

# 衝撃を受けた連続ばりの塑性変形について

最上 幸夫\*・竹本 誠雄\*\*・小川 泰昭\*\*\*

On the Plastic Deformations of Continuous Beams under Impulsive Loading

Sachio MOGAMI, Kazuo TAKEMOTO and Yasuaki OGAWA

## Abstract

The writers carried out experimental studies and theoretical conceptions on the plastic deformations of cantilever beams, simple and fixed beams under large impulse, and recognized the approximate calculating methods we proposed were quite in good agreement with the experimental results, so we tried to apply our methods to the more complicated structures, for instance continuous beams and rahmen structures etc. In this paper we treated the plastic deformations of continuous beams under large concentrated impulse. More details are described in the following sections.

## 1. 緒 言

著者らはさきに<sup>2, 3</sup>の基本的なはり構造として、片持ちばり、単純ばりおよび両端固定ばりを採り上げ、これらのはりにかなり大きい集中衝撃が作用した場合のはりの塑性変形について実験的ならびに理論的研究を行ない、著者らの提案した近似計算式が実験の範囲内においては、実験結果とかなり良い一致を示すことを確かめた。したがってこの方法を一層複雑な構造へ拡張する可能性について検討することとし、連続ばり、弾性地盤上のはりおよびラーメン構造などを採り上げ、上記の計算法の適用性について検討を進めているが、本文においては連続ばり構造に集中衝撃が作用した場合の塑性変形について実験的研究を行ない、かかる場合の塑性変形の算定法について若干の考察を行なった。以下その概要について報告する。

## 2. 実験の概要

実験の要領については、ほぼ前報<sup>1, 2</sup>に述べたものと同様で、連続ばりとしては、 $0.95 \times 0.95 \text{ cm}$ の正方形断面の鋼製はりを使用、連続ばりのスパンは3スパンおよび5スパンの等間隔のものを用いることとした。実験の便宜上スパン長は一定とし、本実験の場合には50cmを採用した。これらの連続ばり構造に対して衝撃として重さ4.6kg, 9.5および14.5kgのおもりを

高さ10~60cm (10cmごとに変化) から自由落下させ、そのときのはりの衝撃点に生じた塑性変形量を測定した。衝撃作用点としては、本実験では中央スパンの midpoint および1/4点 (片側支点より) とした。

同一衝撃量に対しては3回の実験を行ない、特に異常と認められるような実験結果が生じないかぎり、これら3回の測定結果の平均値を用いて実験結果を整理した。特に3回のうち他の値に比べてはなはだしく異なった結果のでた場合は、実験の失敗によるものとみなして除外し、もう一度同様の実験をやり直した。全般的にはこの種の実験としては、われわれが予想していたほどの大きいばらつきはなく、実験はかなり正確に行なわれたということが実験結果からうかがわれた。

## 3. 実験結果とその考察

前節で述べたように、実験を行なった連続ばりは Fig. 1 (a), (b) に示すようなもので、スパン  $l=50 \text{ cm}$  であり、衝撃は中央スパン上の点に加えた。作用点としては、前節で述べたように、スパン midpoint と任意点作用の場合としては、一方の支点より1/4の点を採用した。衝撃量を種々変化させた場合の実験結果の一例を示すと、Fig. 2 および Fig. 3 のごとくである。そこでこのような実験結果に基づいて、このような場合の塑性変形を解析する方法について考察する。もちろんこのような問題を厳密な形で処理することは容易

