 、及び出力  $z$  は、

$$\left. \begin{aligned} u^t &= X \cdot W_e^t + w_t \cdot T^t - (g(M) \cdot W_l^t + h_0 \cdot E^t) \\ z^t &= f(u^t) \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

但し、

$$f(\alpha) = \begin{cases} 1 & (\alpha > 0) \\ 0 & (\alpha \leq 0) \end{cases}, \quad g(M) = \begin{cases} \alpha \cdot M & (M > 0) \\ 0 & (M \leq 0) \end{cases}$$

$$E = (1, 1, \dots, 1), \quad M = N \cdot \Phi$$

となる。ここに、 $f$  は各要素に作用する。  $E$  は  $K$  次元のベクトル、  $g(M)$  は素子  $B$  の出力で、  $\alpha$  はその比例係数である。初期状態の各素子の電位  $u_i$  をみてみよう。  $w_{kj}$ 、  $w_k$  の初期はそれぞれ  $w_e$ 、  $w_0$  故、電位  $u_i$  は式 (36) から

$$\left. \begin{aligned} u_k &= M \cdot w_e + w_t - \theta_0 \\ u_l &= M \cdot w_e - \theta_0 \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

但し,  $l=1, 2, \dots, K$  ( $l \neq k$ )

$$\theta_0 = \alpha \cdot M \cdot w_0 + h_0$$

となる. ここで,  $k$  番目の出力のみが応答するように次の仮定を設ける.

仮定 1:  $w_l > \theta_0 - M \cdot w_e$

仮定 2:  $M \cdot w_e \ll \theta_0$

仮定 1 は, 学習の初期段階にあるとき, 出力素子  $k$  が教師入力存在によってのみ発火することを示す. 仮定 2 は, 第 2 層の素子の出力素子への影響が初期段階では非常に小さいことを示している.

結合荷重  $w_{kj}, w_k$  の学習について考えてみよう. 系の学習は Hebb の学習法則に従った次式<sup>39)</sup> によって行なう.

$$\left. \begin{aligned} \tau_e \frac{dw_{kj}}{dt} &= -(w_{kj} - w_e) + C_e \cdot z_k \\ \tau_i \frac{dw_k}{dt} &= -(w_k - w_0) + C_i \cdot z_k \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

但し,  $k=1, 2, \dots, K, i=1, 2, \dots, N$

$$C_e = \beta \cdot T_k, C_i = \beta_0 \cdot T_k$$

ここに,  $\tau_e, \tau_i$  ( $\tau_i < \tau_e$ ) は時定数である. これらの値は非常に大きく, 学習はゆっくりと行なわれる. パターン  $x$  が系に何度も呈示され, 学習が完了したとしよう. 出力素子  $k$  と第 2 層の発火している素子, 及び B 素子との結合荷重  $w_{kj}, w_k$  は,

$$\left. \begin{aligned} w_{kj} &= w_e + C_e \\ w_k &= w_0 + C_i \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

に収束する. 一方, 他の出力素子と第 2 層の発火している素子, 及び B 素子との結合荷重は, 教師入力がないため初期値のままである. 学習後のパターン  $x$  に対する出力素子  $k$  の電位  $u_k, u_l$  は, 教師入力なしの状態において,

$$\left. \begin{aligned} u_k &= M \cdot (w_e + C_e) - \theta \\ u_l &= M \cdot w_e - \theta \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

但し,  $\theta = \alpha M \cdot (w_0 + C_i) + h_0$

$l=1, 2, \dots, K$  ( $l \neq k$ )

となる. この式で,  $C_e$  が

$$C_e > \frac{\theta}{M} - w_e$$

を満す値であれば,  $u_k > 0$  となる. この結果, 出力素子  $k$  は出力 1 を出す. 一方,  $u_l \leq 0$  であり, 他の出力素子の出力は 0 となる.

学習後,  $x$  とは別のパターン  $x'$  が与えられたとしよう. パターン  $x$  と  $x'$  に対応する第 2 層のパターン  $x$  と  $x'$  の重なり率を  $T_{xx'}$  とすれば, パターン  $x'$  に対する出力素子  $k$  の電位  $u_k$  は

$$u_k = M \cdot T_{xx'} \cdot (w_e + C_e) - \theta \quad (41)$$

となる. この式で,  $u_k \leq 0$  となるように,  $C_e$  を

$$C_e \leq \frac{\theta}{M \cdot T_{xx'}} - w_e \quad (42)$$

と定めれば, この出力素子は学習したパターン  $x$  に対応する第 2 層のパターン  $X$  と  $T_{xx'}$  より大きな重なり率をもつパターン  $X'$  に対して  $u_k > 0$  となり, これらのパターンを同一クラスとして類別する能力をもつ.

