

くぼみ付き流路内流れの 3次元数値シミュレーション

国次公司・西村龍夫

機械工学科

有限体積法を用いた3次元くぼみ付き流路内流れの数値シミュレーションプログラムを開発し、くぼみ内の3次元流れ構造を検討した。3次元流れはくぼみ側壁近傍から出現し、レイノルズ数の増大とともにくぼみ内において側壁から流路中央部へ向かうらせん流れの発達が顕著となる。また、3次元流れでは2次元流に比べて流路中央部の最大速度は10%増加する。

Key Words: *Finite volume method, Three-dimensional grooved channel flow, Particle advection, Spiraling flow*

1. 緒言

従来、熱・物質移動促進法は乱流の使用を前提としてきた。しかし、近年、熱交換器における小型化や所要動力低減の要求や、せん断力で破壊されてしまう恐れのある細胞などを扱うバイオリアクターの設計等に関連して、層流及び遷移域における移動促進法の研究が行なわれている^{1) - 3)}。研究対象の系の1つであるくぼみ付き流路は、移動表面積の増大や温度または濃度境界層の分断による移動促進効果が得られるだけでなく、はくり流れの動的挙動の理解といった観点から、流体力学的な面にも興味を持たれている^{4) - 6)}。

西村らは、Fig. 1に示されるくぼみ付き流路を用いて流れの可視化実験を行ない、レイノルズ数が300程度になると、トルーミン・シュリヒティング波が励起されて自律振動が発生することを示した⁵⁾。また、レイノルズ数が450以上になると、くぼみ底部にFig. 2に示すような3次元流れが出現し、その後Re数の増加と共に擬2次元的な構造に遷移していくことを見出した⁷⁾。このような現象の理解は、くぼみ底面での熱・物質移動に影響を与えるために実用的な見地からも重要である。しかし、実験によって3次元流れ構造を正確に捉えらえることは困難であ

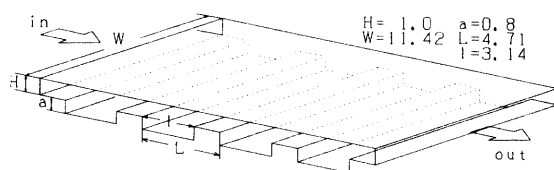


Fig.1 Geometry of grooved channel.

るため、数値シミュレーションによる検討も必要である。

これまで、くぼみ付き流路における3次元数値シミュレーションはいくつか行なわれているが、それらは、完全な乱流域⁸⁾あるいは超音速域⁹⁾を対象としたものであり、低レイノルズ数域の流れ場を詳細に解析した研究は見当たらない。

本研究では3次元くぼみ付き流路に対する数値シミュレーションの最初の段階として、自律振動が発生する前のレイノルズ数範囲における流れの数値解析を行なった。

2. 支配方程式と数値シミュレーション

Fig. 3は本研究での解析領域を示す。これは、Fig. 1に示された流路における流れの完全発達領域から、くぼみ1周期分の長さの範囲を取り出したものである。流れ方向にX軸を取り、リブ中央位置を入口及び出口の境界とした。

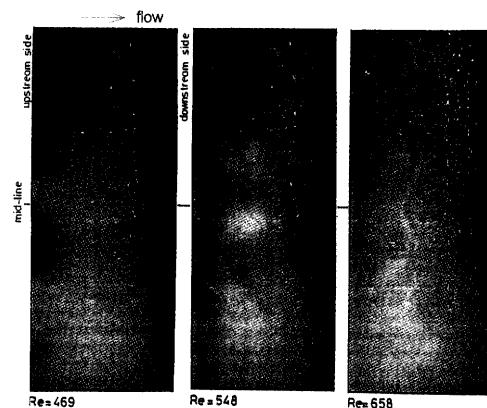


Fig.2 3 dimensional flow structures at the bottom of a groove.