\* 土木工学科

\*\* (株)新井組

\*\*\* (株)大林組

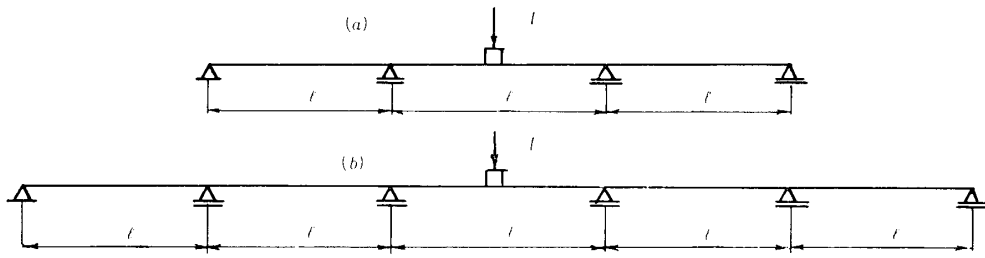


Fig. 1 Continuous beams under impulse

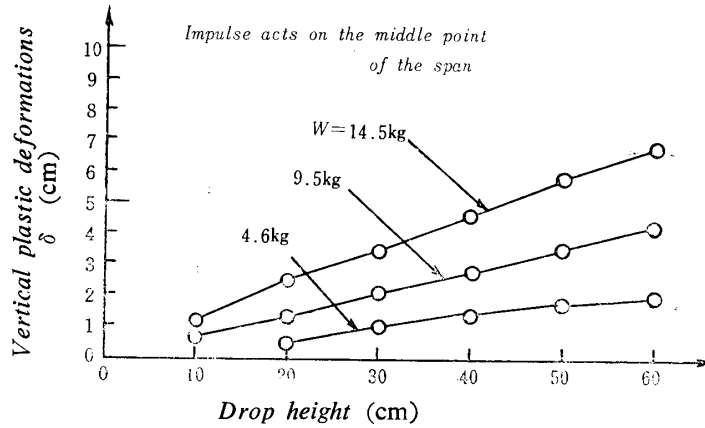


Fig. 2 Relations between plastic deformations and drop height  
(3 span continuous beams)

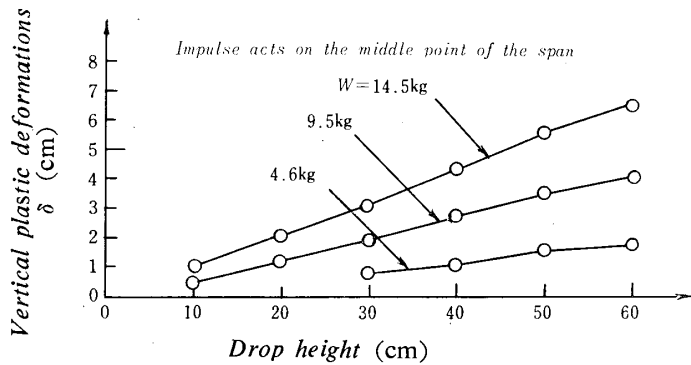


Fig. 3 Relations between plastic deformations and drop height  
(5 span continuous beams)

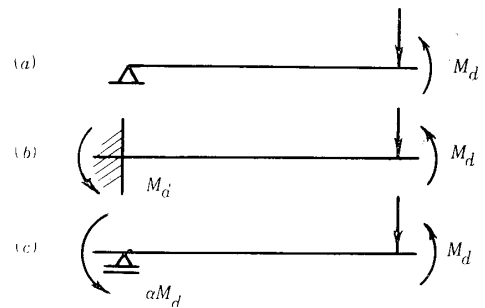


Fig. 4 Conditions of various beams under impulse

ではないので最も簡単と考えられる方法について述べると以下のとおりである。すなわち Fig. 4 を参照すると、(a) は単純ばり、(b) は両端固定ばり、(c) は連続ばりの一部を示しており、これらを比較すれば、連続ばりの支点においては、結局  $\alpha M_d$  なる抵抗モーメントが作用しているものと仮定すればよいことがわかる。

ただし、 $0 < \alpha < 1$  とする。すなわち連続ばりの支点では、単純ばりの支点 ( $M_d = 0$ ) と両端固定ばりの支点 ( $M_d$ ) との中間の剛性をもつものと仮定できる。このような仮定を用いることにより、連続ばりの

