

# パターン分離機能を用いた連想記憶

池田 信彦\*・鳥岡 豊士\*\*

A Model of Associative Memory with a Function of Pattern Separation

Nobuhiko IKEDA and Toyoshi TORIOKA

## Abstract

It is well known that two properties are very important for associative memory. One of them is the property that the firing rate of key patterns is constant. The other is the property that the similarity among them is low. It is also known that a two-layer random neural net has a function of pattern separation, when the firing rate of the second layer is controlled at a low value.

Therefore, we can use this neural net for producing patterns which are favorable for associative memory. We propose a model of associative memory with a net having a function of pattern separation and investigate the ability of recall in this model. From the result of our investigation, it is shown that a high recalling ability is obtained in this model.

することによりこのモデルの利点を明らかにする。

## 1. 序 論

連想記憶の機能が脳の情報処理に本質的役割を果たすことが明らかになりアソシアトロンが提案された<sup>1)</sup>。それ以後、記憶形式あるいは読み出し形式等に種々の変化を加えた多くのモデルが報告され<sup>2)~6)</sup>、連想記憶に有利なパターンの性質として、キー・パターンの発火率が一定であること、及び各キー・パターン間の類似度が低いことが明らかにされた。一方、生理学的立場から D. Marr<sup>7)</sup> は小脳がパターン分離機能を有すると仮定し、その分離能力を Codon 説によって説明した。鳥岡等<sup>8)</sup> はゴルジ細胞によって顆粒細胞の発火率を一定に保つことがパターン分離能力を高めるのに重要であることを明らかにした。また、小脳を層状ランダム回路網とみなしたときのパターン分離能力について考察し、この層状ランダム回路網のパターン分離機能は連想記憶における有利なパターンの生成に適用できることを示している。

本稿では、層状ランダム回路網(パターン分離機能)を用いた連想記憶モデルを提案し、このモデルの連想能力を考察する。また、従来の連想記憶モデルと比較

## 2. パターン分離特性

Fig. 1 に層状ランダム回路網のモデルを示す。モデルは第1層、第2層、および抑制素子  $G$  からなり、各層はそれぞれ  $n$ ,  $N$  個の閾値素子から構成される。ここに、 $n$ ,  $N$  は十分大きな値を取るものとする。層間の接続は重み1でランダムに接続される。ただし、第2層の各素子は第1層から  $R$  本(接続本数)の入力を受け、閾値はある一定の正規分布に従うものとする。素子  $G$  は第1層から興奮性を受け、第1層の発火率に応じた抑制出力  $\theta$  によって第2層の発火率を一定値( $\phi$ )に制御するものとする。

第1層に任意の2個の  $n$  次元  $(0, 1)$  パターン  $y_1 = (y_{1i}), y_2 = (y_{2i}) (i=1, 2, \dots, n)$  が与えられたとき、第2層にそれに対応する  $N$  次元  $(0, 1)$  パターン  $Y_1 = (Y_{1i}), Y_2 = (Y_{2i}) (i=1, 2, \dots, N)$  が生成されたとしよう。このとき、パターン分離度  $J$  は次式で与えられる。

$$J = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{\tau} \left( A + \frac{B}{\phi} \right) \quad (1)$$