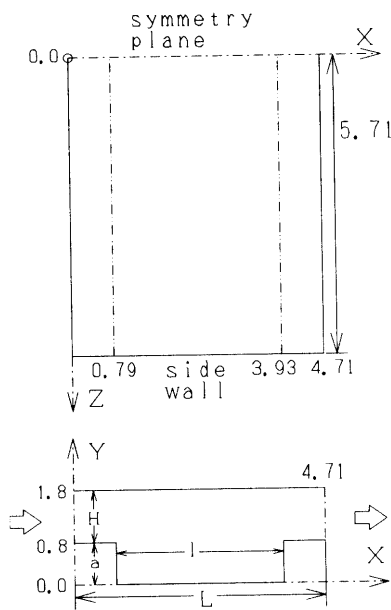


Fig.3 Computational domain.

系の支配方程式として非圧縮性ニュートン流体に対する無次元ナビエー・ストークス方程式

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \cdot \nabla U = -\nabla P + \frac{1}{Re} \nabla^2 U \quad (1)$$

および連続の方程式

$$\nabla \cdot U = 0 \quad (2)$$

を用いる。ここで、式中の座標 $\mathbf{x}(X, Y, Z)$ 、速度ベクトル $U(U, V, W)$ 、圧力 P 及び時間 τ は流路高さ H 、代表速度 U_R 、流体の密度 ρ および粘度 μ を用いて、次のように無次元化されている。

$$\mathbf{x} = \frac{\mathbf{x}}{H}, \quad U = \frac{U}{U_R}, \quad P = \frac{P}{\rho U_R^2}, \quad \tau = \frac{t U_R}{H}.$$

また、レイノルズ数 Re を次のように定義する。

$$Re = \frac{\rho U_R H}{\mu} \quad (3)$$

なお、代表速度 U_R として、流路高さ H の平行平板流路断面上の X 方向平均流速を用いる。すなわち、

$$U_R = \frac{\int_0^W \int_a^{H+a} U(0, Y, Z) \, dY dZ}{\int_0^W \int_a^{H+a} dY dZ} \quad (4)$$

数値計算法としては、空間的離散化法に有限体積法 (FVM)、圧力計算にSIMPLE法、そし

て時間的離散化法に陰的な後退差分法を用いた¹⁰⁾。また、本研究は定常流を対象としているが、解法として非定常法を用いたため、支配方程式も非定常項を含んでいる。非定常法を用いた場合、 Re 数が1000程度の流れならば、式(1)の対流項の離散化に中心差分法を用いた場合でも安定に計算出来ることが知られている¹¹⁾ ので、風上差分法は用いていない。格子分割は壁面付近で格子が密になるような不等分割を用い、 X 方向に56、 Y 方向に32、 Z 方向に81分割とした。 X 及び Y 方向については以前の研究で用いた有限要素法 (FEM)¹¹⁾ と同じ分割数にしてある。また、 Z 方向は他の2方向に比べると粗い分割であるが、実験より流れは側壁近傍を除いて一様であることがわかっているので、これで十分であると判断した。

境界条件として、固体壁にあたる面上では、速度に対して $U=0$ 、圧力に対して $\partial P / \partial n = 0$ という条件を与えた。また、完全発達流れを仮定していることより、 $Y > a$ の平行平板流路部分では $X=0$ と $X=L$ で流れ場が同一でなければならないため、次の条件が与えられる。

$$\begin{aligned} U(L, Y, Z) &= U(0, Y, Z) \\ P(L, Y, Z) &= P(0, Y, Z) - \Delta P \cdot L \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 ΔP は単位長さあたりの平均圧力降下値である。通常、速度と圧力を変数とする計算では、 ΔP の値を条件として与え、得られた速度場より流量を計算するが、実験では流量が操作条件となっている。しかし、流路断面積で割って得られる速度 U_R を基準に Re 数を定義しているので、 U_R が1になるように ΔP の値を定めることができれば、実験と計算との直接比較が可能になる。そこで、本研究では割線法¹²⁾ を用いて ΔP の値を決定した。

計算の際には、流れ無しの初期条件から $Re=1$ の解を求め、これを初期値として逐次高い Re 数の計算を行なった。本論文では可視化実験の結果と比較可能な $Re=115$ と 232 の結果を示す。計算には山口大学情報処理センターのベクトル計算機 SX-4 を用いた。