1 スパンに衝撃が作用した場合の塑性変形を解析することがきわめて容易となり、著者らの提案してきた片持ちばり、単純ばりおよび両端固定ばりに対する解析法を全く同様に適用すればよいことになる。そこで衝撃が作用する連続ばりの任意スパンを取りだし、衝撃がスパン中点 (左右対称) に作用する場合と任意点 (変形非対称) に作用する場合とに分けて考察する。

### 3.1 衝撃がスパン中点に作用する場合

この場合は変形の対称性よりその左半分について考えればよい。すなわち Fig. 5 を参照して、衝撃量の能率に関する釣合い式をたてると、次式が得られる。

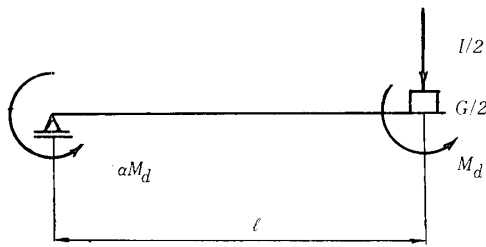


Fig. 5 A part of the continuous beam under impulse

$$I/2 - (1 + \alpha)M_d/l \int_0^l M_d dt = v(G/2 + ml/3) \quad (1)$$

ここに、 $I$ ：作用衝撃量， $\alpha$ ：支点の抵抗モーメント係数， $M_d$ ：鋼製ばりの動的全塑性モーメント， $l$ ：連続ばりの半スパン長， $v$ ：衝撃点の任意時刻における鉛直方向速度， $G$ ：衝撃体の質量， $m$ ：鋼製ばりの単位長さ当たりの質量。

ここで、従来採用してきたつぎの仮定をおく。

$$M_d = M_0 \left[ 1 + (v/2Dl)^{1/P} \right] \quad (2)$$

$$v = v_0(1 - t/t_f) \quad (3)$$

ここに、 $M_0$ ：静的全塑性モーメント， $D$ ， $P$ ：はり材料によって決まる定数， $v_0$ ：衝撃点の鉛直方向初速度， $t_f$ ：衝撃点が衝撃瞬間から鉛直方向に移動し停止するまでの時間（以下単に衝撃時間と呼ぶ）。

式(2)および(3)を式(1)に代入すれば、

$$I/2 - (1 + \alpha)M_0/l \int_0^{t_f} [1 + (v_0/2Dl)^{1/P}(1 - t/t_f)^{1/P}] dt = v_0(G/2 + ml/3)(1 - t/t_f) \quad (4)$$

式(4)で  $t = 0$  とおけば、

$$v_0 = I/2(G/2 + ml/3) \quad (5)$$

$t = t_f$  とおけば、

$$t_f = \frac{Il}{2(1 + \alpha)M_0} \frac{1}{\left[ 1 + \frac{P}{P+1} \left( \frac{v_0}{2Dl} \right)^{1/P} \right]} \quad (6)$$

これより求める衝撃点の鉛直塑性たわみ  $\delta$  は、

$$\delta = 1/2 \cdot v_0 t_f \quad (7)$$

として求められる。

### 3.2 衝撃がスパン任意点に作用する場合

この場合は塑性変形が非対称となるから、この場合

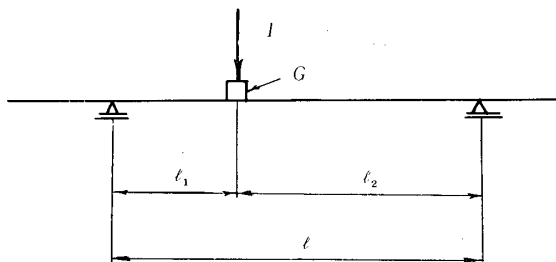


Fig. 6 A part of the continuous beam under impulse

は前報文<sup>2)</sup>の場合とほぼ同様に取り扱えばよい。すなわちFig. 6に示す  $I$  および  $G$  を両区間  $l_1$  および  $l_2$  に属する  $I_1$ ， $I_2$  および  $G_1$ ， $G_2$  に分けて取り扱えばよい。したがって前報文の場合と全く同様にして、以下の諸式を得る。