結合荷重  $w_{kj}$  がどの程度強化されたとき, 教師信号なしで出力素子  $k$  がパターン  $x$  に対して出力 1 を出すようになるか調べてみよう. 学習中の出力素子の電位  $u_k$  は

$$u_k = M \cdot w_{kj} - (\alpha M \cdot w_k + h_0) \quad (43)$$

となる. 従って, この素子は  $w_{kj}$  が  $u_k = 0$  を満す値,

$$w_{kj} = \alpha w_k + \frac{h_0}{M} \quad (44)$$

となる時点より, 教師入力なしで出力 1 を出すようになる.  $w_k$  が  $w_{kj}$  より十分早く収束するものとすれば,

$$w_{kj} = \frac{\theta}{M} \quad (45)$$

となる. 図 4 は,

$$\left. \begin{aligned} y &= w_{kj} \\ y &= \alpha w_k + \frac{h_0}{M} \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

の時間的な変化を示す.

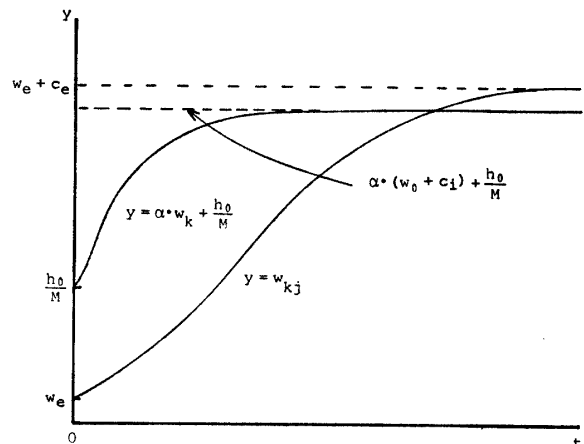


Fig. 5 Time course of  $y$ .

7. 類別能力

先述したクラス  $C_x, C_y$  に属するパターンを類別するこのモデルの類別能力を考察する。学習はクラス  $C_x, C_y$  のパターン  $x, y$  のみでなされるものとする。この際、モデルはパターン  $x$  が与えられたとき、第4層の出力素子  $k$  のみ1を出し、パターン  $y$  が与えられたときは出力素子  $l$  のみ1を出すように学習される。又、学習は結合荷重が定常値に収束するまで行われるものとする。パターン類別能力は或るクラスに属するパターンがそのクラスに対応する出力素子のみを発火する割合(確率)で与えられる。

クラス  $C_x$  のパターンが与えられるときのパターン類別能力を求めてみよう。式(27)と(35)の密度関数  $P_{xx'}, P_{xy'}$  の関係は図6となる。従がって、出力素子  $k$  の閾値を適当に定めれば、一定の確率をもってクラス  $C_x$  のパターンを類別出来る。類別の誤まり率を最小にする適当な閾値  $\nu_k$  は、

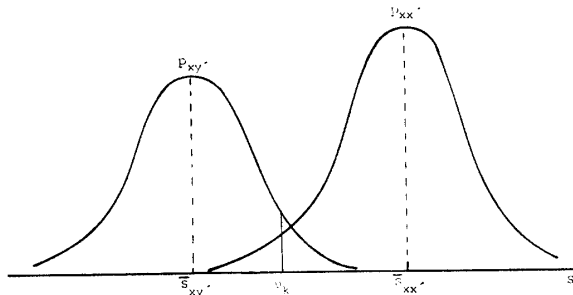


Fig. 6 Density functions  $P_{xy'}$  and  $P_{xx'}$ .

$$\nu_k = \frac{\bar{S}_{xy'} \cdot \sigma_{xx'}^2 - \bar{S}_{xx'} \cdot \sigma_{xy'}^2 + \sigma_{xx'} \cdot \sigma_{xy'} \cdot q}{\sigma_{xx'}^2 - \sigma_{xy'}^2} \quad (47)$$

但し、

$$q = \sqrt{(\bar{S}_{xy'} - \bar{S}_{xx'})^2 - 2(\sigma_{xx'}^2 - \sigma_{xy'}^2) \cdot \ln(\sigma_{xy'} / \sigma_{xx'})}$$

となる。但し、クラス  $C_x, C_y$  のパターンは等確率で与えられるものとする。また、式(41)において

$$\left. \begin{aligned} w_e + C_e &= 1 \\ \theta &= \nu_k \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