3. 結果と考察

Fig. 4 は、本計算において得られた $X-Y$ 平面上の速度ベクトルをアルミ粉法による可視化実験で得られた流跡線と比較したものであり、流路中央 ($Z=0$) と側壁近傍 ($Z=5.3$) の場合をそれぞれ示してある。両者を比較すると、 $Z=0$ では計算による速度ベクトルと実験での流跡線はよい対応を示している。また、 $Z=5.3$ では実験におけるはくり渦の形状が明確でな

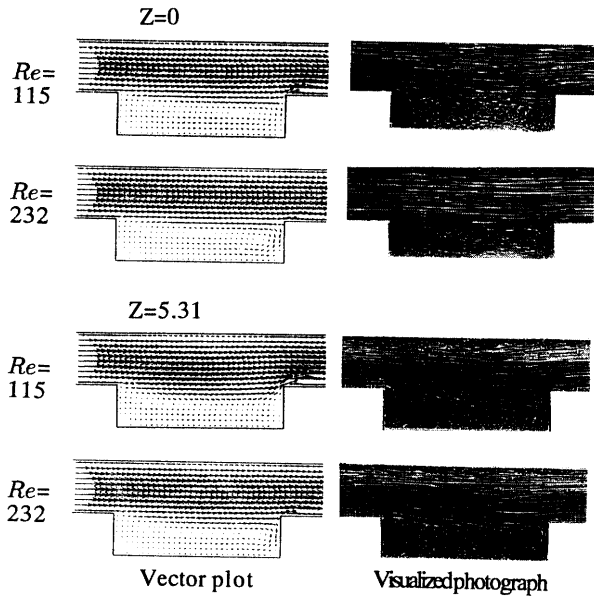


Fig.4 Velocity vector plot and pathlines on two X-Y planes.

いため直接的な比較は困難であるが、流路側の主流が $Z=0$ の場合よりもくぼみに入り込んでいる点は似ている。流れ場の定量的な評価は今後検討しなければならないが定性的には一致している。

Fig. 5 は、 $Re=232$ の条件で、 $Z=0$ の面上のリップ中央 ($X=0$) 及びくぼみ中央 ($X=2.35$) の垂直線上での U 成分の分布を 2次元計算の結果と比較したものであり、2次元計算の結果には以前の研究で示した FEM⁽¹⁾ と、別途行なった FVM を併示してある。2次元計算の場合、リップ中央の平行平板流路部分では、最大値を示す位置が中央 ($Y=1.3$) から少し下側に移動した、放物線状の速度分布を示しており、流れがポアズイユ流に近いことがわかる。また、FEM と FVM の間の比較では、最大値において 2% 程度の差があるものの、その他ではよい一致を示しており、計算結果が数値スキームに影響されていないことがわかる。

2次元計算と3次元計算の比較では、流速最大位置付近においては3次元の方が10%近くも大きな値を示しているのに対して、くぼみ内部ではその差は小さいことが分かる。類似の結果は、急拡大流路について2次元と3次元の計算結果を比較した研究において報告されている⁽³⁾。また、 $Re=232$ の条件では Fig. 4 に見られるように平行平板流路部分の流れとくぼみ部分の流れがほぼ分離された形になるために、くぼみ内の流れはせん断壁駆動キャビティ内流れで近似することができ、キャビティ内流れでは2次元解と3次元解の結果はほぼ一致することが示されている⁽⁴⁾。

