

# 誘導電動機で駆動される台車の停止位置制御

## — 制 動 時 検 出 法 —

陶山 俊道\*・足立 宜良\*・神谷 健児\*

### Stop Position Control of the Wagon Driven by Induction Motor

#### —Load Detection during the Braking—

Shundō SUYAMA, Takayoshi ADACHI and Kenji KAMIYA

#### Abstract

It is the purpose that a wagon driven by a squirrel-cage induction motor is controlled to stop at the given position on a rail. The wagon is driven on the rail and arrives at the brake-start point. From this point, the motor should be braked corresponding to the load of the wagon. Therefore, the distance from brake-start point to the stop position must be constant.

The brake of the 3 phase squirrel-cage induction motor is various method; dynamic braking, regenerative braking, plugging and single-phase braking etc. DC exciting method, so called dynamic braking, was used for this experiment.

The peculiarity of this experiment is that the load was detected during the braking and braking current was decided. The method of this detection is as follows. At the first step, dynamic braking of which braking current is small was given on the motor from the brake-start point. In response to the ratio of speed down, the pulses were gained by phototransistor which respond to light through the hole of disk installed on motor. The distance of pulse was converted into position stepping in the second dynamic braking of which braking current is large. This way was termed the second-step dynamic braking.

By such a way, as the value of load increased, the braking quantity increased. Hence the difference of the given position and the stop position was small value in spite of the load variation.

#### 1. 緒 言

負荷を搭載した台車を三相かご型誘導電動機でレール上を駆動し、電動機に電氣的制動をかけて、ある点にこの台車を停止させることを目的とする。制動開始位置を定め、その位置から停止までの距離を一定とする制御方法を用いた (Fig. 2 参照)。しかし、負荷の変動にかかわらず制動距離を一定に保つには、負荷ともなって誘導電動機 (以下 IM と略記する) の制動量を変える必要がある。

IM の電氣的制動には直流制動、逆相制動、回生制動、うず電流制動等種々の方法がある。巻線型 IM の

直流制動特性<sup>1)</sup>、三相かご型 IM の直流制動と二相 IM の一相を直流励磁、他の一相を交流励磁したときの制動特性<sup>2)</sup> あるいは三相 IM のコンデンサ制動<sup>3)</sup> については、すでに報告されている。しかし、これらはいずれも制動特性についてのみ報告しているものであり、本論文で目的とする停止位置を一定とすることには言及していない。

三相かご型 IM は構造、価格、保守の点で有用であり、多方面にわたって使用されているが、制動は三相の入力端子においてのみ行なわなければならない、ここでは比較的簡単な直流制動を用いた。停止位置制御の

\* 電気工学科

方法としては、まず制動初期に微小な直流制動（一次制動）を行ない、このときの速度低下度から、負荷の大小を検出し、つぎに検出信号によって電流値の大きい二次制動に入る位置を決定した。かようなフィードバック回路を使用すると、負荷が大のときは制動量を大きく、また小のときは小さくすることができるので、停止位置はほぼ一定となる。

実験はつぎの二つに分けて行なった。まず、負荷を鉄製円盤に換算し、この円盤を取りつけた電動機だけのモデル実験と、レールと車輪の間にスリップを生じる等の問題をを含む合車を実際に走らせた場合について測定を行なった。この結果を、フィードバックのない直流制動のみの結果と比較すると、制御制動がかなり有効であることが得られた。

2. 誘導電動機の直流制動

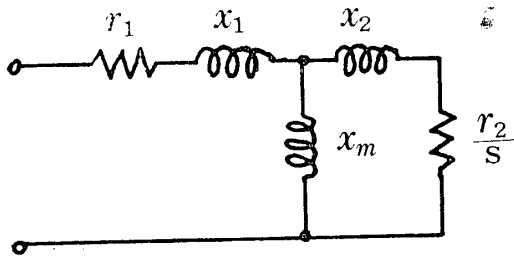


Fig. 1 Equivalent circuit for an induction motor

三相かご型 IM の一相あたりの等価回路を Fig. 1 のように表わす。制動のため、一相に全波整流された直流電圧Eを印加すると倍調波成分によるトルクは無視でき、制動トルクTは次式で表わされる<sup>2)</sup>。

$$T = \frac{10^5}{9.8(4\pi f/p)} \cdot \frac{(2\sqrt{2}E/\pi r_1)^2 x_m^2 r_2 v}{r_2^2 + (x_m + x_2)^2 v^2} (g \cdot \text{cm}) \quad (1)$$