\* 徳山工業高等専門学校 情報電子工学科

\*\* 工業短期大学部 情報処理工学科

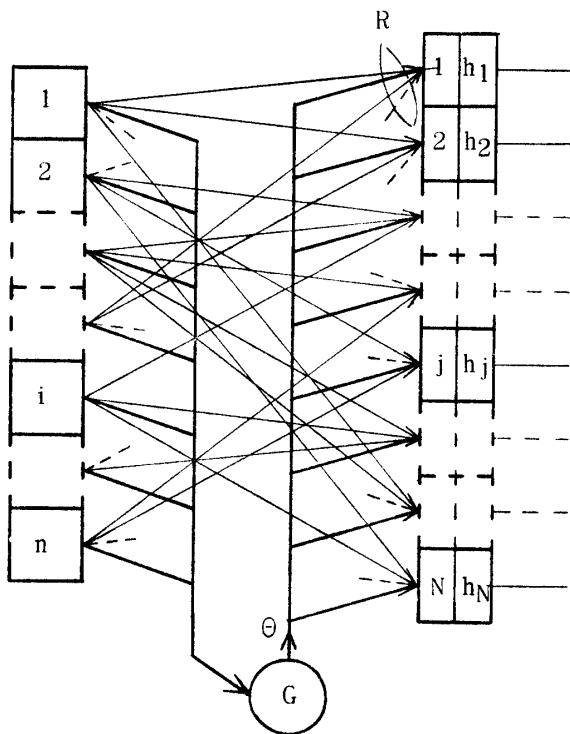


Fig. 1 Model of two-layer random network.

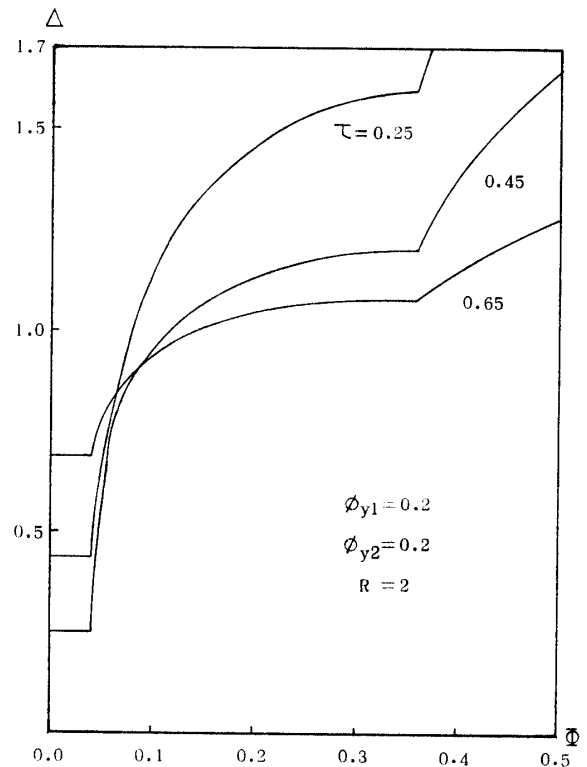


Fig. 2 Relation between  $\phi$  and  $J$ .

ただし、
$$\tau = \frac{\psi_{y_1 y_2}}{\sqrt{\phi_{y_1} \phi_{y_2}}}, \quad T = \frac{\bar{\psi}_{Y_1 Y_2}}{\phi}$$

ここに、 $A, B$  は与えられた  $\phi_{y_1}, \phi_{y_2}, \psi_{y_1 y_2}$  のもとで定数となる。 $\phi_{y_1}, \phi_{y_2}$  は  $y_1, y_2$  の発火率、 $\psi_{y_1 y_2}$  は  $y_1, y_2$  間の共通発火率、 $\tau$  は  $y_1, y_2$  間の重なり率、 $\phi$  は第2層のパターンの発火率で抑制素子  $G$  によって一定値に制御される。また、 $\bar{\psi}_{Y_1 Y_2}$  は  $Y_1, Y_2$  間の共通発火率、 $T$  は  $Y_1, Y_2$  間の重なり率である。

この式で  $J < 1$  となるとき重なり率  $\tau$  をもつ入力パターン  $y_1, y_2$  はこれよりも小さな重なり率  $T$  をもつパターン  $Y_1, Y_2$  に変換されることになり、重なり率の意味でパターン分離される。(発火率  $\phi$ 、式(1)の導出に関しては参考文献(8)を参照せよ)

Fig. 2 に式(1)から求めた  $R=2$  の場合のパターン分離度曲線を示す。図からわかるように、 $\phi$  が区間  $[0, \phi_y^*]$  にあるときパターン分離度  $J$  の値は重なり率  $\tau$  が小さくなるほど小さくなり、逆に  $\tau$  が大きくなると大きくなる。従って、人力でよく似たパターンは余り分離されず、似ていないパターンは大きく分離される。また、この区間では  $J < 1$  であり、与えられた  $\tau$  のもとで一定となる。このように  $J$  はパターン類別に都合の良いパターン分離の性質をもつ。この性質は連想記憶における有利なキー・パターンの生成に有効であると考えられる。次に、層状ランダム回路網のパ