Fig. 6 は、2つの Re 数について、くぼみの下流部

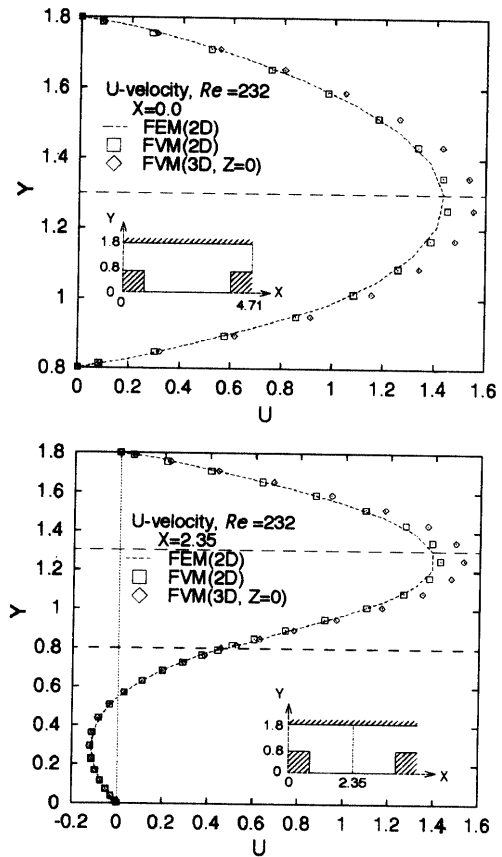


Fig.5 2-D and 3-D solutions in U-velocity profiles at $X=0.0$ and 2.357 for $Re=232$.

分での U 成分の Z 軸上分布を、 Y 軸方向の 5 つの位置でみたものである。まず、いずれの場合でも流れは左右対称で、流路幅の約 70% の範囲では一様であり、側壁近傍の $|Z| > 4$ の領域で流れが減速されることがわかる。計算では 2次元、3次元とも流路断面平均速度 U_R が 1 であるという条件を用いており、スパン方向幅が無大であるとみなせる 2次元では側壁近傍での減速が無視できるが、有限の幅で行なう 3次元計算の場合、壁面で減速された分だけ流路中央では増速しなければならない。これが 2次元と3次元の結果の違いの原因である。しかし、先に述べたように、くぼみ内部では両者はよく一致している。これは速度の絶対値が小さいことに加えて、くぼみ部分では $|Z| > 4$ の速度変化が単調ではなく、増速される領域をもつために側壁近傍での減速が相殺される結果であると考えられる。 Re 数による差異は $Y \leq 0.8$ のくぼみ領域に現れており、これは Fig. 4 に示したように $Re=232$ では $Re=115$ よりもはくろ渦が発達するためである。

Fig. 6 に示された側壁近傍での減速は、流れの 3次元性を示唆するものである。この事を確認するため、側壁近傍のくぼみ内部に 1 つのトレーサー粒子を置き、粒子軌跡を調べた。Fig. 7 はその結果を示

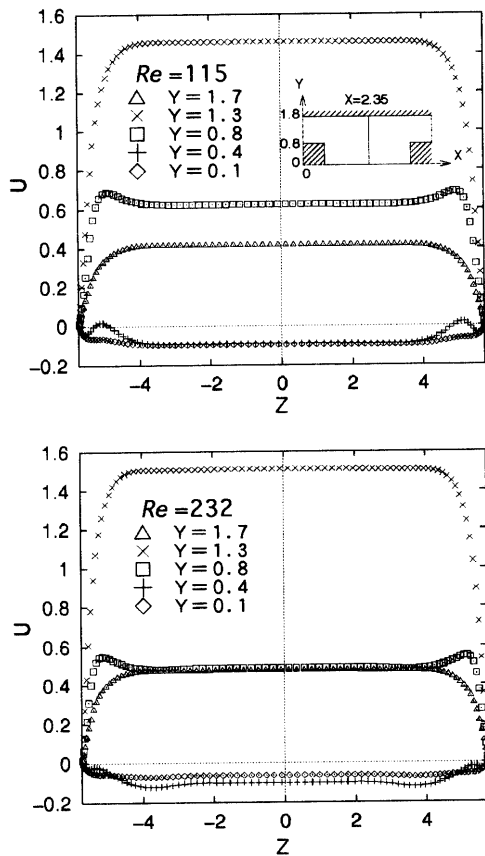


Fig.6 Profiles of U-velocity for different heights at X=2.357 for Re=115 and 232.

