

Dynamic Programming による Dam の適正操作 に関する研究

——特に山口県佐波川水系について——

金山 和雄*・藤原 輝男*・寺田 徹**

Studies on the Optimal dam control by Dynamic Programming

Kazuo KANAYAMA, Teruo FUJIWARA and Toru TERADA

Abstract

For the Optimal flood control by dam reservoirs, a precise forecast of flood is the most necessary matter. But a precision of flood forecast is now very low. Therefore, we must establish a system that copes flexibly and optimally with any flood under their insufficient forecast. In this paper we applied a Dynamic Programming to obtain the optimal flood control by dam reservoirs at Sabagawa in Yamaguchi district.

1. まえがき

近年わが国では産業の発達, 生活文化の向上等により水資源の重要性が強調されてきている。又一方では自然開発が進み各種の自然災害の発生を見るにいたっている。この様に水資源の有効利用, 及び治水と言う二つの面から多目的ダム建設が数多く計画されている。既設ダム流域内にさらにダムを構築すると言う様に一河川系に複数のダムが存在する地域が数多く見られる様になった。従来の単ダムの場合におけるダム操作方式では治水の効果を十分上げる事ができないばかりか, かえって悪い結果をもたらす事が考えられる。また水資源を無効に海に流下させる事となり水資源の有効利用の立場からも好ましくないものと言える。そこで著者はダム相互の有機的な関連を考慮した治水方式として Dynamic Programming を用いたダムの操作をとりあげそれについて研究を行った。本論文では山口県佐波川水系について解析を行った。これは1ダム, 1合流点をもつ河川系であって, この解析により DP による操作が十分に有効であり, 流出の時間遅れの比較的大きい河川系ではダム操作方式において, 紙型方式から適応制御方式への可能性がある, などの興

味ある結論を得た。

2. 理論的考察^{1), 2)}

2-1 最適制御の一般的問題^{2) 3)}

典型的なプロセスには次の4種の変数が関係している。

- (1) 独立変数 プロセスを制御または監督 (monitoring) するための操作変数 $y(t)$,
- (2) 従属変数 任意の時刻におけるプロセスの状態を測定・記述するのに役立つ変数 $x(t)$,
- (3) 合成変数 制御系の動作の質を指示・測定するのに用いられる変数。
- (4) 外乱 制御できない環境変数 $z(t)$,

最適制御の一般的問題は, 外乱とパラメータ変動によって生ずる系の動揺に打ち勝って合成変数をその最適値に保持する方法をみいだすことにある。合成変数は通常制御系の動作評価関数を表示するのに用いられるから, けっきょく, 最適制御問題は動作評価関数を最小化または最大化する事に帰する。これを数学的に記述すれば次のとおりである。

系の性状を表現する微分方程式は次式となる。

* 土木工学科

** フジタ工業九州支店

$$\frac{dx}{dt} = G(x, y, z, t) \quad (1)$$

このとき、各時点で系に課せられた拘束条件

$$g(y) \leq 0 \quad (2)$$

のもとで、初期の系の状態を

$$x(0) = C \quad (3)$$

として、目的関数

$$J(y) = \int_0^T F(x, y, z) dt \quad (4)$$

を最大または最小にする独立変数 $y(t)$ を決定する問題に帰する。

2.2 ダム群による洪水の最適調節の記述²⁾

ダム群のゲート操作による下流域の洪水調節は制御過程と見なされる。これに上記のことを適用すれば以下のようになる。一般的表現のためダム数は N 個、評価地点は m 個、ダム残流域流量を n 個とする。

前節において(1)の独立変数としては各ダムの放流量 O_k ($k=1, 2, \dots, N$), (2)の従属変数としては各ダムの貯水量 S_k ($k=1, 2, \dots, N$), (3)の合成変数としては各評価地点を通過する流量 Q_i ($i=1, 2, \dots, m$), (4)の外乱としては各ダムへの流入量 I_k ($k=1, 2, \dots, N$) およびダム残流域流量 q_j ($j=1, 2, \dots, n$) がそれぞれ対応すると考える。

すると、系の性状を表現する微分方程式は次式で与えられる。

$$\frac{dS_k}{dt} = I_k - O_k \quad (k=1, 2, \dots, N) \quad (5)$$

拘束条件としては、ダムの各時点における放流能力の制限

$$O_k \leq g_k(S_k) \quad (6)$$

であり一般に貯水量の関数として表示できる。

このとき、各ダムの初期貯水量 (あるいは最終貯水量) を

$$S_{k0} = C'_k \quad (\text{or } S_{k0} = C_k) \quad (7)$$

として、目的関数

$$J(O) = \int_0^T F(Q_1, Q_2, \dots, Q_1, \dots, Q_i, \dots, Q_m) dt \quad (8)$$

を最小とする放流量系列

$$O = \{O_1, O_2, \dots, O_k, \dots, O_N\} \quad (9)$$

を決定するのが最適洪水制御の問題となる。

以上の数学的記述を後の便宜のため離散的表現に直すと以下のとおりとなる。

まず、各ダムに共通な有限の洪水制御時間を T 個に等分し、 $1, 2, \dots, t, \dots, T$ とおく。すると任意の時間 t でのダム k の流入量、放流量は $I_k(t), O_k(t)$ と表示でき、また時間 t の初期貯水量を $S_k(t)$ と表示すれば(5)式に対して次式が与えられる。

$$S_k(t+1) = S_k(t) + I_k(t) - O_k(t) \quad (k=1, 2, \dots, N) \quad (10)$$

次に(7)式に対してはダム k の制御終了時の貯水量を $S_k(t+1)$ とすれば次式が与えられる。

$$S_k(t+1) = C_k \quad (11)$$

ここに C_k は一応ダム k の有効貯水容量 V_k に近い値を与える。

次に目的関数の表現にさきだち(8)式の F を

$$F(Q_1(t), Q_2(t), \dots, Q_i(t), \dots, Q_m(t)) \equiv \sum_{i=1}^m D_i(Q_i(t)) \quad (12)$$