ここで、pは極数、fは電源周波数、vは比速度すなわち同期速度nsに対する電動機速度nの比n/nsである。他の定数は Fig. 1 に示す。

(1)式より、最大トルクを生じるvは  $dT/dv = 0$  から求められ

$$v = r_2 / (x_m + x_2) \quad (2)$$

で表わされる。

3. 動作原理

負荷のちがいかかわらず停止位置を一定にするために、つぎの手順で一次制動後二次制動を行なう（これを二段制動と呼ぶことにする。）

- (1) Fig. 2 のように、三相かご型 IM で駆動する合車に負荷を搭載してレール上を走らせ、あらかじめ

め定まった位置にきたとき、それまでの三相電源から電動機を切り離す。

- (2) 制動領域では Fig. 3 のブロック図の回路を動作させる。
- (3) 二段制動において、まず一次制動として Fig. 3

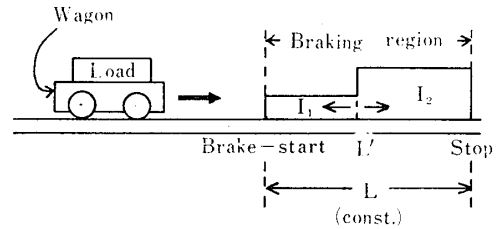


Fig. 2 Braking of the wagon driven by IM. Where I1 and I2 are braking current (I1 < I2) and L' is second step braking start point.

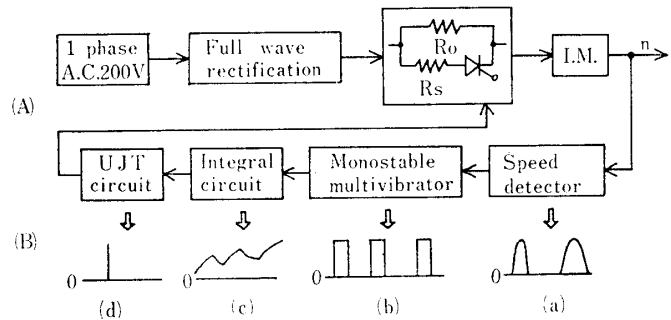


Fig. 3 (A) is block diagram of dynamic braking (B) is voltage waves at each block of feed back circuit for load detection

に示される抵抗 Ro のみのものと、SCR を含む抵抗 Rs とを並列に接続した回路のうち、SCR オフの状態で小さい制動電流 I1 (Fig. 2 参照)を流す。

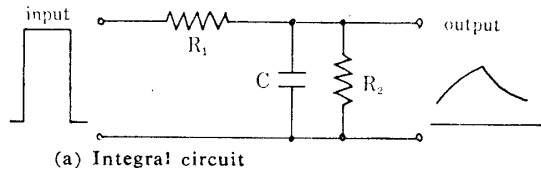
- (4) 一次制動によって負荷の差に応じた速度の低下が現われる。この速度差は以下の順序で二次制動に入る位置 L' となる。このことを Fig. 3 にもとづいて説明する。

(4-1) 電動機のシャフトに取り付けられた円盤の穴を通過する光を、フォトトラでパルスとして検出する (図 a, 詳しくは文献4参照)

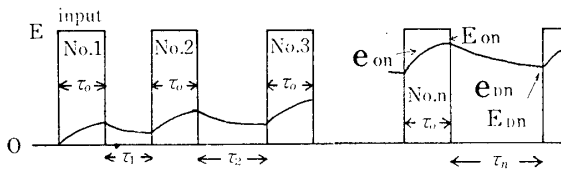
(4-2) このパルス巾は速度によって変化するので、単安定マルチを通して一定巾のパルスとし (図 b), 速度変化がパルス間隔に比例するようにする、したがって、この波形を積分することによって得られる平均電圧は速度に比例する。

(4-3) 積分回路でパルスを積分する (図 c),  
ここで, Fig. 4 (a) に示す積分回路を使用すると, 放電抵抗  $R_2$  を設けることによって, 台車が低速のときはパルス間隔が大きいので放電時間が長く, コンデンサ  $C$  の充電々圧は大きくなりにくい. 逆に高速のときはパルス間隔が狭いので電圧はパルス数が少なくても大となる.

(付録参照)



(a) Integral circuit



(b) Integration

Fig. 4 Expositive diagram of integral circuit  
(See Fig. 3)

(4-4) UJT はエミッタ電圧がある値になるとオンとなってパルスを発生する. したがって, 台車速度の低下が小さいときは, このパルスがはやく発生し, 抵抗  $R_s$  が  $R_0$  と並列に入り, 二次制動電流  $I_2$  が流れる (Fig. 2 参照).

(5) (4)の動作で, 負荷が, 大のときは二次制動に入る位置  $L'$  は制動開始位置側に近くなり, 負荷の大小によらず台車をほぼ同じ位置に停止させることができる.

#### 4. 実験装置

円盤を負荷としたモデル実験のときの IM 駆動と制動回路を Fig. 5 に示す. ここで使用した三相かご型 I

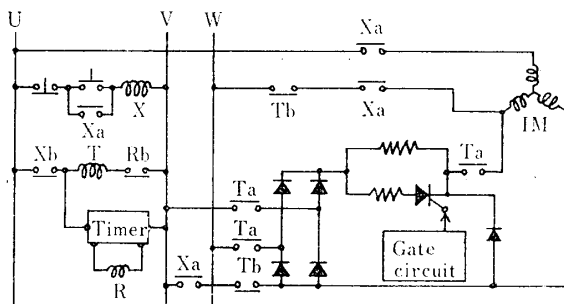


Fig. 5 Schematic diagram of model experiment for driving and braking. Load of IM is iron disk

M の定格は 0.4 kw, 200 V, 1.8A, 1700 rpm, 4 極である. 制動時に流れる電流は非常に短時間なので, 定格の 5 倍程度の制動電流を流すことが可能である. タイマーは, 電動機が停止した後も流れる電流をしゃ断するためのものである.