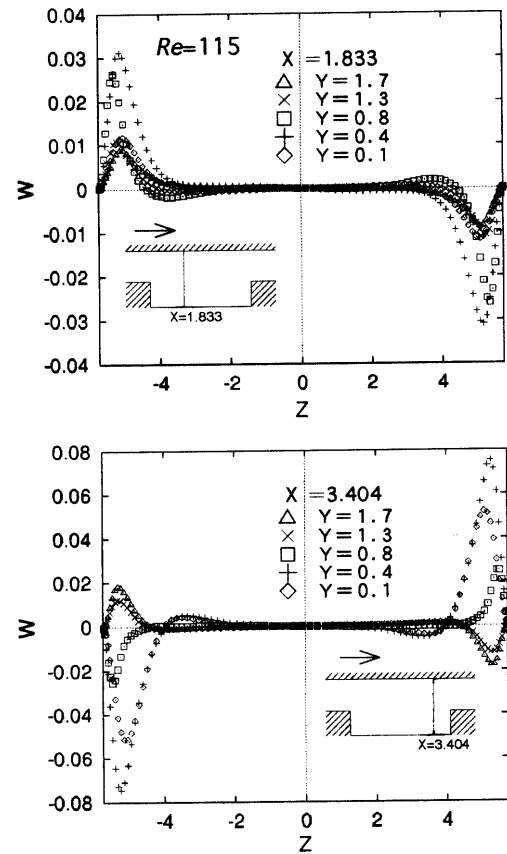


Fig.8 Profiles of W-velocity for different heights at X=1.833 and 3.404 for Re=115.

す。また、同図には電解沈殿法による側壁近傍の可視化写真を併示した。いずれのRe数でも側壁近傍にはらせん状流れが存在し、可視化実験の結果と対応している。この流れ構造は複雑であり、各成分の速度分布を以下に検討する。

Fig. 8は、 $Re=115$ におけるくぼみの上流側 ($X=1.833$) と下流側 ($X=3.404$) での、W成分のspan方向分

布を示す。流路中央部の $|Z| < 3$ の範囲では値はほぼ0であり2次元的な流れとみなせるが、側壁近傍ではU成分と同程度の値を有する。くぼみ内部では、上流側には流路中央部に向う流れが存在し、下流側では逆に側壁側に向う流れが存在している。Fig. 9は、上流及び下流側のY-Z断面上の側壁近傍における速度ベクトルを示す。上流側では側壁に沿って平行平板流路部からくぼみ内に進入する強い流れが認められ、一方、下流側ではくぼみ部から平行平板流路側に向う流れが認められる。すなわち、側壁近傍で平行平板流路部とくぼみ部の間の流体交換が行なわれていることが分かる。これはせん断壁駆動キャピティには存在しない流れである。なお、Fig. 9中のマーク⊗は平行平板流路部分のU成分の方向を示すものであり、流れが紙面表側から裏側に向って流れることを意味している。

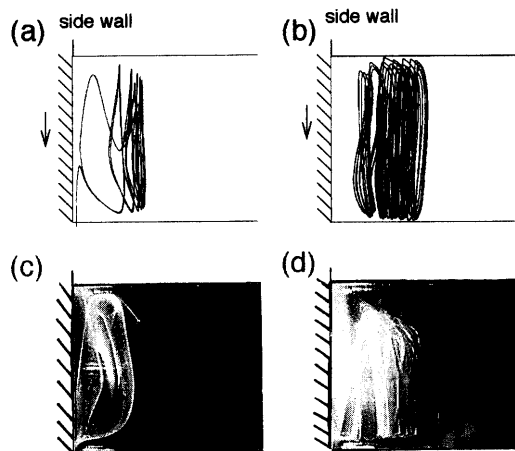


Fig.7 Particle trajectories near the side wall.
 (a) $Re=115$, Starting point (2.5, 0.4, 4.79).
 (b) $Re=232$, Starting point (1.3, 0.1, 4.29).
 visualization photograph.
 (c) $Re=115$ (d) $Re=232$

Fig. 10及びFig. 11は、 $Re=232$ の結果を示す。Re数の増加と共に3次元性の影響が強くなり、流路中央付近でもW成分の流れが存在しているのがわかる。特にくぼみ部の下流ではくぼみ部から平行平板流路部に向う流れの他に、側壁から流路中央部に向う流れが認められ、上述したようにRe数の増加によって3次元流が顕著になっていることが分かる。この

