

# 裏込間隙水による動水圧

大 原 資 生

## 1. 緒 言

従来の岸壁の耐震設計においてはこの種の動水圧は考慮されていない。

これは裏込土の透水係数が原因となって、間隙水が、裏込土の間隙を通過して流動することはないと云う、多分に経験的な考察に基いた結果である。

しかるに、振動台による実験では砂のような透水係数の比較的大きい土では、この種の動水圧はほぼ Westergaard 値に近い値のものが測定されている。<sup>1)</sup>

著者はこれについて理論的に研究し、この種の動水圧の有無及び外力との位相差等について考察を行ってみた。その結果について述べる。

## 2. 理 論 式

いま簡単に、振動によって裏込土は変位せず、間隙水のみが、その間隙を通過して流動するために動水圧が生ずると考えると次式が成立つ。但し、座標系  $0-x, y$  は岸壁とともに運動するものとする。

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{\rho_w} \frac{\delta p}{\delta x} &= \frac{\lambda g}{k} \frac{\delta \xi}{\delta t} + \frac{\delta^2 \xi}{\delta t^2} - \alpha g e^{j\omega t} \\ -\frac{1}{\rho_w} \frac{\delta p}{\delta y} &= \frac{\lambda g}{k} \frac{\delta \eta}{\delta t} + \frac{\delta^2 \eta}{\delta t^2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに  $k$ : 裏込土の透水係数

$\lambda$ : 間隙率

$\alpha$ : 震度

$\rho_w$ : 間隙水の密度

$\xi, \eta$ : 間隙水の  $x, y$  の方向の相対変位

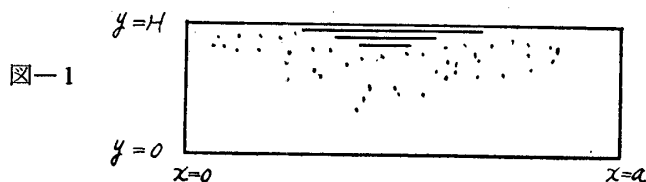
$p$ : 動水圧

また  $K$ , を間隙水の体積弾性率とすると,

$$p = -K \left( \frac{\delta \xi}{\delta x} + \frac{\delta \eta}{\delta y} \right) \quad (2)$$

(1), (2)式より

$$\frac{1}{\rho_w} \left( \frac{\delta^2 p}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 p}{\delta y^2} \right) = \frac{\lambda g}{Kk} \frac{\delta p}{\delta t} + \frac{1}{K} \frac{\delta^2 p}{\delta t^2} \quad (3)$$



図一1のような場合を考えるので、この場合の境界条件は次の様になる。

- i)  $x = 0 : \frac{\delta p}{\delta x} = \rho_w \alpha g e^{i\omega t} \quad (\because \xi = 0)$
- ii)  $x = a : \frac{\delta p}{\delta x} = \rho_w \alpha g e^{i\omega t} \quad (\because \xi = 0)$
- iii)  $y = 0 : \frac{\delta p}{\delta y} = 0 \quad (\because \eta = 0)$
- iv)  $y = H : p = 0$

強制振動の時間因数が  $\cos \omega t$  であり、境界条件を考えて

$$p = \sum_{n=0}^{\infty} X_n(x) \cos \frac{(2n+1)\pi}{2H} y \cdot e^{i\omega t} \quad (4)$$

とおき、(3)式及び境界条件を満足する定常解を求めると次式の様になる。

$$p = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(1 - e^{-i\beta_n a})}{i\beta_n (e^{i\beta_n a} - e^{-i\beta_n a})} \frac{4\rho_w \alpha g}{(2n+1)\pi} \left( e^{i\beta_n x} + \frac{1 - e^{i\beta_n a}}{1 - e^{-i\beta_n a}} e^{-i\beta_n x} \right) \times \cos \frac{(2n+1)\pi}{2H} y \cdot e^{i\omega t} \quad (5)$$

$$\text{但し } \beta_n = \sqrt{\frac{\rho_w \omega^2}{K} - \left( \frac{2n+1\pi}{2H} \right)^2} - i \frac{\rho_w \lambda g}{Kk} \omega$$