のように定義すれば、(8)式に対して

$$J(O) = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^m D_i(Q_i(t)) \quad (13)$$

を得る。ここに D_i は評価地点 i における通過流量による被害を表わす指標である。

この $J(O)$ を与えられた条件の下で最小化する各ダムの放流系列 $\{O_k(t)\}$ を決定するのである。

そのためには $Q_i(t)$ をダム放流量とダム残流域からの流量とに分割して考えねばならない。

したがって次の点を仮定する。

- 1) 残流域流量は支川流入の形態をとる。
- 2) 洪水の流下合流の機構は線形とする。

よって次式を得る。

$$Q_i(t) = \sum_{(k)_i} O_k(t) + \sum_{(j)_i} q_j(t) \quad (14)$$

2.3 最適洪水制御過程の DP による定式化¹⁾

DP が適用される対象は、ある系の状態を変化させる決定 (制御) の選択が多段階にわたって行なわれるところの多段階決定過程である。ある系の決定の系列を Policy と称し、DP はある制限のもとにある量を最適にするところの Optimal Policy を求めることにある。

DP は、Optimal Policy は最初の状態がどうであれ、またそれに対してどんな決定をしても、この状態、決

定とは無関係に、その後に行なわれる決定が、最初の決定によって生じた状態に関して Optimal Policy となる様な性質をもつ事である、と言う最適性の原理にもとづくものである。DP の計算は 制御終了時を(11)式と規定した事より後進型の計算となる。

そこで任意の時間 t から最終時間 T までの最適放流系列 $\{O_k(t)\}$ ($t=t, t+1, \dots, T$) による目的関数 $J(O)$ の最小値を $f_t(S_1, S_2, \dots, S_N)$ とすれば(13)式より次式を得る。

$$f_t(S_1, S_2, \dots, S_k, \dots, S_N) = \min_{\substack{0 \leq S_k < V_k \\ k=1 \dots N}} \left\{ \sum_{i=1}^m D_i(Q_i(t)) \right. \\ \left. + f_{t+1}(S_1, S_2, \dots, S_k, \dots, S_N) \right\} \quad (15)$$

ここで(14)式および f_{t+1} は時間 $t+1$ の各ダムの貯水量 $S_k(t+1)$ の関数である事から(9)式を考慮して上式は次式となる。

$$f_t(S_1, S_2, \dots, S_k, \dots, S_N) = \min_{\substack{0 \leq S_k < V_k \\ (k=1 \dots N)}} \left\{ \sum_{i=1}^m D_i \left(\sum_{(k)} O_k(t) \right) \right. \\ \left. + \sum_{(j)t} q_j(t) + f_{t+1}(S_1(t) + I_1(t) - O_1(t), S_2(t) \right. \\ \left. + I_2(t) - O_2(t), \dots, S_N(t) + I_N(t) - O_N(t)) \right\} \quad (16)$$

(16)式を解く上に必要な、制御最終時の $O_k(T)$ による目的関数値 $f_T(S_1, S_2, \dots, S_k, \dots, S_N)$ は(13), (14), (9), (11)式より次式となる。

$$f_T(S_1, S_2, \dots, S_k, \dots, S_N) = \sum_{i=1}^m D_i(Q_i(T)) \\ = \sum_{i=1}^m D_i \left(\sum_{(k)} (S_k(T) + I_k(T) - (k) + \sum_{(j)T} q_j(T)) \right) \quad (17)$$

(16), (17)式を解いて最適放流系列 $\{O_k(t)\}$ を得るためにはダム流域及びダム残流域の洪水ハイドログラフ及び目的関数の設定が必要となる。

2-4 ダム流域及びダム残流域の洪水ハイドログラフ⁴⁾⁵⁾

2-4-1 ダム流域の洪水ハイドログラフ⁴⁾

ダム流域からのダムへの洪水流入量は洪水の適応制御への意味を含めて、流量予測が比較的簡便に行なわれるタンクモデル法を用いて決定した。タンクモデルの理論については参考文献にゆずる。

2-4-2 残流域流量と洪水追跡法⁵⁾

実測の残流域流量はすでに人工的な放流量を含んでいるため放流量を差引いて考えねばならない。

そこで放流量を逐次計算法により追跡し、評価地点での実測ハイドログラフより差引き、放流量を含まな

い残流域流量を決めそれにより残流域の洪水タンクモデルを決定した。又洪水追跡(放流量追跡)は DP による解析の中においても放流量の評価地点への到達時間を考慮するためにも用いた。以下に洪水追跡の理論を示す。

不定流の基本式は次式で与えられる。

$$I = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V^2}{2g} \right) + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{n^2 V^2}{R^{4/3}}, \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \end{array} \right\} \quad (18)$$

水面巾を B として(18)式を差分近似し、逐次近似計算法により計算した。この式は河床勾配により次のような省略が可能である。

(1) 河床勾配1/500前後

$$-i + \frac{n^2 v^2}{R^{4/3}} = 0 \quad (19)$$

(2) 河床勾配1/1000~1/3000

$$-i + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{n^2 v^2}{R^{4/3}} = 0 \quad (20)$$

(3) 河床勾配1/3000~

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial x} - i + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{n^2 v^2}{R^{4/3}} = 0 \quad (21)$$

また差分近似による計算の安定条件に関しては時間きざみ Δt 場所きざみ Δx とすれば

$$U < \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (22)$$

なる安定条件が必要である。ここに U は洪水量の伝播する速度である。

2-5 評価関係

評価関数は洪水調節の考え方と直接関係するものである。洪水による被害を評価するにあたっては洪水防御施設及び加害素因等の関係について知る必要があるが、本論では、定性的に、洪水の加害力は、最大流量の大きさ Q_p 、及びある以上の流量の継続時間、及びハイドログラフの上昇期における流量増加率が大きい程、大きくなるという事から洪水調節目標として次の点を考慮した。