$$\left. \begin{aligned} I_1 + I_2 &= I, \quad G_1 + G_2 = G \\ I_1 l_1 - (1 + \alpha) \int_0^{t_f} M_d dt &= M_1 v_0 (1 - t/t_f) \\ I_2 l_2 - (1 + \alpha) \int_0^{t_f} M_d dt &= M_2 v_0 (1 - t/t_f) \\ M_1 &= G_1 + 1/3 \cdot ml_1, \quad M_2 = G_2 + 1/3 \cdot ml_2 \\ v_0 &= I_1/M_1 = I_2/M_2 = I/M \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} t_f &= \frac{I_1 l_1}{(1 + \alpha)M_0} \frac{1}{\left[ 1 + \frac{P}{P+1} \left( \frac{v_0}{2Dl_1} \right)^{1/P} \right]} \\ &= \frac{I_2 l_2}{(1 + \alpha)M_0} \frac{1}{\left[ 1 + \frac{P}{P+1} \left( \frac{v_0}{2Dl_2} \right)^{1/P} \right]} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$I_1 = I \frac{Bl_2}{Al_1 + Bl_2} \quad (11)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{\left[ 1 + \frac{P}{P+1} \left( \frac{v_0}{2Dl_1} \right)^{1/P} \right]} \\ B &= \frac{1}{\left[ 1 + \frac{P}{P+1} \left( \frac{v_0}{2Dl_2} \right)^{1/P} \right]} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

したがって式(11)によって  $I_1$  の値が求まれば、これを式(10)に代入して  $t_f$  が求まる。したがって衝撃点の求める鉛直塑性たわみ  $\delta$  は、

$$\delta = 1/2 \cdot v_0 t_f \quad (13)$$

として計算される。

### 3.3 実験結果に対する考察

上述の論旨によって連続ばりに集中衝撃が作用した場合の塑性変形を取り扱うことができるが、上記の算式における抵抗モーメント係数  $\alpha$  を理論的に決定することは困難であるから、本文においては実験結果から逆に  $\alpha$  の値を求め、 $\alpha$  がどのような範囲に変動するものであるかについて検討することとした。そこで各々の場合の中央点衝撃における実測値を用い、式(1)～(7)によって  $\alpha$  の値を求め、これらの平均値を計算してみると、Table 1 および 2 のごとくなる。

そこで試みに、これらの平均値  $\alpha_m$  の値を用いて、任意点に衝撃が作用したときの塑性変形を式(8)～(13)によって計算し、実験値と比較してみると、Table 3 および 4 のごとくなる。

Table 1 The values of  $\alpha$  and mean value  $\alpha_m$  (The case of 3 span continuous beams)

Drop ht (cm) \ Drop wt (kg)	10	20	30	40	50	60	Mean value $\alpha_m$
4.6	—	0.850	0.821	0.709	0.732	0.801	0.782
9.5	0.737	0.749	0.669	0.663	0.657	0.682	0.726
14.5	0.694	0.666	0.702	0.683	0.619	0.636	0.667

Table 2 The values of  $\alpha$  and mean value  $\alpha_m$  (The case of 5 span continuous beams)

Drop ht (cm) \ Drop wt (kg)	10	20	30	40	50	60	Mean value $\alpha_m$
4.6	—	—	0.923	0.936	0.940	0.940	0.935
9.5	0.858	0.844	0.75	0.741	0.777	0.753	0.788
14.5	0.886	0.747	0.842	0.750	0.716	0.722	0.777

Table 3 Comparison of experimental values and calculated ones (The case of 3 span continuous beams)

Drop ht (cm) \ Drop wt (kg)	10	20	30	40	50	60
4.6	0.26 (0.25)	0.51 (0.46)	0.75 (0.71)	1.04 (0.96)	1.23 (1.16)	1.46 (1.32)
9.5	0.56 (0.54)	1.09 (1.12)	1.63 (1.60)	2.15 (2.12)	2.66 (2.61)	3.17 (3.09)
14.5	0.89 (0.85)	1.75 (1.63)	2.58 (2.52)	3.40 (3.27)	4.22 (4.08)	5.01 (4.75)