ターン分離機能を利用した連想記憶を提案し、その連想能力を考察する。

### 3. 連想記憶モデル

#### 3.1 パターン分離機能を用いた連想記憶

Fig. 3 にパターン分離機能を有す連想記憶モデルを示す。 $m$  次元の 0, 1 要素からなる記憶パターンを  $X_k = (x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{ki}, \dots, x_{km})$  とし、それに対応する  $n$  次元の 0, 1 要素からなるキー・パターンを  $y_k = (y_{k1}, y_{k2}, \dots, y_{ki}, \dots, y_{kn})$  としよう。ただし、 $k=1, 2, \dots, K$ 。このうちキー・パターン  $y_k$  (第1層目) はパターン分離機構を通ることにより  $N$  次元の 0, 1 要素からなる新しいキー・パターン  $Y_k = (Y_{k1}, Y_{k2}, \dots, Y_{ki}, \dots, Y_{kN})$  (第2層目) に変換される。第1層目、第2層目の発火率をそれぞれ  $\phi_{y_1} = \phi_{y_2} = \phi_y$ 、 $\phi$  としよう。共通発火率  $\phi = \phi_y^*$ 、重なり率  $\tau = \phi_y$  をもつ第1層のパターンは式(1)で与えられるパターン分離度にもとづいて共通発火率  $\phi = \phi \tau^R$  ( $R$ : 接続本数)、重なり率  $T = \tau^R$  をもつパターンに分離され、パターン分離度  $J$  は

$$J = T/\tau = \tau^{R-1} \tag{2}$$

となる。ただし、 $\phi$  は区間  $[0, \phi_y^*]$  内の値に制御されるものとする。

このモデルでは、このように変換された新しいキー

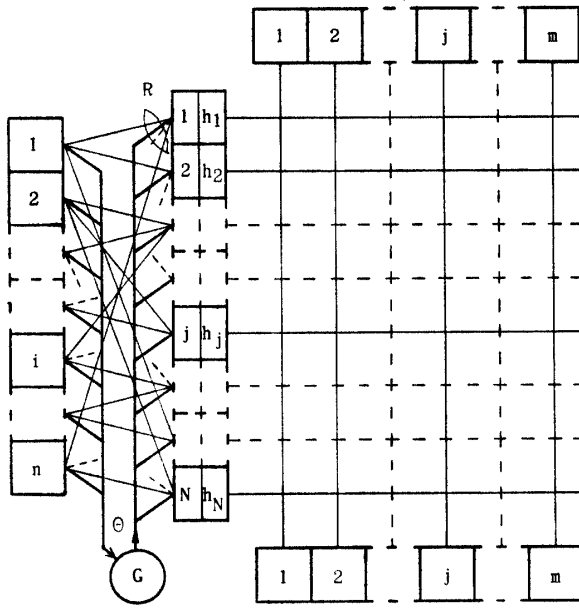


Fig. 3 Model of associative memory with a function of pattern separation.

・パターンを用いて記憶，読み出しが行なわれる． $K$ 個の対のパターン  $(X_k, Y_k)$  の記憶は記憶行列  $[M]$  を用いて次のように記憶される．

$$[M] = \sum_{k=1}^K X_k Y_k^t \quad (3)$$

ただし，添字  $t$  は転置を表わす．

ある特定の記憶パターン  $X_r$  の読み出しを考えよう．ここで，読み出しとは  $X_r$  に対応するキー・パターン  $y_r$  に近い  $\hat{y}_r$  (第2層目で  $\hat{Y}_r$  に変換される) を与え， $X_r$  あるいは  $\hat{X}_r$  ( $X_r$  に近いパターン) を得ることである．この場合  $\hat{X}_r$  は