台車に搭載した負荷に等価な鉄製円盤負荷の直径  $D$  はつぎの式によって換算される.

$$D = \sqrt{\frac{4}{\pi N^2 g x} \frac{8 w d^2}{\pi N^2 g x}} \quad (3)$$

ただし,  $w$  は台車を含めた負荷の重さ,  $d$  は台車の車輪直径,  $N$  はギア等による減速比,  $g$  は円盤の比重, そして  $x$  は円盤の厚さである. なお, (3) 式には台車における機械的な損失は含まれていない.

モデル実験における停止位置および速度の検出はつぎの方法で行なった.

- (1) 円盤の穴を通過した光をフォトトラで検出し, ビジグラフに描かせる. これによって停止までのパルス数およびパルスからつぎのパルスまでの時間がわかる.
- (2) 電動機と台車との減速比は 1/30, 車輪の直径 17 cm (周囲 53.4cm) であるので, 円盤の穴の数を  $h$  個とするとパルスからつぎのパルスまでに電動機は  $1.78/h$  (cm) 進むことになる. したがって, 停止位置の読み取り誤差は高々  $1.78/h$  (cm) である. 本実験では  $h = 2$  とした.
- (3) (1)で得られた時間より回転速度は算出できる. つぎに, 台車を用いた実負荷実験では, Fig. 5 の回路に電動機逆転回路を設けた. また, 台車の重量は 300kg, 負荷の重量は 0 kg~1,000kg とした.

#### 5. 実験結果の考察

##### 5.1 モデル実験

5.1.1 一段制動 台車負荷を鉄製円盤に換算し, ギアやベルト等による減速比, 摩擦損を考慮に入れる必要のない電動機のみによるモデル実験を行なった. そこで, 制御制動のない一段制動に比べて, 二段制動がいかに有効であるかを知るため, 全波整流の一段制動を行なったときの負荷  $W$  —停止位置  $L$  特性 (直流励磁電流パラメータ) を Fig. 6 に示す. 無制動のときは電動機の機械損 ( $21w$ ) のみによって制動されるが, 無負荷においても停止位置  $L$  は 70 cm 以上となる. したがって, 機械損による制動はほとんど無視できる. 同一制動電流では負荷に対して, 停止位置は直線的に変化し, この特性はつぎの式で表わすことができる.

$$L = aW + b \quad (4)$$

定数  $a$ ,  $b$  は制動電流, シャフト 摩擦抵抗等によって決定される. 電流が増加するとともに停止位置  $L$  は小さくなり, また傾きも小となる. このことから, 電流が大きいほど  $0\text{ kg}$  と  $1,000\text{ kg}$  における停止位置差  $\Delta L$  は小さいことがわかる.