- (1) 洪水ピーク流量を小さくする。
- (2) 洪水継続時間を短くする。
- (3) 急激な流量増を起させない。

(1), (2)は互いに対立するものであるが、破堤、はん濫による被害が非常に大きい事から、(1)の立場をとるべきであろう。それによると、ある流量による被害

度危険度を表示する評価関数の増加率は、その時の流量に一次比例するとすれば次式となる。

$$\frac{dD(Q)}{dQ} = \alpha' \cdot Q \quad (\alpha' > 0) \quad (23)$$

(23)式より $D(0) = 0$ として積分すれば

$$D(Q) = \alpha Q^2 \quad (\alpha = \frac{\alpha'}{2} > 0) \quad (24)$$

ここに α は定数である。これと類似の考え方で次式が考えられる。

$$D(Q) = b \cdot \left(\frac{Q}{Q_d} \right)^2 \quad (25)$$

ここに Q_d はその点の許容流量である。

3. 解析対象流域と水文諸量

3-1 対象流域及び対象洪水

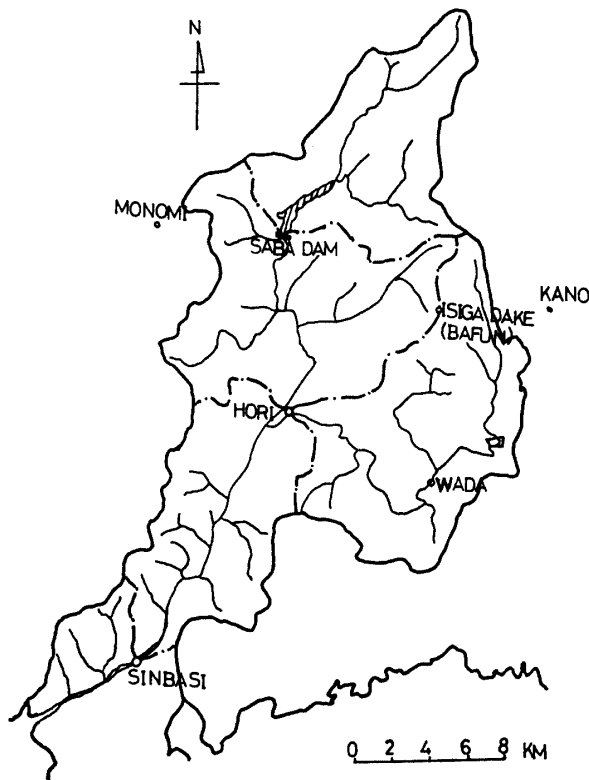


Fig. 1 SABA BASIN

本論文では山口県佐波川水系を対象流域とした。山口県の主要河川の一つで流域面積 446.1km^2 、幹線流路延長 56km で、Fig. 1 に示す様に上流部に佐波川ダムを有している。佐波川中流に位置する堀は支川である島地川との合流点であり、過去に洪水被害の見られた地点でもある。今回はこの堀を評価地点として定め

Fig. 1 に示す様に流域を3つに分割して解析を行った。佐波川ダム流域をIとし、その広さは 88.4km^2 、佐波川ダム残流域をIIとし、その広さは 120.93km^2 、島地川流域をIIIとし、その広さは 128.42km^2 であった。

DPによる計算の対象とした洪水は昭和44年7/1~7/2の洪水、昭和47年7/11~7/12の洪水、昭和44年7/7~7/9の洪水、昭和46年8/5~8/6の洪水、昭和47年7/24~7/26の洪水、昭和47年8/20~8/21の洪水の計6個の主要洪水について解析を行い、実際のダム操作との比較検討を行った。一方、防府における確率雨量により各確率年の降雨を想定した場合のダム操作にも検討を加えた。

3-2 流域I及び流域IIIのタンクモデル

3-2-1 流域Iのタンクモデル

Fig. 2, 3, は流域Iのタンクモデルを示しそれによる計算流量と実測流量とを対比させたものである。

3-2-2 流域IIIのタンクモデル

Fig. 4, 5 は流域IIIのタンクモデルを示し、それによる計算結果と実測流量を対比させたものである。

3-3 流域IIのタンクモデルと放流量追跡

前述したように佐波川ダムの残流域である流域IIにおいては堀における観測流量に人工的な放流量が含まれているため、流域IIのタンクモデルを決定するにはこれを除去しなければならない。

3-3-1 佐波川ダム放流量の追跡

佐波川ダムサイトから評価地点、堀までの流下距離は 14.3km であり、平均河床勾配は $1/131$ である。よって(18)式の第2式と(19)式により解析を行った。計算の条件は場所きざみ $\Delta x = 14\text{km}$ 、時間きざみ Δt は 1800 秒、河幅は 52.82m とした。

Fig. 6 は計算結果の一部を示したものである。これによると時間遅れは30分程度で、ピーク流量の減衰はほとんど見られないと言える。

3-3-2 流域IIのタンクモデル

Fig. 7 は堀地点の実測流量より放流量の影響を除き、タンクモデルを決定し、それによる計算結果を示したものである。

4. D・P による解析結果と問題点⁶⁾

2章、3章で述べた理論にもとづき実際に生じた洪水に対しDPを適用し、ダム操作の検討を行い、同時に防府での確率雨量にもとづき、各確率年の降雨を想定し最適なダム操作のあり方について考察を行う。