$$\hat{X}_r = U_h [[M] \hat{Y}_r] \quad (4)$$

となる．ただし，読み出されたパターン  $\hat{X}_r$  と記憶パターン  $X_r$  の内積が大きい程  $\hat{X}_r$  は  $X_r$  に近いと定義する．ここで読み出されたパターン  $\hat{X}_r$  の  $j$  要素を  $\hat{x}_{rj}$  で表わすと，式 (4) は次のようになる．

$$\begin{aligned} \hat{x}_{rj} &= U_{hj} [R_{rj}] \\ &= U_{hj} \left[ \left( \sum_{k=1}^K x_{kj} Y_k^t \right) \hat{Y}_r \right] \\ &= U_{hj} \left[ x_{rj} Y_r^t \hat{Y}_r + \sum_{k \neq r} x_{kj} Y_k^t \hat{Y}_r \right] \end{aligned} \quad (5)$$

ただし， $U_h$  は閾値関数

$$U_h(a) = \mathbf{1}(a-h) = \begin{cases} 1 & a > h \\ 0 & a \leq h \end{cases}$$

である．

以上の動作原理に従って，パターン分離機構を有す連想記憶モデルについて統計的解析を行ない，その読み出し確率を求める．

キー・パターン，記憶パターンの各要素はそれぞれ独立であるとしよう．また， $k$  個の記憶パターンのうちその  $j$  要素が1になる個数 (平均焼きつけ個数) を  $w = \phi_x K$  と仮定しよう．このとき，式 (5) における  $R_{rj}$  は  $x_{rj}$  が1であったか0であったかによって期待値が異なる．そこで， $x_{rj}=1$  の場合と  $x_{rj}=0$  の場合とに分けて  $R_{rj}$  の分布  $f(R_{rj})$  を求めよう．この二つの分布から1, 0の平均的な読み出し確率を求めることができる．

(i)  $x_{rj}=1$  の場合

$$R_{rj}^1 = Y_r^t \hat{Y}_r + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq r}}^{K-1} Y_k^t \hat{Y}_r \quad (6)$$

$$\begin{aligned} f(R_{rj}^1) &\simeq N(M(1-s)^R, \\ &\quad + (w-1)MT, M(1-s)^R(1-(1-s)^R) \\ &\quad + (w-1)MT(1-T)) \\ &\equiv N(\mu_1, \sigma_1^2) \end{aligned} \quad (7)$$

(ii)  $x_{rj}=0$  の場合

$$R_{rj}^0 = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq r}}^{K-1} Y_k^t \hat{Y}_r \quad (8)$$

$$\begin{aligned} f(R_{rj}^0) &\simeq N(wMT, wMT(1-T)) \\ &\equiv N(\mu_0, \sigma_0^2) \end{aligned} \quad (9)$$

ただし，

$s$ : 雑音， $M$ : 第2層目のパターンの発火個数  $(\Phi \cdot N)$ ， $f(x)$ :  $x$  の確率密度関数， $N(\mu, \sigma^2)$ : 平均値  $\mu$ ，分散  $\sigma^2$  の正規分布

とする．

次に，読み出しに最適な閾値  $h$  を求めよう．ただし，各記憶パターンの  $j$  要素における1の出現確率 ( $\phi_x$ ) と0の出現確率  $(1-\phi_x)$  とが異なることを考慮し雑音がない ( $s=0$ ) 場合の二つの分布から損失最小法<sup>9)</sup>により読み出しに最適な閾値  $h$  を決定するものとする．ここで， $\sigma_1^2 \neq \sigma_0^2$  であるのでこれを  $\sigma^2$  とする．このとき  $h$  は

$$h = \frac{\mu_1^2 - \mu_0^2 - 2\sigma^2 \ln T}{2(\mu_1 - \mu_0)} \quad (10)$$

となる．ただし， $T = \phi_x / (1 - \phi_x)$ ．

したがって，0, 1の平均的な読み出し確率  $P_{s,1}$ ,  $P_{s,0}$  は次式のようになる．

$$P_{s1} = \int_h^\infty f(R_{rj}^1) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_h^\infty \exp\left(-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma^2}\right) dx$$

$$= \Phi(\alpha_1) \tag{11}$$

$$P_{s0} = \int_{-\infty}^h f(R_{rj}^0) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^h \exp\left(-\frac{(x-\mu_0)^2}{2\sigma^2}\right) dx$$

$$= \Phi(\alpha_0) \tag{12}$$

ただし,

$$\alpha_1 = \frac{\mu_1 - h}{\sigma}, \quad \alpha_0 = \frac{h - \mu_0}{\sigma}$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$$