となるように定めよう。この結果、 $k$  番目の素子は閾値  $\theta$  を越える数の興奮入力を第1層から受けるとき発火する。従がって、この素子がクラス  $C_x$  のパターンに正しく類別する確率  $P_k$  は

$$P_k = F(a) + F(b) \quad (49)$$

但し、 
$$F(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^a e^{-\frac{s^2}{2}} ds,$$

$$a = \frac{\theta - \bar{S}_{xx'}}{\sigma_{xx'}}, \quad b = \frac{M - \bar{S}_{xx'}}{\sigma_{xx'}}$$

となる。クラス  $C_y$  のパターンを同一のクラスのパターンと類別する確率  $P_{ek}$  は

$$P_{ek} = F(b) - F(a) \quad (50)$$

但し、 
$$a = \frac{\theta - \bar{S}_{xy'}}{\sigma_{xy'}}, \quad b = \frac{M - \bar{S}_{xy'}}{\sigma_{xy'}}$$

となる。クラス  $C_y$  のパターンが与えられるときも同様にパターン類別能力を求めることが出来る。このときの最適閾値  $\nu_e$  は

$$\nu_e = \frac{\bar{S}_{yx'} \cdot \sigma_{yy'}^2 - \bar{S}_{yy'} \cdot \sigma_{yx'}^2 + \sigma_{yy'} \cdot \sigma_{yx'} \cdot q}{\sigma_{yy'}^2 - \sigma_{yx'}^2} \quad (51)$$

但し、

$$q = \sqrt{(\bar{S}_{yx'} - \bar{S}_{yy'})^2 - 2(\sigma_{yy'}^2 - \sigma_{yx'}^2) \cdot \ln(\sigma_{yx'} / \sigma_{yy'})}$$

となる。出力素子  $l$  の閾値を  $\theta = \nu_l$  とすれば、この素子はクラス  $C_y$  のパターンを確率、

$$P_e = F(a) + F(b) \quad (52)$$

但し、 
$$a = \frac{\theta - \bar{S}_{yy'}}{\sigma_{yy'}}, \quad b = \frac{M - \bar{S}_{yy'}}{\sigma_{yy'}}$$

でもって正しく類別する。クラス  $C_x$  のパターンを同一クラスのパターンとする確率  $P_{el}$  は

$$P_{el} = F(b) - F(a) \quad (53)$$

但し、 
$$a = \frac{\theta - \bar{S}_{yx'}}{\sigma_{yx'}}, \quad b = \frac{M - \bar{S}_{yx'}}{\sigma_{yx'}}$$

となる。しかし、このモデルの場合、 $\theta = \nu_k = \nu_e$  となるように設定出来ない。そこで、入力パターンが学習パターン  $X$  あるいは  $Y$  とある一定以上の重なり率をもつときのみ、出力素子が1を出すように閾値  $\theta$  を定める。この重なり率を  $T$  とすれば、閾値  $\theta$  は式(42)より、

$$\theta = M \cdot T \quad (54)$$

但し、  $T_{xy'} < T < T_{xx'}$

となる。このときの出力素子  $k, l$  の類別能力は、式(49), (52)より求められる。

8. 例 題

具体的な数値を与えたときのパターン類別能力を求めてみよう。パターン  $x, y$  の発火率、パターン間の



重なり率, 第2層の発火率, 素子数, 及び接続本数を,

$$\theta = \nu_i = 31$$

$$\phi_x = 0.3, \phi_y = 0.2, \tau_{xy} = 0.65$$

となる. このときの  $P_k, P_{ek}, P_e, P_{ei}$  は, 式 (49), (50), (52), (53) から,

$$\Phi = 0.01, N = 4000, R = 2$$

$$P_k = 0.980, P_{ek} = 0.001$$

とする. 又, クラス  $C_x, C_y$  を

$$P_i = 0.976, P_{ei} = 0.007$$

$$C_x = \{x' | \tau_{xx'} > 0.95\}$$

$$C_y = \{y' | \tau_{yy'} > 0.95\}$$

となる. 次に閾値を式 (54) で定めた場合について考える.  $T = 0.81$  とすると, 閾値  $\theta$  は式 (54) より

とする. このとき, 重なり率  $\tau_{yx'}, \tau_{xy'}$  は, 式 (33), (35) から

$$\theta = 32$$

$$\tau_{yx'} = 0.831, \tau_{xy'} = 0.782$$

となる. このときの  $P_k, P_{ek}, P_i, P_{ei}$  は,

となる. 従って, 第2層での重なり率は

$$P_k = 0.956, P_{ek} = 0.000$$

$$T_{xx'} = T_{yy'} = \tau_{xx'}^2$$

$$P_i = 0.956, P_{ei} = 0.002$$

$$T_{yx'} = \left(\frac{\tau_{yx'}}{\tau_x}\right)^2 \cdot \frac{\phi_y}{\phi_x}, \quad T_{xy'} = \left(\frac{\tau_{xy'}}{\tau_y}\right)^2 \cdot \frac{\phi_x}{\phi_y}$$

となる. 但し, 先に述べたように, これらの値は最も厳しい状態での類別能力を示しているので, 実際の場合は, もう少し良い値を示すと思われる.