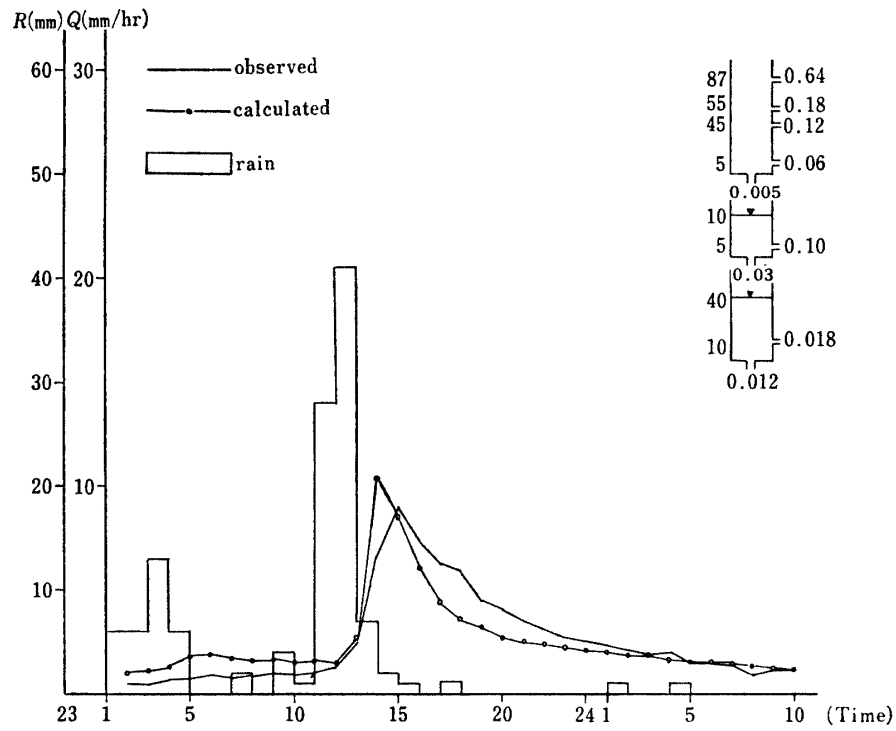


Fig. 2 Comparison of observed and calculated river discharge at point SABA river Dam in 1 July 1969

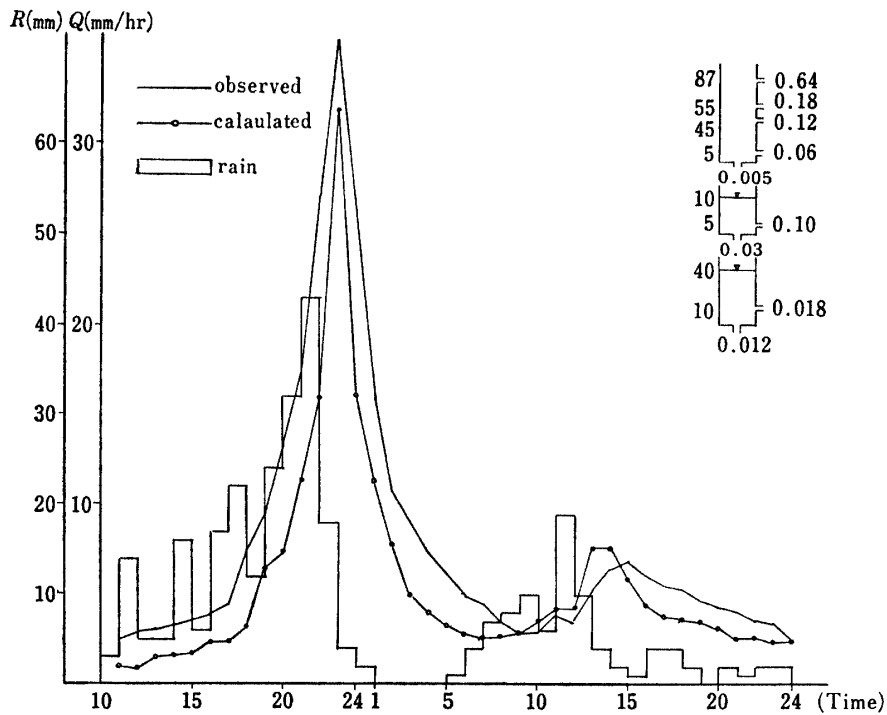


Fig. 3 Comparison of observed and calculated river discharge at point SABA river Dam in 11 July 1972