また、このモデルの全体の読み出し確率  $P_s$  を  $P_{s1}$  と  $P_{s0}$  の確率平均と定義すれば、式 (11), (12) より

$$P_s = \phi_x P_{s1} + (1 - \phi_x) P_{s0} \tag{13}$$

となる。ここで、 $S=0$ ,  $\phi_x=0.5$  のとき全体の読み出し確率  $P_s$  は

$$P_s(0.5, \phi_y) = \Phi\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{N}{K}} \sqrt{\frac{\Phi(1 - J \cdot \phi_y)}{J \cdot \phi_y}}\right) \tag{14}$$

となる。

Fig. 4 に第2層目の発火率  $\Phi$  に対する分離度および想起率（全体の読み出し確率）を示す。図において、記憶パターン、キー・パターンの発火率はそれぞれ  $\phi_x=0.5$ ,  $\phi_y=0.5$  とする。また各層の次元を  $n=100$ ,  $N=1,000$  とし、記憶パターン個数を  $K=100$  とする。接続本数は  $R=2$  とする。尚、図中点線はパターン分離機構を通さないモデルの想起率を示す。これより、

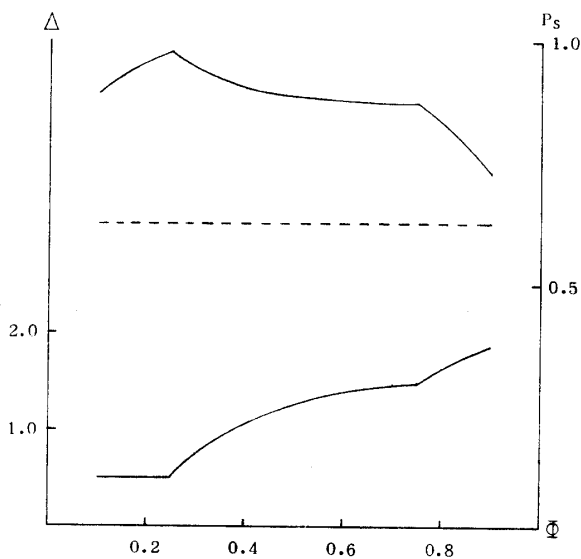


Fig. 4 Relation between  $\Phi$  and  $P_s$ , and  $\Phi$  and  $J$ , where  $\phi_x = \phi_y = 0.5$ ,  $N = 1000$  and  $K = 100$ .

パターン分離機構を有す連想記憶モデルは従来の連想記憶モデルに比べ高い想起能力をもち、特に  $\Phi = \phi_y^2$  の点で高い想起率を示すことがわかる。

Fig. 5 に第1, 第2層間の接続本数  $R$  を変化させた場合の想起率を示す。ここに  $\phi_y$  はパラメータであり、 $\phi_x = 0.5$ ,  $\sqrt{K/N} = 1.0$  である。また第2層目の発火率  $\Phi$  は  $\Phi = \phi_y^2$  である（この点で最大の想起率を示す）。図においてキー・パターンの発火率  $\phi_y$  が小さい場合、接続本数  $R$  の変化に対する想起率の変化は小さくなる。逆に  $\phi_y$  が大きくなると  $R$  の変化に対する想起率の変化は大きくなる。