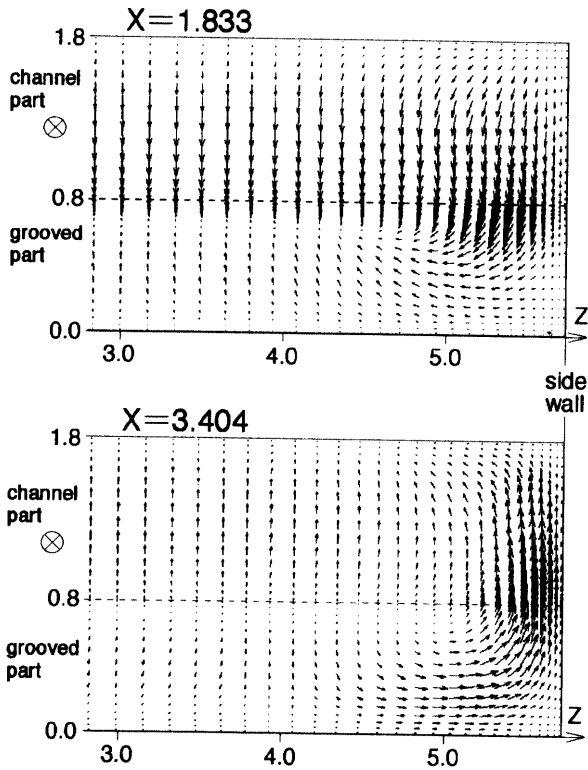


Fig.9 Velocity vector plot on the Y-Z plane at $X=1.833$ and 3.404 for $Re=115$.

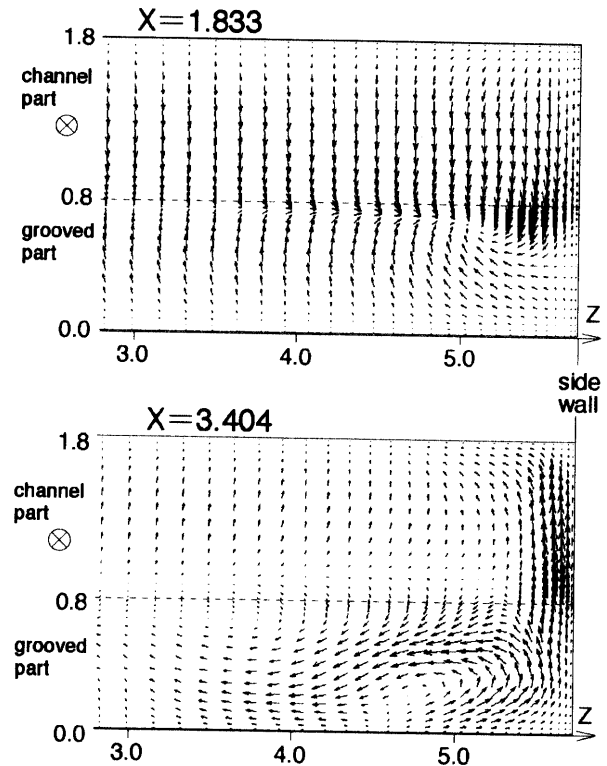


Fig.11 Velocity vector plot on the Y-Z plane at $X=1.833$ and 3.404 for $Re=232$.

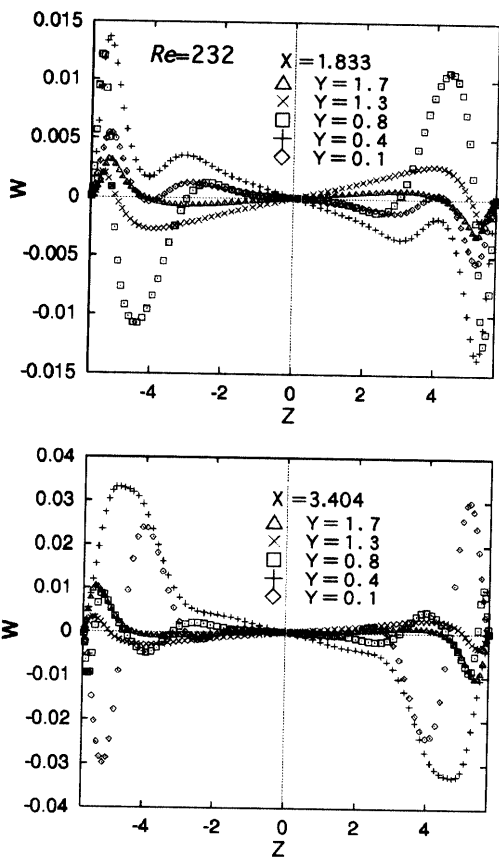


Fig.10 Profiles of W-velocity for different heights at $X=1.833$ and 3.404 for $Re=232$.