(5)式の Real part をとり、 $x=0$  の壁面に作用する動水圧を求めると、

$$(p)_{x=0} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{4\rho_w \alpha g H}{(2n+1)\pi} \cos \frac{(2n+1)\pi}{2} \eta \left[ \left( \cosh \gamma_n \frac{a}{H} - \cos \delta_n \frac{a}{H} \right) \times \left\{ -\sinh \gamma_n \frac{a}{H} (\gamma_n \cos \omega t + \delta_n \sin \omega t) + \sin \delta_n \frac{a}{H} (\gamma_n \sin \omega t - \delta_n \cos \omega t) \right\} \right] \times \frac{1}{(\gamma_n^2 + \delta_n^2) \left( \sin^2 \gamma_n \frac{a}{H} \cos^2 \delta_n \frac{a}{H} + \cosh^2 \gamma_n \frac{a}{H} \sin^2 \delta_n \frac{a}{H} \right)} \quad (6)$$

$$\gamma_n = \frac{\sqrt{\left[ \left( \frac{(2n+1)\pi}{2} \right)^2 - \left( \frac{\rho_w}{K} \omega^2 H^2 \right) \right]} + \sqrt{\left[ \left( \frac{(2n+1)\pi}{2} \right)^2 - \left( \frac{\rho_w}{K} \omega^2 H^2 \right) \right]^2}}{2} + \left( \frac{\rho_w \lambda g \omega H^2}{Kk} \right)^2$$

$$\delta_n = \frac{\sqrt{-\left[ \left( \frac{(2n+1)\pi}{2} \right)^2 - \left( \frac{\rho_w}{K} \omega^2 H^2 \right) \right]} + \sqrt{\left[ \left( \frac{(2n+1)\pi}{2} \right)^2 - \left( \frac{\rho_w}{K} \omega^2 H^2 \right) \right]^2}}{2} + \left( \frac{\rho_w \lambda g \omega H^2}{Kk} \right)^2$$

但し  $\eta = y/H$  である。

$a = \infty$  とすると、(6)式は

$$(p)_{x=0} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 4\rho_w 2\alpha g H}{(2n+1)\pi} \cdot \cos \frac{(2n+1)\pi}{2} \eta \cdot \frac{(\gamma_n \cos \omega t + \delta_n \sin \omega t)}{\gamma_n^2 + \delta_n^2} \quad (7)$$

となる。

### 3. 計 算

岸壁を考へ  $k = 10^{-3} \sim 1 \text{ cm/s}$ ,  $\omega = 10\pi \sim \pi$ ,  $H = 5 \sim 15 \text{ m}$  の範囲についての計算を行った。

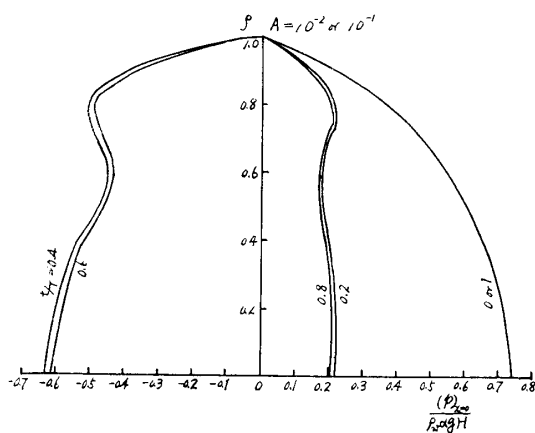
それには  $\left( \frac{\rho_w \lambda g \omega H^2}{Kk} \right)$  をパラメーターとし、これを  $A$  と記号して、この  $A$  の値が  $10^{-2}$ ,  $10^{-1}$ ,  $1$ ,  $10$ ,  $10^2$ ,  $10^3$  の各値について(7)式の値を計算した。