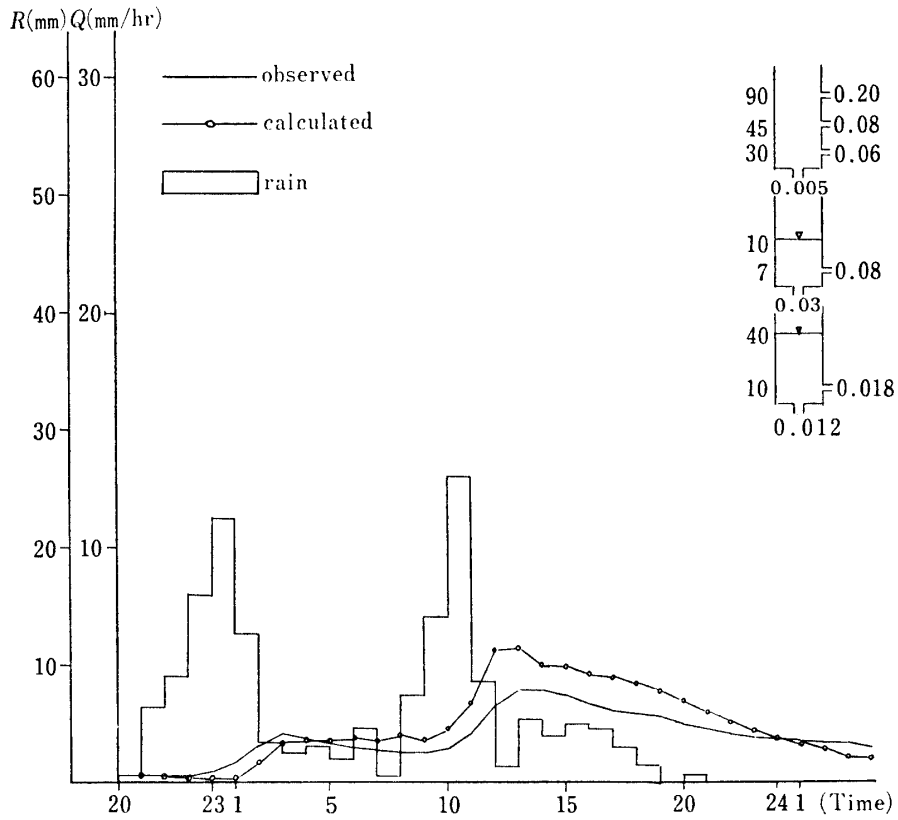


Fig. 4 Comparison of observed and calculated river discharge at the SIMAJI basin in 24 July 1972

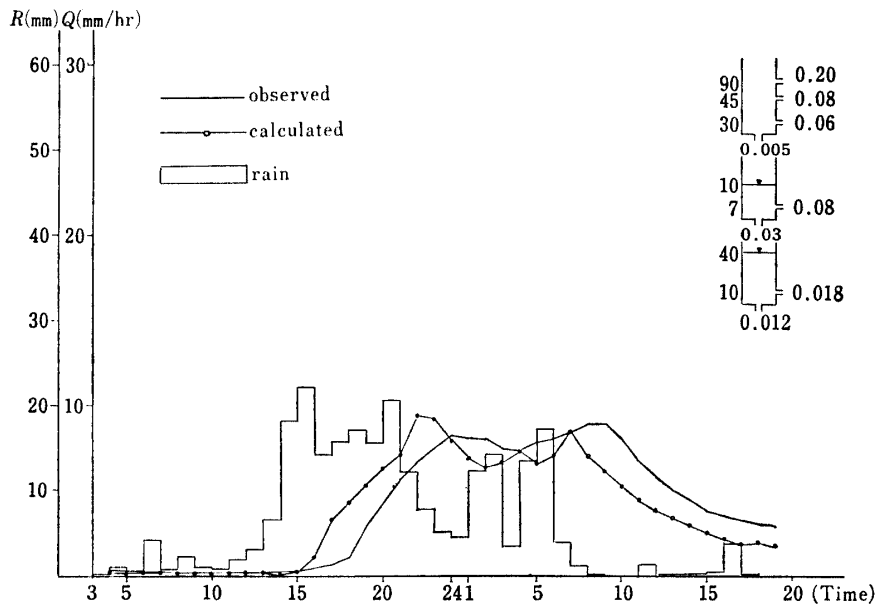


Fig. 5 Comparison of observed and calculated river discharge at the SIMAJI basin in 5 August 1971

4-2 評価地点と評価関数

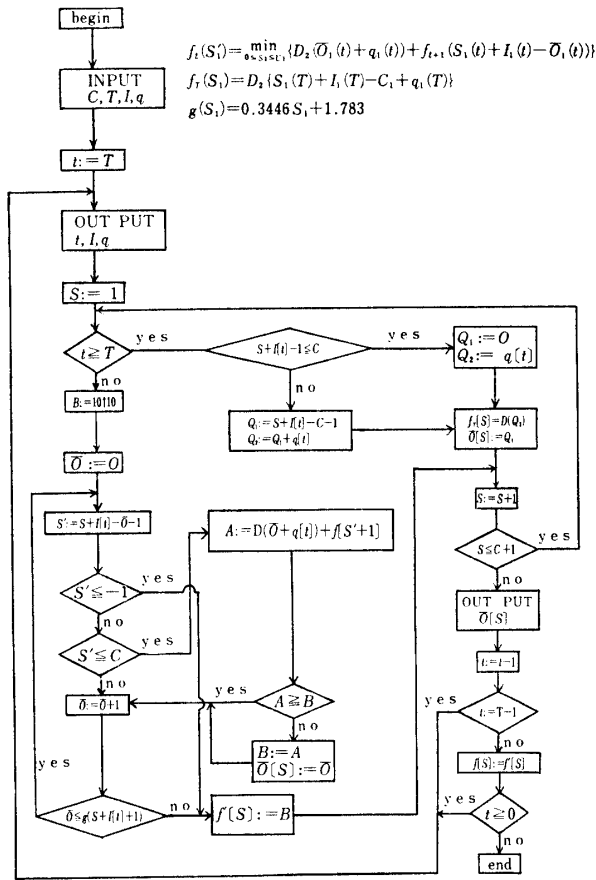


Fig. 9 Flow chart of Dynamic Programming

評価地点は佐波川ダム サイト下流 14.3km にある堀に設定した。この地点は支流である島地川との合流点にあたり、過去、洪水による被害のあった地点でもある。

評価関数は(24)式において便宜上 $\alpha = 1/100$ において、次式とした。

$$D_2(Q) = Q^2/100 \tag{28}$$

Fig. 9 は(26), (27)式による計算のフローチャートを示したものである。

4-3 解析結果とその考察

4-3-1 実際に生じた洪水の DP による解析結果

Fig. 10 は昭和47年7月11日～12日の洪水の DP によるダム操作の結果と実際に行なわれた操作との対比を行ったものである。

この計算条件は $V_1 = 48, T = 14, C_1 = 48, D_2(Q) = Q^2/100$ である。Table 1 は DP による解の 1 例を示したもので、解は初期状態 $S_1(0) = 0, 1, 2, \dots, 48$ の場合について求まる。