となる密度関数  $P_{xx'}, PP_{yy'}, P_{yx'}$  及び  $P_{xy'}$  の平均値, 分散は, 式 (27), (29), (34), (36) から,

表1は, 接続本数  $R$  とパターン類別能力との関係を示す. この表から, 接続本数  $R$  の増大と共に類別能力が急激に低下することが分かる. これは2つの原因による. 一つは接続本数の増大により, パターン分離機能が高められ, 入力パターンが第2層で大きくパターン分離されるからである. 他の一つは, 第2層の発火率  $\Phi$  が範囲  $(0, \phi_y^p)$  内の値に制御されるため, この層の発火個数が急激に小さくなり, この結果,  $P_k, P_i$  の積分範囲が小さくなるからである.<sup>40)</sup> それ故, 接続本数  $R$  の大きい類別器は, 非常に良く似た入力パターンを類別する場合に都合が良いことが分る.

$$P_{xx'}: \bar{S}_{xx'} = M \cdot T_{xx'}, \sigma_{xx'}^2 = M \cdot T_{xx'} \cdot (1 - T_{xx'})$$

$$P_{yy'}: \bar{S}_{yy'} = M \cdot T_{yy'}, \sigma_{yy'}^2 = M \cdot T_{yy'} \cdot (1 - T_{yy'})$$

$$P_{yx'}: \bar{S}_{yx'} = M \cdot T_{yx'}, \sigma_{yx'}^2 = M \cdot T_{yx'} \cdot (1 - T_{yx'})$$

$$P_{xy'}: \bar{S}_{xy'} = M \cdot T_{xy'}, \sigma_{xy'}^2 = M \cdot T_{xy'} \cdot (1 - T_{xy'})$$

となる. 但し,  $M = N \cdot \Phi$ . 最適な閾値  $\nu_k, \nu_i$  は, 式 (47), (51) から,

$$\theta = \nu_k = 30$$

Table 1 Relation of the number of connections and the ability of pattern classification, where  $\tau_x = \tau_y = 0.95, \Phi = 0.1$  and  $N = 10000$

$\tau_{xy}$	$R$	$\nu_k$		$\nu_e$		$\theta$			
		$p_k$	$p_{ek}$	$p_i$	$p_{ei}$	$p_k$	$p_{ek}$	$p_i$	$p_{ei}$
0.60	1	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
	2	1.0	0.001	0.999	0.0	0.998	0.0	0.998	0.0
	3	0.873	0.038	0.849	0.08	0.778	0.012	0.778	0.043
0.65	1	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
	2	0.999	0.001	0.978	0.02	0.998	0.0	0.998	0.0
	3	0.844	0.089	0.803	0.158	0.778	0.012	0.778	0.043
0.70	1	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
	2	0.998	0.030	0.976	0.038	0.998	0.0	0.998	0.0
	3	0.796	0.170	0.728	0.279	0.778	0.012	0.778	0.043

## 9. ま と め

本文では、小脳皮質をパターン分類器としてとらえ、この系のパターン分類能力を考察した。まず、2つのパターンクラスを学習パターンと大きな重なり率を持つパターンの集合と定義した。このクラスをもとに、第2層での学習パターンの1の要素と各クラスのパターンの1の要素の重なり率の分布を導びいた。次に、学習方程式を与え、系の学習過程を調べた。この考察から、系が適当な結合荷重の初期値、学習係数、出力素子の閾値のもとで、分類器として機能することを明らかにした。パターン分類能力を出力素子に対応するクラスのパターンに正しく発火する確率とし、この確率を与える一般式を重なり個数の分布から導びいた。同時に、数値例から、この系が十分な分類能力をもつことを示した。又、接続本数と分類能力の関係から、接続本数が分類能力に大きな影響を及ぼすことを明らかにした。

モデルの応用面を探ってみよう。先の考察から分るように、この分類器は学習パターンと大きな重なり率をもつパターンを、同一クラスに属するものとして正しく分類する。それ故、或る程度変化したパターンは分類出来る。それ故、位置ずれしたパターンを分類することは困難である。このことから、この分類器は、タイプ文字、あるいは正規化した文字の認識に応用出来ると思われる。しかし、この系の第4層の出力素子は第2層から非常に多くの入力を受ける。このことから、位置ずれした幾つかのパターンを学習しておけば、これらのパターンをある程度分類することが可能となるように思われる。