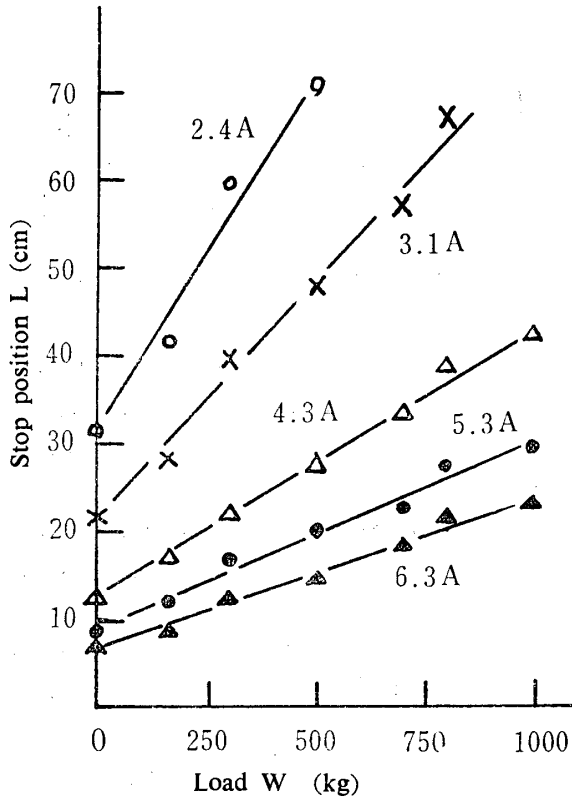


Fig. 6 Stop position for one-step braking of model experiment

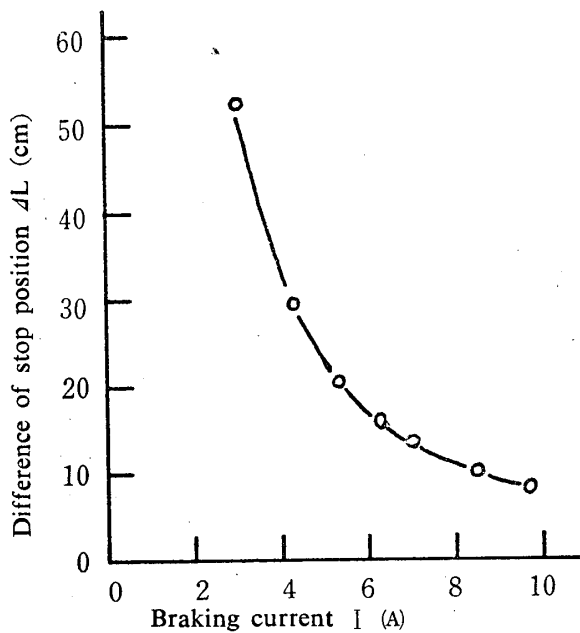


Fig. 7 Difference of stop position between  $0\text{ kg}$  load and  $1000\text{ kg}$  load for model experiment

そこで, Fig. 6 をもとにして制動電流  $I$  に対する停止位置差  $\Delta L$  をグラフにしたのが Fig. 7 である.  $\Delta L$  は電流の増加とともに逆比例して減少するが,  $10\text{ A}$  近くになると減少割合は小さくなる.

Fig. 6, 7 より, 一段制動では停止位置差  $\Delta L$  を小さくするには, 直流励磁電流を非常に大きくしなければならず, 電動機にとってはやく劣化を招くという悪い影響を及ぼす. したがって, 負荷によって制動電流を変えなければならないことがうかがえる.

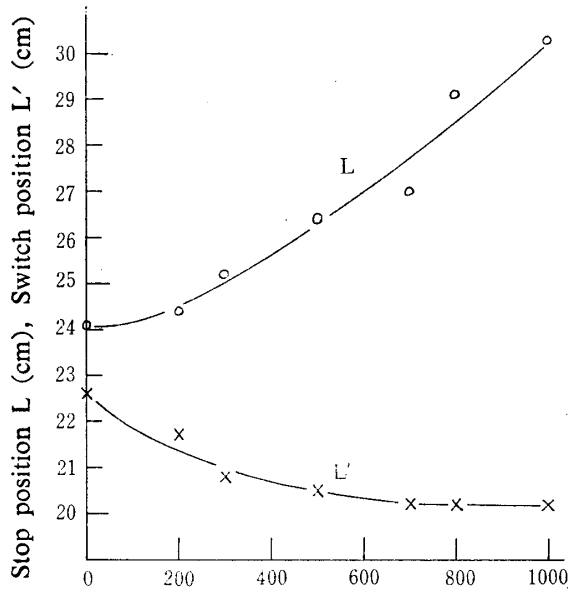
**5・1・2 二段制動** 負荷に応じて制動量を変えるため, Fig. 3 の回路を動作させ, 二段制動を行なったときの諸特性を Fig. 8 に示す. ここで, 一次制動電流  $I_1$  は, 負荷検出に適した値として  $I_1 = 2.4\text{ A}$  を用いた. また, 二次制動電流  $I_2$  は目的の停止位置  $L$ , 小さな停止位置差  $\Delta L$  あるいは電動機に流すことができるかどうかを考慮して  $I_2 = 8.5\text{ A}$  をえらんだ.

動作原理の項で述べたように, 一次から二次制度に切り替る位置, 時間ともに軽負荷の方が重負荷より遅い. この傾向は負荷の小さいところであきらかである. 停止位置差  $\Delta L$  については,  $0\text{ kg}$  と  $1,000\text{ kg}$  とでは  $2.4\text{ cm}$  無負荷の方が遅れて切り替っているのに, 少なくともこの分だけ一段制動より改善されたことになる. このため, 停止位置特性は一段制動の場合のように直線とはならず, 軽負荷の部分で直線より上に曲がる曲線となる.

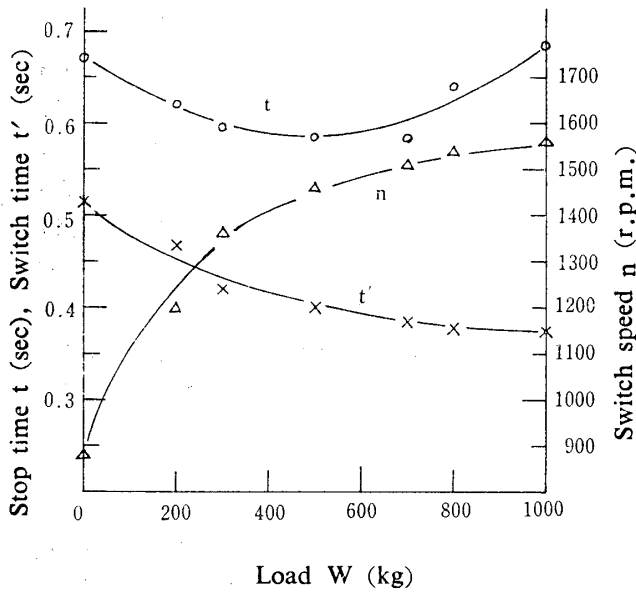
しかしながら,  $\Delta L$  は  $6.3\text{ cm}$  もあり, 停止位置  $L$  を  $27\text{ cm}$  に定めた場合  $\pm 12\%$  近くの誤差となって充分な値ではない. 切り替る位置にもっと大きな差が必要である.