これらより次の点が推察できる。

佐波川ダム操作規則は一定率貯留方式であるが、DP による操作は不定率貯留となる。この洪水に対しては比較的理想的に近い操作が行なわれた事が言える。

しかし評価地点である堀におけるピーク流量を比較して見ると DP の解の方がはるかに小さく抑えられている。DP の解がより安全と言え。また総放流量は

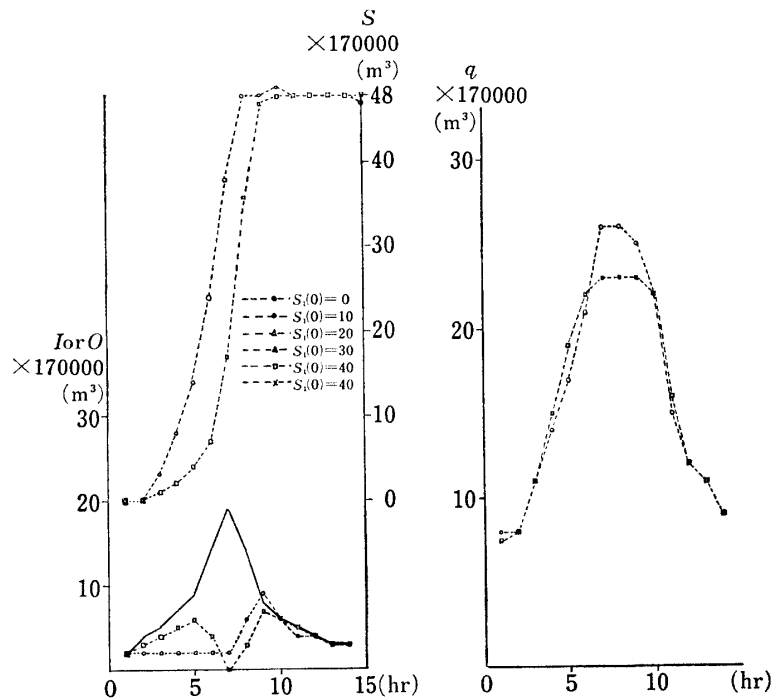


Fig. 10 An example of computed solution by DP (flood in 1972)

Table 1 Example of computed solutions

	t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	S_1	I	2	4	5	7	9	14	19	14	8	6	5	4	3
q		5	5	8	10	13	18	23	20	16	16	11	8	8	6
0		O	2	3	4	5	6	4	0	3	7	6	5	4	3
10	Q	7	8	12	15	19	22	23	23	23	22	16	12	11	9
	S	0	1	2	4	7	17	36	47	48	48	48	48	48	48
	20	O	5	6	5	6	7	5	0	3	7	6	5	4	3
30	Q	10	11	13	16	20	23	23	23	23	22	16	12	11	9
	S	7	5	5	6	8	17	36	47	48	48	48	48	48	48
	40	O	9	8	7	7	7	5	0	3	8	6	5	4	3
48	Q	14	13	15	17	20	23	23	23	24	22	16	12	11	9
	S	13	9	7	7	9	18	37	48	48	48	48	48	48	48
	30	O	11	11	9	8	8	5	0	4	8	6	5	4	3
40	Q	16	16	17	18	21	23	23	24	24	22	16	12	11	9
	S	21	14	10	9	10	19	38	48	48	48	48	48	48	48
	48	O	15	13	10	9	9	5	1	4	8	6	5	4	3
48	Q	20	18	18	19	22	23	24	24	24	22	16	12	11	9
	S	27	18	13	11	11	20	38	48	48	48	48	48	48	48
	48	O	16	15	12	10	10	6	1	4	8	6	5	4	3
48	Q	21	20	20	20	23	24	24	24	24	22	16	12	11	9
	S	34	23	16	13	12	20	38	48	48	48	48	48	48	48

両者ともに55単位であった。

4-3-2 想定降雨による洪水の DP による解析結果

Table. 2 はゲンベル法によって防府で決められた確

率降雨である。これを Fig. 11 に示す防府のハイエトグラフに用いて想定降雨を作成し、これを対象流域に降らせ、それによる洪水を DP により制御し、考察を進めた。

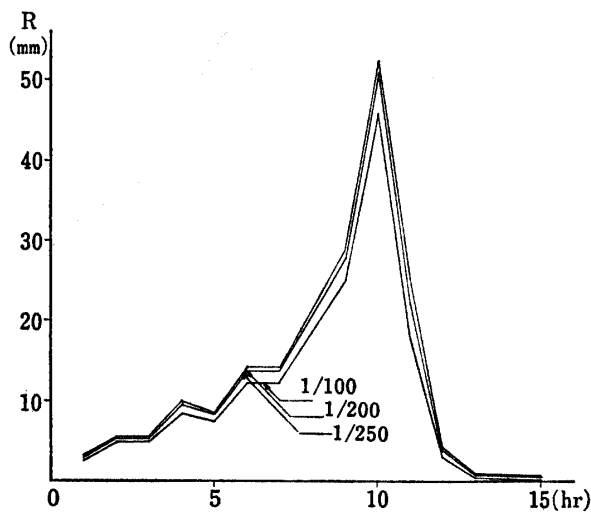


Fig. 11 Model hyetograph at HOFU

Table 2 Annual maximum of day rainfall frequency at HOFU

Recurrence interval (years)	Day rainfall (mm)
100	280
200	311
250	321

Fig. 12 は100年確率の降雨が I, II, III 流域に降った場合についての DP による解析結果を示したものである。Fig. 13 は200年確率の場合である。ともに計算条件は $V_1=48, T=11, C_1=48, D_2(Q)=Q^2/100$ である。これらより洪水を満水位で迎えたとしても、安全に操