なお、(7)式よりわかるように、この動水圧には強制振動との位相差が生ずることとなるので、計算では  $t/T$  ( $T$ : 強制周期) がそれぞれ  $0, 0.2, 0.6, 0.8, 1.0$  の場合について計算した。

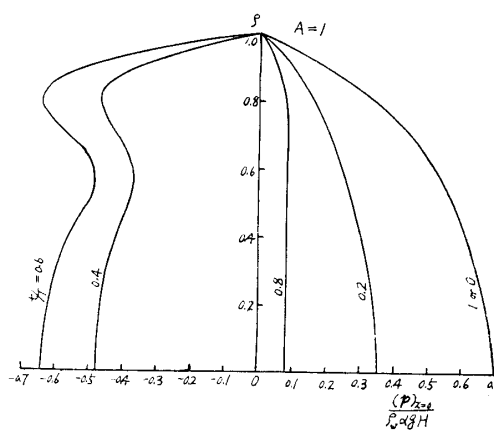
### 4. 計算結果

#### (1) 動水圧の鉛直分布

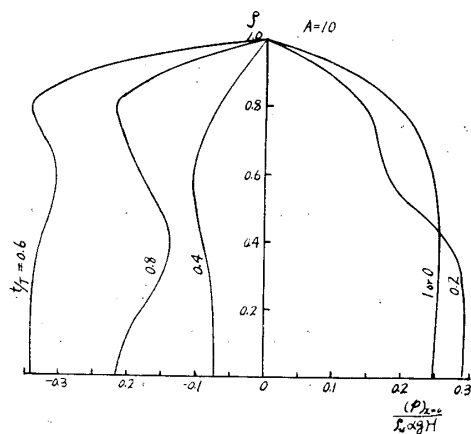
図一2～6がパラメーター  $A$  のそれぞれの値に対する動水圧の鉛直分布を示したもので、縦軸は  $\eta$ , 横軸は  $p/\rho_w \alpha g H$  の値である。



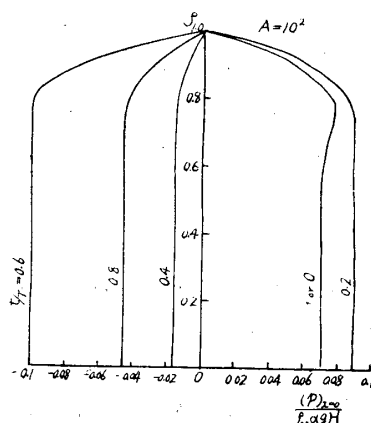
図一2 動水圧鉛直分布 ( $A = 10^{-2}$  or  $10^{-1}$ )



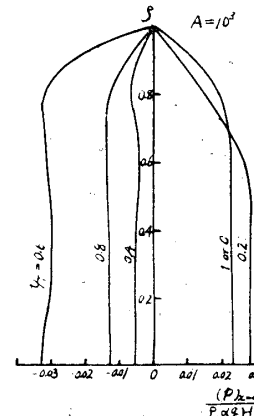
図一3 動水圧鉛直分布 ( $A = 1$ )



図一4 動水圧鉛直分布 ( $A = 10$ )