二段制動と一段制動を具体的に比較する. 二段制動の  $I_2 = 8.5\text{ A}$  をとって, 一段制動の  $I = 8.5\text{ A}$  の場合の  $\Delta L$  は Fig. 7 より  $\Delta L = 10\text{ cm}$  である. これに対しては  $3.7\text{ cm}$  すなわち  $37\%$  改善されたことになる. また,  $1,000\text{ kg}$  で二段制動を行なったとき,  $I_1 = 2.4\text{ A}$  の制動時間が  $370\text{ msec}$ ,  $I_2 = 8.5\text{ A}$  で  $310\text{ msec}$  であるので, 平均をとって制動電流  $I = 5.1\text{ A}$  と考える. 一段制動の  $I = 5.3\text{ A}$  での停止位置差は  $\Delta L = 21\text{ cm}$  であるので, これに対しては  $70\%$  改善されたことになる. 一段制動で  $\Delta L = 6.3\text{ cm}$  を得るには  $I = 20\text{ A}$  が必要であり, 二段制動によって, 特性は著しく改善されたことになる.

二段制動では  $2.4\text{ A} \rightarrow 8.5\text{ A}$  の場合のみ実験を行なった. 他の電流値についても実験する必要があるが, 一段制動と比較して二段制動が有効であることが確認された.



(A) Position characteristics



(B) Time and speed characteristics

Fig. 8 Characteristics of two-step braking for model experiment

つぎに、二段制動を行なったときの制動中の速度変化は Fig. 9 で示される。図中 0 kg では二次制動を行っていないが、停止直前で急激に速度が低下している。このことは制動トルクが低速のとき非常に大きいことを示す。(2)式において、一般の IM では  $x_m$  が  $r_2$  に比べて非常に大きいことから確認できる。図中に二次制動を開始する点が記されており、これは Fig. 8

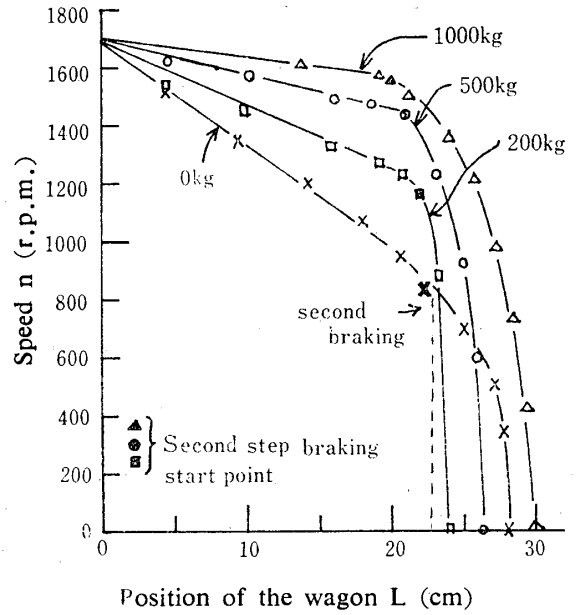


Fig. 9 Speed variation for two-step braking for model experiment

の特性と一致する。Fig. 8 から、0 kg で二次制動を行なったときの速度変化は図中に示す点線のように考えられる。

### 5.2 実負荷実験

5.2.1 一段制動 モデル実験において、一段制動と二段制動の比較を行なった。台車を用いた実際の実験についてもこれを行なうため、まず電流をパラメ

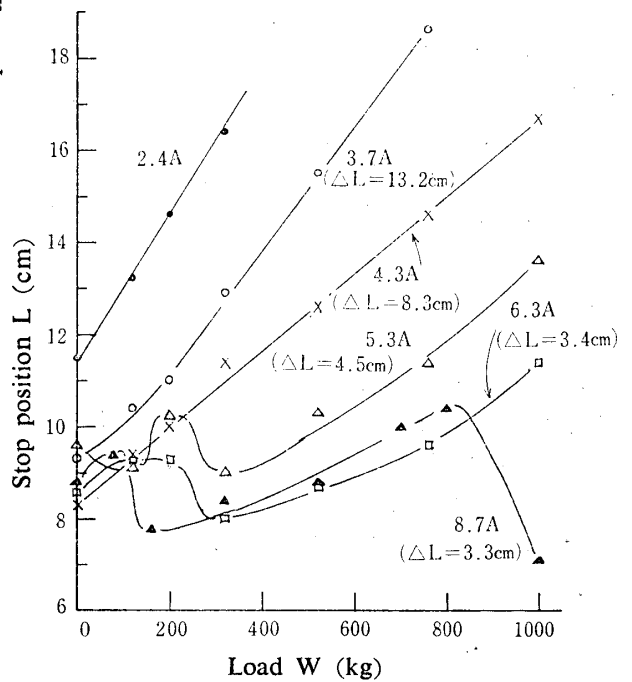


Fig. 10 Stop position for one-step braking of actual loading experiment. Where  $\Delta L$  is maximum difference of stop position.