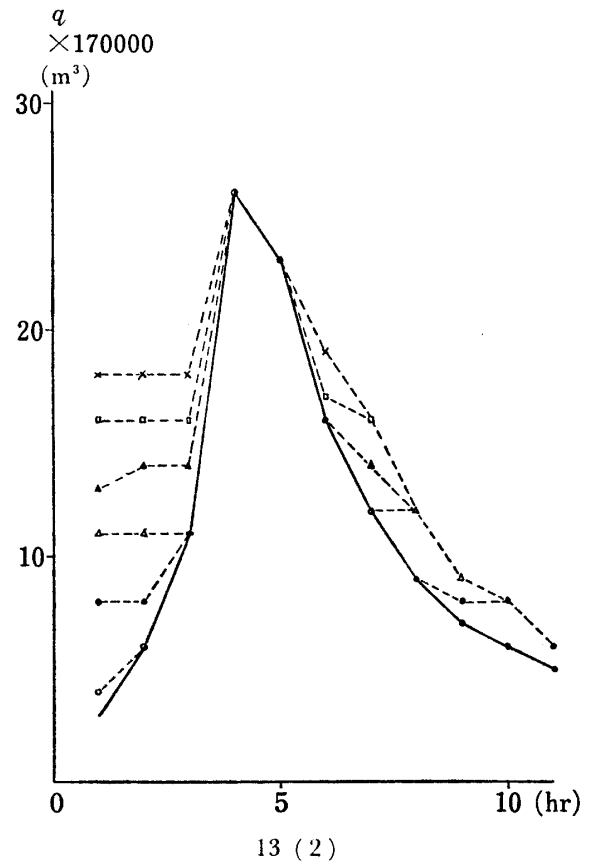
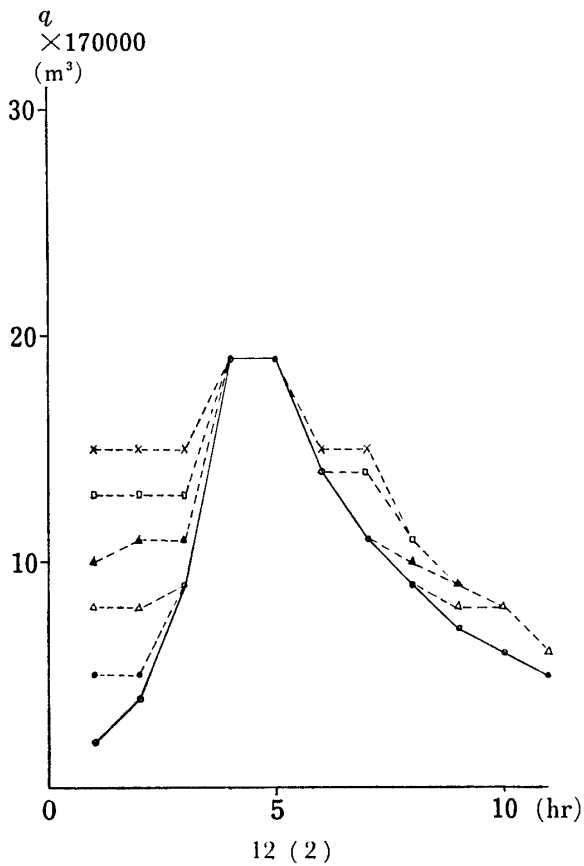
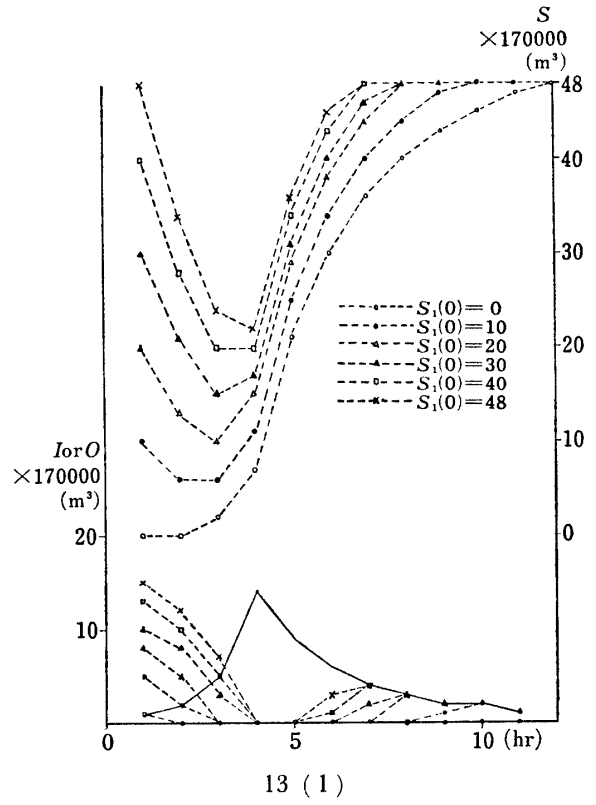
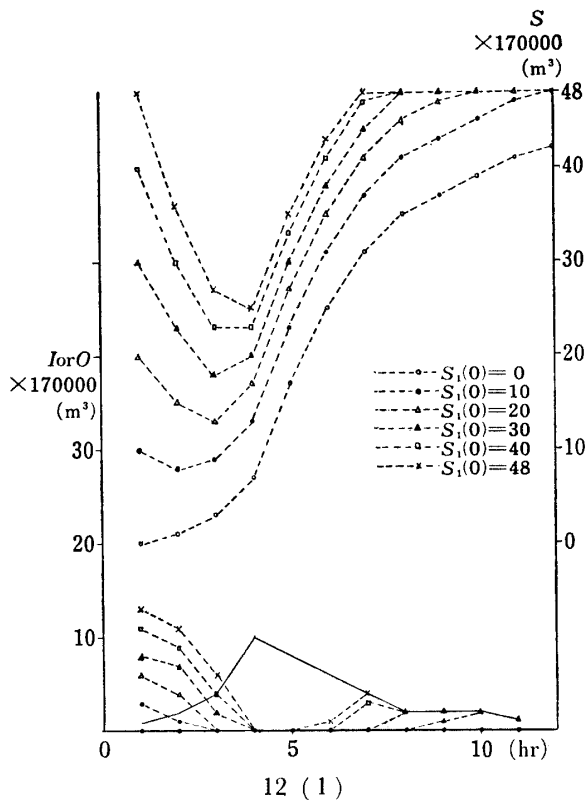