今後の課題として、具体的なパターンでのシミュレーション実験により、この分類器が実際にどの程度応用出来るかを調べる事が残されている。

## 参 考 文 献

- 1) A. Pellionisz, R. Llinás and D. H. Perkel: *Neuroscience*, **2**, 19 (1977)
- 2) A. Pellionisz and R. Llinás: *Neuroscience*, **4**, 323 (1979)
- 3) D. Marr: *J. Physiol.*, **208**, 437 (1969)
- 4) G. M. Jones and P. Davies: *Brain Research*, **103**, 551 (1976)
- 5) J. A. Freeman and C. N. Nicholson: *Nature*, **22**, 640 (1970)
- 6) J. C. Eccles, M. Ito and J. Szentágothai: *The cerebellum as a Neuronal Machine*, Springer-Verlag (1967)
- 7) J. S. Albus: *Math. Biosic.*, **10**, 25 (1971)
- 8) J. S. Albus: *Trans, ASME, G*, **97**, 220 (1975)
- 9) J. S. Albus: *Trans, ASME, G*, **97**, 228 (1975)
- 10) J. Szentágothai: *Proc. IEEE*, **56**, 960 (1968)
- 11) J. Szentágothai and M. A. Arbib: *Neurosciences Res. Prog. Bull.*, **12**, 437 NRP (1972)
- 12) K. Maekawa and T. Takeda: *In Control of Gaze by Brain Stem Neurons* (eds R. Baken and A. Berthoz), Elsevier (1977), p. 187
- 13) K. Maekawa and J. I. Simpson: *Brain Research*, **39**, 245 (1972)
- 14) M. Ito: *In Control of Gaze by Brain Stem Neurons* (eds R. Baken and A. Berthoz), Elsevier (1977), p. 177
- 15) M. Ito: 同上, Elsevier (1977), p. 391
- 16) M. Hassul and P. D. Daniels: *IEEE Trans. Bio. Engineering*, **BME-24**, 449 (1977)
- 17) R. Linas: *Math. Bioscience*, **11**, 137 (1971)
- 18) R. Llinas, W. Precht and M. Clarke: *Exp. Brain Res.*, **13**, 408 (1971)
- 19) P. Davies and G. M. Jones: *Brain Reserach*, **103**, 546 (1976)
- 20) T. Nagano and O. Ohmi: *Biol. Cybernetics* **31**, 75 (1978)
- 21) T. Torioka: *Biol. Cybernetics* **31**, 27 (1978)
- 22) T. Torioka: *Biol. Cybernetics* **31**, 53 (1979)
- 23) T. W. Calvert and F. Meno: *IEEE Trans., System, Man and Cybernetics*, **SMC-2**, 363 (1972)
- 24) V. Braitenberg: *Nature*, **190**, 539 (1961)
- 25) R. Nieuwenhys, J. Voogd and C. V. Huijzen: *The Human Control Nervous System*, Springer-Verlag (1978) p. 149
- 26) 伊藤正男: ニューロンの生理学, 現代科学選書, 岩波書店 (1973)
- 27) 伊藤正男: 小脳, 神経科学講座 (渡辺他編), 理工学社 (1978) p. 121
- 28) 伊藤正男: 自然, **3**, 86 (1979)
- 29) 伊藤正男: 自然, **4**, 90 (1979)
- 30) 伊藤正男: 神経研究の進歩, **17**, 857 (1973)
- 31) 小杉幸夫, 内藤喜之: 信学論 (D), **58-D**, 539 (1975)
- 32) 佐々木和夫: 神経系の統合機構 (塚田編), 共立出版 (1978) p. 85
- 33) 水野 俊: 信学論 (D), **57-D**, 661 (1974)
- 34) 真島英信: 生理学, 文光堂 (1974) p. 146
- 35) 真島英信: 生理学, 文光堂 (1974) p. 235
- 36) 藤田昌彦: 信学技報, **MBE 79-54**, 9 (1979)
- 37) 鳥岡豊士, 池田信彦: 信学技報, **PRL-50**, 1 (1978)
- 38) 鳥岡豊士他: 信学技報, **MBE 79-14**, 1 (1979)
- 39) S. Amari: *Biol. Cybernetics* **29**, 127 (1978)
- 40) F. Rosenblatt: *Principle of Neural Dynamics*, Spartan (1962)

(昭和55年4月15日 受理)