ータとして全波一段制動したときの W-L 特性を求めたところ Fig. 10 のようになった。この図で 2.4 A, 6.3 A については、測定回数が多かったので平均値を記入した。0 kg と 1,000 kg で比較した停止位置差  $\Delta L$  もカッコ内に記す。

この図で 5.3, 6.3, 8.7 A の場合、それ以下の制動電流の場合に比較して、特性が著しく不規則である。4.3 A 以下ではモデル実験のときと同様ほぼ直線となっている。この原因として、制動電流が大きすぎると負荷が、小さいときは車輪がレール上をスリップし、また、ベルトがスリップすることが上げられる。

5.3, 6.3 A の場合、直線部分ではスリップがないとすると、軽負荷でのスリップが停止位置差に占める割合は 5.3 A で 27%, 6.3 A で 37% にもなる。300 kg 以上でもわずかに曲線となっており、ここでもスリップしていることが考えられる。

軽負荷でのスリップは停止位置差  $\Delta L$  を小さくするという良い結果を示すが、レールや車輪の状態によって不安定であるので、この現象は好ましくない。8.7 A については、特にこのことが言える。

Fig. 10 をモデル実験の Fig. 6 と比較すると同一制動電流でも停止位置は実負荷実験の方が非常に短くなっている。また、傾きも小さい。これらはモデル実験では現われない減速ギアその他の機械的損失によって生じる制動のためと考えられる。たとえば、合車を無負荷無制動で停止させると  $L$  は 20 cm 程度であった。これはモデル実験の 3.1 A 制動に相当する。

**5・2・2 二段制動** 一段制動で、モデル実験と実負荷実験では停止位置特性に差が現われた。二段制動においてもこのことが考えられる。

まず、Fig. 11 に合車を用いた二段制動特性を示す。図にはレール上で実測した停止位置  $L$  とビジグラフによる停止位置  $L_v$  さらにビジグラフによる二次制動への切り替り位置  $L'$  を記した。また、二種類の特性について実験を行なった。すなわち、一方は 0 kg のとき停止寸前で、二次制動に入るときの特性  $L(0)$  と他方は折れ線で示される特性  $L(200)$  で、0~200 kg では一段制動のみで、それ以上では二段制動を行なったときの特性である。これらはいずれも、モデル実験で述べたことと同じ理由から、一次制動は 2.4 A、二次制動は 6.3 A である。

$L(0)$  特性の停止位置差は  $\Delta L(0) = 4.9 \text{ cm}$ ,  $L(200)$  特性では  $\Delta L(200) = 4.3 \text{ cm}$  である。目的とする停止位置をそれぞれ  $L(0) = 12 \text{ cm}$ ,  $L(200) = 12.8 \text{ cm}$  とすると誤差は 40% と 33% である。モデル実験の場合に比較すると  $\Delta L$  については実負荷実験の方が良くなっている。

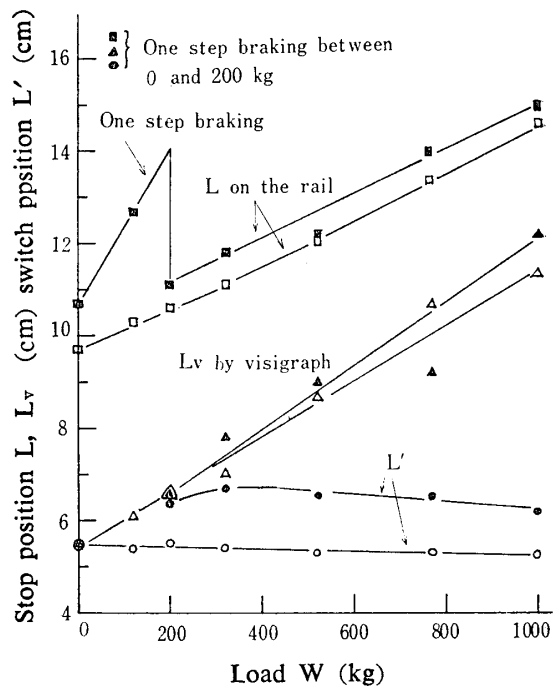


Fig. 11 Characteristics of two-step braking for actual loading experiment. Braking current is switched from 2.4 A to 6.3 A.