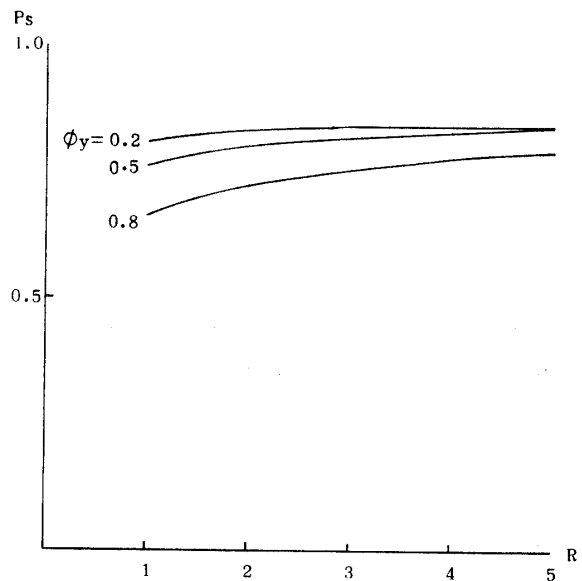


Fig. 5 Relation between  $R$  and  $P_s$ , where  $\phi_x = \phi_y = 0.5$ ,  $N = 1000$  and  $K = 100$ .

以上のことより、パターン分離機構を有す連想記憶モデルは第2層目のパターンの発火率  $\Phi$  が  $\Phi = \phi_y^2$  ( $R$ : 接続本数) に制御されるとき最大の想起能力をもち、またキー・パターンの発火率  $\phi_y$  がある程度小さい場合、想起能力は接続本数にそれ程影響を受けないことがわかる。

### 3.2 パターン分離機構を有さない連想記憶モデル

各キー・パターンの発火個数を  $m$ , 雑音を  $s$ , 平均焼きつけ個数を  $w (= \phi_x K)$  とすると、式 (7), (9) に対応する二つの分布は

$$f'(R_{rj}^1) \simeq N(m(1-s) + (w-1)\phi_y m, (w-1)\phi_y(1-\phi_y)m) \tag{15}$$

$$f'(R_{rj}^0) \simeq N(w\phi_y m, w\phi_y(1-\phi_y)m) \tag{16}$$

となる。ここで、 $m \simeq N(\phi_y n, \phi_y(1-\phi_y)n)$  に従うこ

とを考慮すれば、式 (15), (16) は次のように近似できる。

$$f'(R_{rj}^1) \simeq N(\phi_y n(1-s) + (w-1)\phi_y^2 n, \phi_y(1-\phi_y) * \{ (w-1)^2 \phi_y^2 + (w-1)\phi_y(3-2s) + (1-s)^2 \} n) \equiv N(\mu'_1, \sigma_1'^2) \quad (17)$$

$$f'(R_{rj}^0) \simeq N(w\phi_y^2 n, w\phi_y^2(1-\phi_y)(w\phi_y+1)n) \equiv N(\mu'_0, \sigma_0'^2) \quad (18)$$

前節と同様に、雑音  $s=0$  の場合の二つの分布より最適な閾値  $h'$  を決定する。この場合  $\sigma_1'^2 \approx \sigma_0'^2$  である。したがって、式 (10) に対応する最適な閾値  $h'$  は次式のようになる。

$$h' = \frac{\mu'_0 \sigma_1'^2 - \mu'_1 \sigma_0'^2 + \sigma_1' \sigma_0' \sqrt{(\mu'_1 - \mu'_0)^2 - 2(\sigma_1'^2 - \sigma_0'^2) \ln(T\sigma_0'/\sigma_1')}}{\sigma_1'^2 - \sigma_0'^2} \quad (19)$$

このとき、雑音  $s$  に対する 1, 0 の平均的な読み出し確率をそれぞれ  $P'_{s1}, P'_{s0}$  で表わすと、前節と同様に次式となる。

$$P'_{s1} = \int_{h'}^{\infty} f'(R_{rj}^1) dx \equiv \Phi(\alpha'_1) \quad (20)$$

$$P'_{s0} = \int_{-\infty}^{h'} f'(R_{rj}^0) dx \equiv \Phi(\alpha'_0) \quad (21)$$

ただし、

$$\alpha'_1 = \frac{\mu'_1 - h'}{\sigma_1'}, \quad \alpha'_0 = \frac{h' - \mu'_0}{\sigma_0'}$$