事をさらに視覚的に明確にするため、流路内にトレーサー粒子を配置し、その軌道を調べた。

Fig.12は、 $Re=115$ と 232 の流れ中に置かれた3つのトレーサー粒子の軌道を示す。●で表される粒子の初期位置は特徴的な流れを表すように選んであり、各粒子が移動する時間は同一ではない。まず $Re=115$ に着目すると、(a)と(b)はそれぞれトレーサー粒子をリブ上面に配置した場合の軌道であるが、側壁側に置かれた(a)の粒子は側壁方向に向ってらせん運動をした後に下流側へ流出する。一方、流路中央側に置かれた(b)は、はくり渦の外縁部に沿ってらせん運動をしながら流路中央部に向っている。(c)は、トレーサー粒子がくぼみ上流部の側壁付近に置かれた場合であるが、渦中心に取り込まれた後にらせん運動をしながら $Z=0$ 方向に向う点が特徴的である。これらの粒子が示すらせん状の運動は、キャビティ流れ¹³⁾にも見られるが、キャビティ流れと異なり側壁方向に戻る流れは見出せない。次に $Re=232$ に着目すると、(d)はリブ上面にトレーサー粒子を置いた場合であり、粒子がはくり渦中央部に移動した後、らせん状に流路中央方向に向う。これは $Re=115$ の(b)と(c)に類似しているが、流路中央に近づくにつれ、らせん運動の半径が拡大していく点異なる。(e)はくぼみ底部上流の側壁付近に置かれた場合であり、軌跡の特徴は(d)の場合に類似しているが、リブの

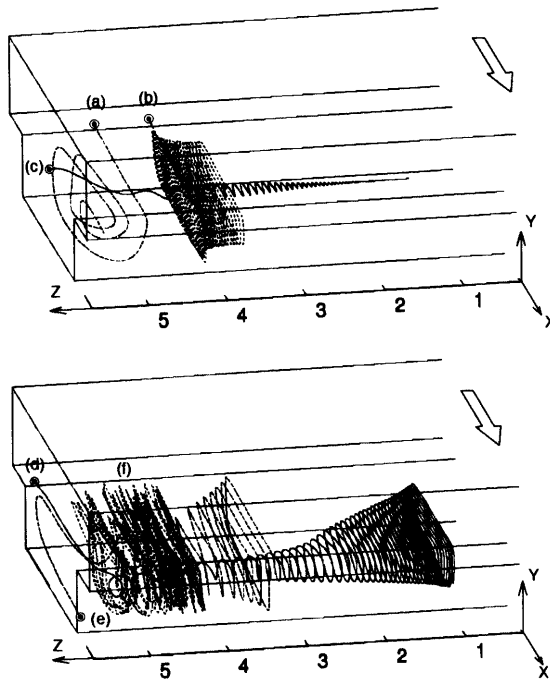


Fig.12 Particle trajectories within the separated vortex.

$Re=115$

(a) Starting point (0.7, 0.82, 4.79), $\tau=200$.

(b) Starting point (0.7, 0.82, 4.09), $\tau=1000$.

(c) Starting point (1.3, 0.5, 5.49), $\tau=2200$.

$Re=232$

(d) Starting point (0.7, 0.82, 5.59), $\tau=1200$.

(e) Starting point (3.5, 0.05, 5.59), $\tau=622$.

(f) Starting point (1.3, 0.1, 4.29), $\tau=2000$.