るが、目的とする停止位置に対する誤差率は悪い。これは停止位置を大きくとることができないためである。

つぎに、一段制動の停止位置差と比較する。Fig. 10 より、6.3 A のとき  $\Delta L = 3.4 \text{ cm}$  である。したがって、二段制動を行なうと停止位置差が、むしろ悪くなるという、モデル実験と逆の結果が現われた。しかし、二段制動の場合を平均電流で考えるなら  $L(0)$  特性の 1,000 kg で平均電流は 4.7 A である。Fig. 10 の 5.3 A 一段制動と比較すると、スリップによりむしろ良くなっている場合の  $\Delta L = 4.5 \text{ cm}$  とほぼ同程度である。

Fig. 11 で、レール上で実測した停止位置  $L$  と、ビジグラフのパルス数より算出した  $L$  との間に 3~4 cm の差がある。1 パルスによる算出誤差は、実験装置の項で述べたように 0.9 cm 以下であるので、ギアやベルトのゆるみ、あるいは一次制動開始位置（マイクロスイッチにより検出）の誤差などが原因と考えられる。

Fig. 11 の、二次制動に切り替る位置で、Fig. 8 のモデル実験では軽負荷のとき制動開始位置に近いところで、切り替っているのに対して、ここではさほど変化が見られない。この原因としては、一段制動の項で述べたように、実負荷実験では機械的な一次制動が大きくなり、 $L$  を大きくとることができず、短時間のうちに負荷を検出をしにくいことが考えられる。ま

た、マイクロスイッチの応答性も考えなければならない。以上のような理由で二段制動の利点が現われず、Fig. 11の結果が得られたものと考えられる。しかしながら、一段制動のときとちがって、スリップが現われていないということは、台車の停止を安定に行なわせることができるという有利な面をもっている。

**5・2・3 三段制動** モデル実験から、一段制動より二段制動の方が停止位置差は小さいことが、また実負荷二段制動によって台車のスリップをなくすることができるという結果が得られた。そこで、モデル実験では行なわなかったが、SCRゲート回路の積分回路以後と制動抵抗をさらに一段つけ加え、三段制動を行なった結果をFig. 12に示す。制動電流は2.4→6.3→8.7Aと変化させたので、制動量としては二段制動よりむしろ増加している。

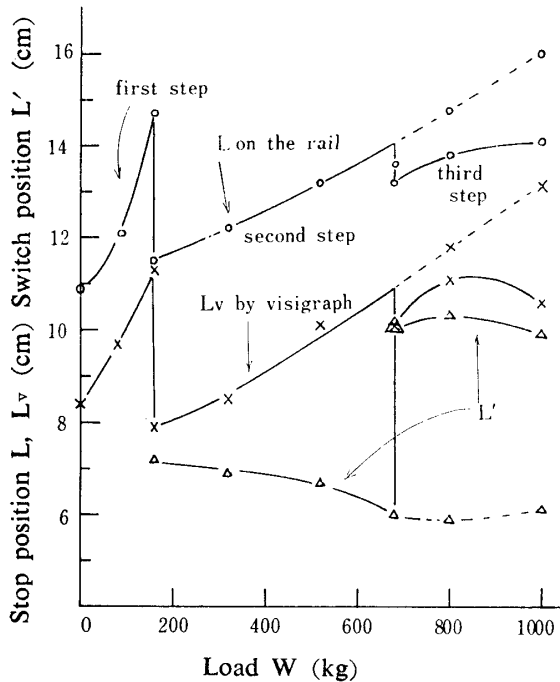


Fig. 12 Characteristics of three-step braking for actual loading experiment. Braking current was performed in the following three step ; 2.4 A, 6.3 and 8.7 A.

この図には、三段目を動作させず、二段制動を行なったときの特性を点線で示してある。図中、三段制動の停止位置差  $\Delta L_3=3.7\text{cm}$ 、二段制動の  $\Delta L_2=5.5\text{cm}$  である。また、このとき6.3A 一段制動実験を行なったところ  $\Delta L_1=4.8\text{cm}$  であった。これらの測定値がこれまで使用した値と異っているのは、実験条件すなわちレールやパルトの状態が異っているためと考えられる。しかし、 $\Delta L_2$  と  $\Delta L_1$  との関係は5・2・2と同様の傾向である。

これら三つの値を比較すると、 $\Delta L_3$  は  $\Delta L_2$  より33%、 $\Delta L_1$  より23%改善されている。三段制動の停止位置を12.7cmに定めると停止位置の誤差は27%である。

Fig. 10に8.7A 一段制動でのL特性を示したが、このときの停止位置差は3.3cmと非常に小さく、 $\Delta L_3=3.7\text{cm}$  とさほど差がない。しかし、8.7A 一段制動に比べてスリップの傾向は見られない。 $\Delta L_3=3.7\text{cm}$  の値はこれまでの実負荷実験のうちでは非常に小さい値である。

つぎに、三段制動の切り替り位置をビジグラフで読み取った特性から、二段目への位置は変化しているが三段目への位置はむしろ悪いという結果が見られる。このことから、本実験に用いた速度検出装置と台車の機構はさらに改良されなければならないことがうかがえる。

## 6. 結 言

初期の目的は負荷の大小に関係なく、台車を一定位置に停止させることである。これにそって、制動時に負荷を検出する回路を作成し、種々の制動実験を行なった結果つぎのことが得られた。