従って、全体の読み出し確率  $P'_s$  は式 (13) と同様に、式 (20), (21) より

$$P'_s = \phi_x P'_{s1} + (1 - \phi_x) P'_{s0} \quad (22)$$

となる。ここで、 $s=0, \phi_x=0.5$  のときの全体の読み出し確率  $P'_s(0.5, \phi_y)$  は次式となる。

$$P'_s(0.5, \phi_y) = \Phi\left(\frac{\sqrt{n}}{K} \sqrt{\frac{1-\phi_y}{\phi_y}}\right) \quad (23)$$

#### 4. シミュレーション

擬似乱数により発火率  $\phi_x$  をもつ記憶パターンと  $\phi_y$  をもつキー・パターンの対を  $K$  組作成し、2, 3 の動作原理に従ってシミュレーション実験を行なった。Fig. 6 にパターン分離機構を有す連想モデルとパターン分離機構を有さない連想モデルにおける雑音  $s$  と読み出し確率  $P_s, P'_s$  の関係を示す。シミュレーション

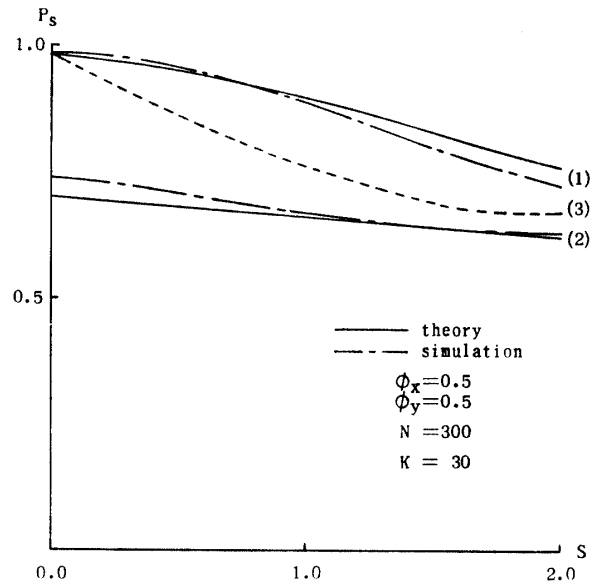


Fig. 6 Relation between  $S$  and  $P_s$ .

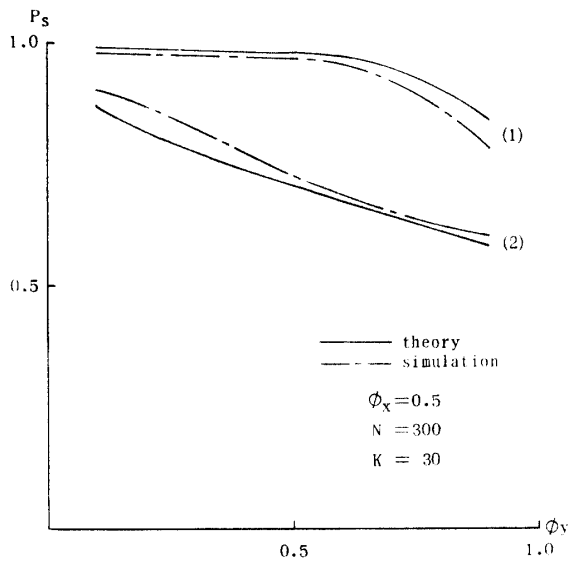
- (1) Model with a function of pattern separation
- (2) Model without a function of pattern separation
- (3) Model without a function of pattern separation (fixed ratio of activity)

は乱数の初期値を種々変えて実験を行なった。このとき、 $P_s, P'_s$  は各々のモデルにおいて 0, 1 を正確に読み出した割合を求めてその平均をとった。尚、式(13), (22) より求めた理論値を図中実線に示した。理論値とシミュレーション結果はほぼ一致する。この図からわかるように、雑音  $s$  が増加するに従って全体の読み出し確率  $P_s, P'_s$  は共に低下する。しかし、パターン分離機構を有す連想モデルは従来の連想モデルに比べて高い想起率を示す。また、図中点線はパターン分離機構を有さない連想モデルにおいて、キー・パターンの発火率を一定に保った場合のシミュレーション結果を示す。