角の部分から平行平板流路側に流出する点の特徴的である。(d)や(e)に見られるような軌道は、キャビティ流れよりもむしろ急拡大流路のはくり渦領域に現れる軌道¹³⁾に類似している点は興味深い。(f)はFig. 7に示した軌跡と同じものであり、ある閉じた両域内で運動している点で他の2つの軌道と異なる。この軌道がFig. 7の可視化実験における3次元の構造に対応しているものと思われる。

4. 結言

くぼみ付き流路において、自律振動が発生する前の流れを3次元的に解析した。3次元解析では2次元解析に比べて平行平板流路における最大流速は約10%増速されることがわかった。流れの3次元性は低レイノルズ数では側壁近傍に限定されるが、レイノルズ数の増加と共に、特にくぼみ内部の中央部まで3次元流れが顕著となる。その主な特徴は、側壁から流路中央部へ向かう旋回流の存在である。

謝辞

本研究の研究費の一部は文部省科学研究費 (No. 09750196) の助成を受けた。ここに記して謝意を表

す。

参考文献

- 1) Nishimura, T.: Heat and mass transport in channels with boundary irregularities for self-sustained oscillatory flow, Trends in Heat, Mass and Momentum Transfer, Vol.3, pp.65-83, 1997.
- 2) Herman, C., Kang, E., Huang, H. and Puranik, B.: Experimental visualization of unsteady temperature fields in electronic cooling applications, HTD-Vol.319/EEP-Vol.15, Cooling and Thermal Design of Electronic System, pp.33-40, 1995.
- 3) Majumdar, D. and Amon, C.H.: Heat and momentum transfer in self-sustained oscillatory viscous flows, J. Heat Transfer, Vol.114, pp.886-873, 1994.
- 4) Nigen, J. S. and Amon, C.H.: Time-dependent conjugate heat transfer characteristics of self-sustained oscillatory flows in a grooved channel, J. Fluid Eng., Vol.116, pp.499-507, 1994.
- 5) 西村龍夫, 中桐裕明, 国次公司: 中間レイノルズ数域におけるくぼみ付き流路内の流れパターンと壁面せん断応力(くぼみ長さの影響), 機論B, Vol.62, No.598, pp.2106-2112, 1996.
- 6) Ghaddar, N. K., Korczak, K. Z., Mikic, B. B. and Patera, A. T.: Numerical investigation of incompressible flow in grooved channels. Part 1. Stability and self-sustained oscillation, J. Fluid Mech., vol.163, pp.99-127, 1986.
- 7) 西村龍夫, 国次公司, 中桐裕明: 自律振動流におけるくぼみ付き流路内の流体混合と局所物質移動促進, 機論B, Vol.63, No.609, pp.1707-1712, 1997.
- 8) Arts, T., Rau, G., Cakan, M., Vialonga, J., Fernandez, D., Tarnowski, F. and Laroche, E.: Experimental and numerical investigation on flow and heat transfer in large-scale, turbine cooling, representative, rib-roughened Channels, Proc. Instn. Mech. Engrs., A, Vol.211, pp.263-272, 1997.
- 9) 坂本和之, 藤井孝蔵, 田村善昭, 松永康二: 超音速内部流路における三次元キャビティ流れの数値解析, 機論B, Vol.63, No.606, pp.491-495, 1997.
- 10) 荒川忠一: 数値流体力学, 東京大学出版会, 1994.
- 11) Davis, G.V. and Mallinson, G.D.: An evaluation of upwind and central difference approximations by a study of recirculating flow, Computers and Fluids, Vol.4, pp.29-43, 1976.
- 12) 伊理正夫, 藤野和建: 数値計算の常識, 共立出版株式会社, 1985.
- 13) Chang, T.P. and Sheu, T. W. H.: Vortical flow over a 3-D Backward-facting step, Num. Heat Trans., A, Vol. 31, pp.167-192, 1997.
- 14) 国次公司, 西村龍夫: 3次元キャビティ内流れの数値シミュレーション, 山口大学工学部研究報告, Vol.48, No.1, pp.15-21, 1997.

(1998. 5. 15 受理)

Three-Dimensional Numerical Simulation of Grooved Channel Flows

Koji KUNITSUGU and Tatsuo NISHIMURA

This study was performed to examine three-dimensional flow structures in a grooved channel by the finite volume method. The three-dimensional effects are dominant near the side walls of the channel at low Reynolds numbers. Spanwise spiraling flows developing from the side walls towards the symmetry plane of the channel are identified in the groove part as the Reynolds number increases. A comparison of two- and three-dimensional calculations reveals that the maximum streamwise velocity in the channel part is underpredicted in the two-dimensional simulation, i.e., 10% reduction.