1. 誘導電動機に台車負荷から換算された鉄製円盤負荷を加えたモデル実験より
  - (1・1) 二段制動を行なうと二次制動への切り替り位置は、重負荷では制動開始位置に近くなる。
  - (1・2) 二次制動電流で比較しても、二段制動の方が一段制動より停止位置差が小さい。
2. 台車に実負荷を搭載して、三段制動まで行なった実負荷実験より
  - (2・1) モデル実験と異り、制動中に機械的なブレーキが加わり、また、停止時にスリップがある。
  - (2・2) 二段制動の二次電流値を基準に、二段と一段制動を比較すると、この電流は比較的大きく、一段制動では軽負荷においてスリップがあるので、むしろ二段制動の停止位置差が大きい。
  - (2・3) 二段目、三段目への切り替り位置は、負荷による大きい変化は見られない。三段目についてはむしろ逆である。これは台車の機構にもとづくものと考えられる。
  - (2・4) (2・3) にもかかわらず、三段制動ではスリップもなく、最も良い停止位置特性を示した。この理由としては、停止までに加える制動電流の変化が制動に適していることが考えられ

る。

### 3. 総合的な結果としてつぎのことが言える。

(3・1) 放電抵抗を持った積分回路でパルスを積分し、速度差を検出する本方式では、現実の台車に使用しても後段に切り替る位置に大きな差をとることが困難と考えられる。したがって、全体的な機構を改良する必要がある。

(3・2) 二段、三段制動の利点として、一次制動を小さくしているため、一段制動のようなスリップがないことがあげられる。このスリップは安定した制動を行なうには大きな欠点となる。

最後に、本実験については御援助いただいた本学46年度卒論生片淵清紀氏（三菱重工 K.K）ならびに装置その他について御配慮いただいた不二輸送機 K.Kの片山隆、磯辺正道の両氏に深く感謝する。

### 参 考 文 献

- 1) 坪島茂彦：産業電動機応用工学，オーム社，(1965) p. 174
- 2) 横塚 勉：計測自動制御学会論文集，5-5 482 (1969)
- 3) 大垣定彦，小川春吉：鉄鋼大学誌，5-1，53 (1965)
- 4) 城市久徳，陶山俊道：山口大工研報，20-3，393 (1970)

(昭和48年12月15日受理)

### (付録) 負荷検出用積分回路の出力電圧

Fig. 4 の出力電圧を数式的に求め、吟味する。回路の入力パルス電圧を  $E$ ，パルス巾を  $\tau_0$ ，パルスとパルスの間隔を  $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots, \tau_n, \dots$  とすると，第  $n$  番目のパルスによってコンデンサは充電され，出力電圧  $e_{0n}$  は次式のように指数関数的に増加する。

$$e_{0n} = E_{D(n-1)} + \frac{\alpha(E - E_{D(n-1)})}{R_1 C}$$

$$\times \left( 1 - \exp\left[-\frac{1}{\alpha}\{t - (n-1)\tau_0 - \tau_1 - \tau_2 \dots - \tau_{n-1}\}\right] \right) \quad (付1)$$

ただし， $E_{D(n-1)}$  は初期条件で，放電区間  $\tau_{n-1}$  における出力電圧の最終値である。 $\alpha$  は充電時定数で， $R_1 R_2 C / (R_1 + R_2)$  である。したがって第  $n$  番目のパルスによる最終値  $E_{0n}$  は

$$E_{0n} = E_{D(n-1)} + \frac{\alpha(E - E_{D(n-1)})}{R_1 C} (1 - e^{-\frac{1}{\alpha}\tau_0}) \quad (付2)$$

となる。

つぎに，パルスとパルスとの間ではコンデンサ  $C$  に貯えられた電荷は放電される。区間  $\tau_n$  においては，(付2) 式で示される電圧から放電のためつぎの式のように指数関数的に減少する。

$$e_{Dn} = E_{0n} \exp[-(t - n\tau_0 - \tau_1 - \tau_2 \dots - \tau_n) / \beta] \quad (付3)$$

ただし， $\beta$  は放電時定数  $R_2 C$  である。したがって，区間  $\tau_n$  における最終値  $E_{Dn}$  は

$$E_{Dn} = E_{0n} \exp(-\tau_n / \beta) \quad (付4)$$

となる。

SCR のゲート信号を得るために UJT を動作させなければならないので，パルス信号が入る毎に出力電圧  $e_0$  は増加し UJT 動作電圧に到達しなければならない。したがって，(付4) 式で得られる値は，放電区間で小さくなりすぎないように設計する必要がある。ただし，UJT 動作後はこのかぎりではない。

さて，実際の台車では，一次制動によって速度が低下するので，パルス間隔（放電時間）は

$$\tau_1 < \tau_2 < \tau_3 \dots \dots \dots \quad (付5)$$

の関係がある。したがって，Fig. 4(a)の積分回路において放電時間がしだいに増加するので，出力電圧の増加率は減少する。台車の負荷が大きいときは速度の減少率が小さいので放電時間が短かく，パルス数が少なくとも (Fig. 1 の  $L'$  が小さいこと) UJT の動作電圧にすぐ到達することになる。台車の負荷が軽いときにはこの現象の逆が生じる。