Fig. 12 An example of Computed solution by DP (Case of 1/100 probable rain fall)

Fig. 13 An example of Computed solution by DP (Case of 1/200 probable rain fall)

作でき制御終了時には貯水位は満水位に回復している。さらに評価地点のピークは許容流量38単位よりはるかに小さく抑えられており、DPによる操作の有効性がうかがわれる。

Fig. 14 は250年確率, 100年確率による二山降雨を想定し, それによる洪水を DPにより制御したもので

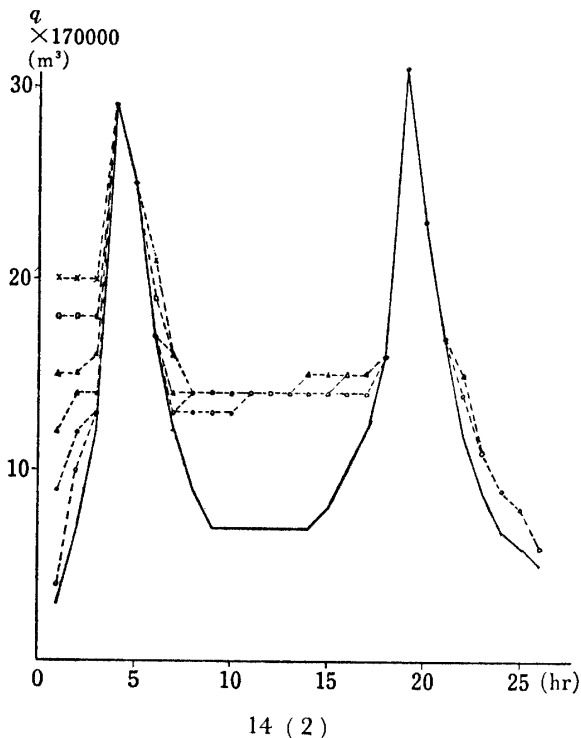
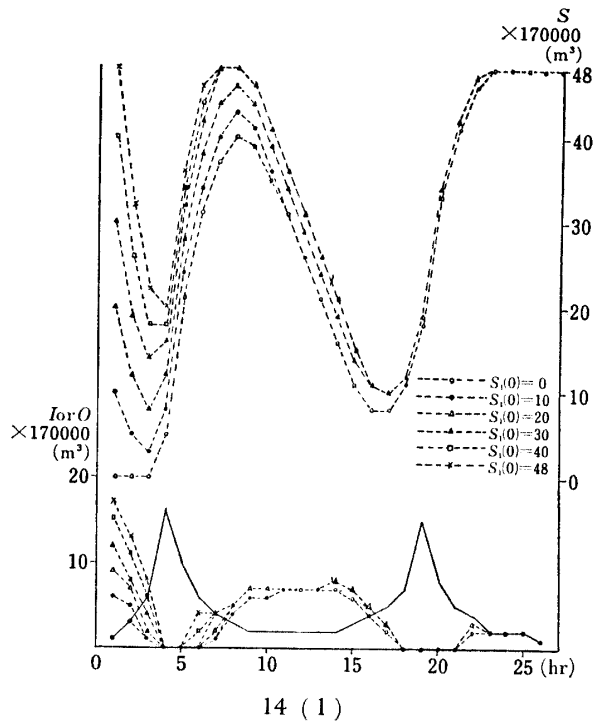


Fig. 14 An example of Computed solution by DP
(Case of 1/100 and 1/250 probable rain fall)

ある。計算条件は $V_1=48, T=26, C_1=48, D_2(Q)=Q^2/100$ である。

これによると, 洪水を迎える初期の貯水位がいかなる場合でも, 洪水制御終了時には, ダムは満水位に回復し, かつ評価地点の通水能力の上限38単位より, はるかに洪水ピークが抑えられており, 安全な操作が可能と言える。

4-4 DP の問題点

DPによるダム操作において最も根本的な問題としては予知ハイドログラフの精度である。本論ではタンクモデルによって行ったが, 決して精度が良いとはいえない。現時点から先, いくらの雨量があるかと言う雨量予測等も関係し根本的な問題を含んでいる。

しかし流出時間遅れの大きい流域においては, 刻々と入る雨量観測値を入力として, ダム操作を従来の紙型方式から適応制御方式へ変えていく可能性がある。この問題点としては, 決定した放流量の上限値が計画対象高水のピーク流量に対して, 比較的大きい場合には, 中小洪水に対する調節効果がきわめて小さくなる。などの問題点を含んでいる。

5. 結 論

以上の解析により次の結論を得た。

1. DPによる放流系列によれば評価地点の洪水ピークは可能な限り平滑化される。
2. 佐波川ダムを適正に操作すれば250年確率の雨量に対しても下流側は安全である。
3. 予知ハイドログラフの精度を向上させる事により比較的流出の時間遅れの大きい流域に対しては適応制御の方法が可能である。
4. 異常洪水(2山波形)に対しても対応が良好である。

今回は最も簡単な1ダム1評価地点で行ったが複数のダムの場合については現在検討中である。

参 考 文 献

- 1) Belmlan, R. Dynamic Programming, Princeton Univ. Press, Princeton, New Jersey p. 957.
- 2) 高棹, 瀬能 京大防災研年報13号B (1970) PP. 83~103.
- 3) 中村, 伊藤: 現代制御理論, コロナ社 (1969)
- 4) 菅原: 流出解析法, 共立出版 (1972)
- 5) 佐藤: 水理学, 森北出版 (1963)
- 6) 建設省河川局 佐波川水系工事実施基本計画 参考資料 1972.