Note : ( ) .....Experimental values

Table 4 Comparison of experimental values and calculated ones (The case of 5 span continuous beams)

Drop ht (cm) \ Drop wt (kg)	10	20	30	40	50	60
4.6	0.24 (0.22)	0.47 (0.43)	0.69 (0.63)	0.92 (0.85)	1.14 (1.12)	1.35 (1.26)
9.5	0.54 (0.50)	1.05 (0.86)	1.57 (1.43)	2.07 (1.88)	2.57 (2.52)	3.06 (3.02)
14.5	0.84 (0.73)	1.64 (1.57)	2.42 (2.26)	3.19 (3.03)	3.96 (3.74)	4.70 (4.52)

Note : ( ) .....Experimental values

#### 4. 結 言

連続ばりに衝撃が作用した場合の塑性変形について、3スパンおよび5スパン等間隔のモデルを作成し、これについて実験的研究を行ない、このような場合の取り扱い方について、従来著者らが提案している計算法を適用する方法について検討を行なった。その結果得られた主な結論について述べると、およそ以下のとおりである。

1) 著者らの提案している算式を連続ばりの場合に適用するためには、抵抗モーメント係数 $\alpha$ の値を決める必要があるが、 $\alpha$ の値としては理論上は $0 < \alpha < 1$ の範囲にあるものと考えられるが、これを理論的に正確に決めることは不可能であるから、実験的にその値を推定するほかはないものと考えられる。本実験の結果

果を検討すれば、 $\alpha$ の値としては大略0.65~0.95程度の範囲に変動するものと考えられる。

2) 一般的には衝撃量の小さい範囲では $\alpha$ の値は大きく(1に近い値を採る)、衝撃量が増大するにつれて、だんだん小さい値に移行する傾向が認められた。

3) 3スパン連続ばりと5スパン連続ばりでは、本実験の場合いずれも衝撃は中央スパンに作用させたのであるが、5スパンの方が3スパンの場合よりも、若干剛性が大きい結果となり、同一衝撃量に対して塑性変形量はすべて小さな値を示した。その結果抵抗モーメント係数 $\alpha_m$ の値は5スパンの方が3スパンの場合よりも大きな値となった。

4) いずれにしても抵抗モーメント係数 $\alpha$ の値は衝撃量の大きさや連続ばり構造(本実験の場合は主とし

てスパン数)によっても異なってくるという、かなり複雑な傾向を示すものであることがわかった。しかし  $\alpha$  の値にある程度の目安を与えないと、本文に示した近似計算式が使えないので、さらに検討した結果、かなり大まかな概算値を得るには、上記  $\alpha$  の変動範囲の概略の平均値として、 $\alpha=0.80$  程度の値を採用すればよいであろう。試みに  $\alpha=0.8$  として、上記の諸式によって計算すれば、実測値との食い違いは、5スパン連続ばりの  $W=4.6\text{kg}$  の場合を例外とすれば、いずれも  $\pm 10\%$  以内におさまることがわかったので、概略値を求めるには  $\alpha=0.8$  として上記の諸式を使用して差支えないものと考えられる。

以上が今回行なった連続ばりの衝撃による塑性変形

に関する実験的研究とその検討結果による結論であるが、要するに連続ばり中の1スパンは同一スパン長の両端固定ばりよりは若干端部の剛性が低下することになり、概略には両端固定ばりの80%程度の剛性を持つものと仮定して良いようである。

終わりに本実験に協力された木村民男(日産建設)、中川原修(国鉄中国支社)、原 寛(五洋建設)の諸君に深謝の意を表する次第である。

#### 参 考 文 献

- 1) 最上幸夫, 阪本紀博: 山口大学工学部研究報告, 20, 231 (1969)
- 2) 最上幸夫, 呉 誠雄: 山口大学工学部研究報告, 21, 123 (1970)

(昭和46年3月20日受理)