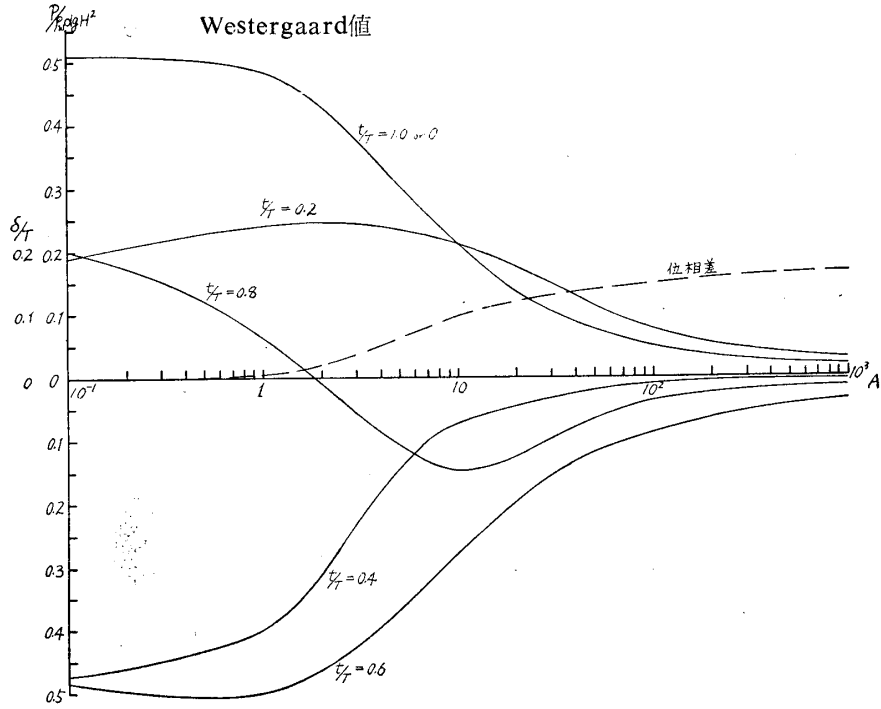
図一5 動水圧鉛直分布 ( $A = 10^2$ )



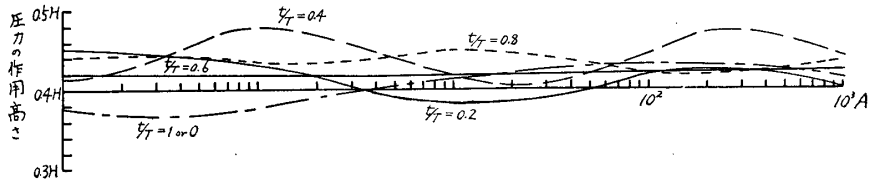
図一6 動水圧鉛直分布 ( $A = 10^3$ )

(II) 動水圧の合力とその作用高さ

図一2～6より動水圧の合力と作用高さを計算し、それらがA及びt/Tによってどの様に変化しているかを見たのが、図一8, 7である。



図一7 動水圧合力



図一8 動水圧合力の高さ

5. 結 語

図一7にWestergaard値を記入したが、これよりAが1以下では動水圧の最大値はWestergaard値にほぼ近似したものとなり、強制振動との位相差はないと考えてよい様である。

これは H=10m の岸壁を考えたとき、kがほぼ10~1 cm/sの場合に相当する。

又、図一2～6よりわかるように、この種の動水圧の強制振動との位相差はηの函数となっているので、t/Tによって動水圧の分布が変化しているが、その平均的な位相差と云うようなものを動水圧合力について考えてみると図一7の破線の通りである。

以上の地震時、岸壁裏込の間隙水によって生ずると考えられる動水圧の理論計算の結果について述べた。

これより、Aの値がわかれば、各図より動水圧の分布、合力、作用高さを知ることが出来る。例えば、いま、H=7m, λ=0.5, k=10<sup>-2</sup>cm/s, ω=π(T=2.0sec)とするとA=3.92となり、動水圧の合力の最大値は Westergaard の70%, 位相差は0.1秒となることがわかる。

なお、最初に述べた実験の場合について考えると、k≐1.0cm/s, 強制周期0.3秒, λ=0.5, H=40cmであるので、(6)式において、

$\left[\left(\frac{(2n+1)\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{\rho_w g H^2}{K}\right)\right]^2$  に対し、 $\left(\frac{\rho_w \lambda g L H^2}{Kk}\right)^2$  の値はすべての  $n$  について無視

出来る程度となるので、実験値が **Werner, Sundquist** の値（有限長の函の中での **Westergaard** 値と考えるとよい値である）に近いことが証明出来る。

最後に、本理論式の誘導については九州大学の渡部信夫教授に、又、計算結果等については九州大学の松尾春雄教授に種々御指導いただいた。ここに厚く感謝の意を表する。

## 参 照

- 1) 岸壁裏込めの間隙水による動水圧

土木学会論文集 第38号