Fig. 7 に  $\phi_x$  を一定に保ったときの  $\phi_y$  に対する全体の読み出し確率  $P_s, P'_s$  の変化の様子を示す。式 (13), (22) より求めた理論値を図中実線で示す。これより、両モデル共にキー・パターンの発火率  $\phi_y$  が小さい程高い想起率を示す。しかし、パターン分離機構を有す連想モデルは  $\phi_y$  のある程度大きい範囲まで高い想起率を示す。このことから、パターン分離機構を有す連想モデルは  $\phi_y$  の変化による影響を余り受けないことがわかる。

以上の理論、シミュレーション結果からパターン分離機能を用いた連想記憶モデルの連想能力について次のようにまとめることができる。

- (1) パターン分離機能を用いた連想記憶モデルは

Fig. 7 Relation between  $\phi_y$  and  $P_s$ .

- (1) Model with a function of pattern separation  
 (2) Model without a function of pattern separation

従来の連想記憶モデルに比べ高い連想能力をもち、特に第2層目のパターンの発火率が  $\phi = \phi_y^R$  に制御されるとき最大の想起能力を有す。

(2) パターン分離機能を用いた連想記憶モデルにおいて、接続本数  $R$  が想起能力に与える影響はキー・パターンの発火率  $\phi_y$  が大きい場合に有効である。

(3) パターン分離機能を用いた連想記憶モデルは、ある程度の雑音  $s$  が付加されても高い連想能力を保つことができる。

(4) パターン分離機能を用いた連想記憶モデルは、キー・パターンの発火率  $\phi_y$  の変化による影響が小さい。

## 5. むすび

層状ランダム回路網のパターン分離機能が連想記憶のパターン生成に有効であると考え、パターン分離機

構をもつ連想記憶モデルを提案した。そして、その連想能力について統計的な解析を行なった。

ここでは一般的な読み出し確率を定義し、雑音あるいはキー・パターンの発火率が読み出し確率にいかなる影響を与えるかということについて考察した。この考察を通じて、従来の連想記憶モデルに比べパターン分離機能を有する連想記憶モデルが雑音あるいはキー・パターンの発火率の変動に対して安定であることを明らかにした。Fig. 6の点線で示すように、従来の連想モデルにおいてキー・パターンの発火率を一定値に保った場合高い想起率を示す。このことからキー・パターンの発火率の一定性が連想能力に重大な影響を与えることが確かめられた。しかし、パターン分離機能を用いた連想記憶モデルがそれ以上に高い想起率を示していることから、このモデルではキー・パターンの発火率が一定値に制御されるという性質以外に、パターン分離機能が連想記憶に、より有利な条件を与えていると考えることができる。しかし、このモデルにおいて第2層目の発火率  $\phi$ 、接続本数  $R$ 、パターン分離度  $J$  等は互いに従属関係にあるため、パターン分離の性質自体の連想能力への影響については曖昧さを残している。更に詳しい検討が必要であるように思われる。その結果、より優れた連想記憶モデルを得ることができるように思われる。

## 参 考 文 献

- 1) 中野 馨：信学研究報告，**IT** 69-27 (1969)
- 2) 上坂，尾関：電子通信学会誌 (D)，**J 55-D**，323 (1972)
- 3) 中野，南雲：信学技報，**MBE 70-6** (1970)
- 4) 小杉，内藤，彼末：信学技報，**MBE 75-21** (1975)
- 5) 村上，相原他：電子通信学会誌 (D)，**J 59-D**，929 (1976)
- 6) 鳥岡，池田他：信学技報，**MBE 76-3** (1976)
- 7) D. Marr: J. Physiol., **202**, 437 (1969)
- 8) 鳥岡，古賀：電子通信学会誌 (A)，**J 60-A**，1153 (1977)
- 9) 志村正道：パターン認識と学習機械，昭晃堂，(19) p. 70  
(昭和55年4月14日 受理)