

非単調連想記憶モデルにおける計算機シミュレーションからの分岐図構成

石川 成子[†] 川村 正樹^{†a)}

Construction of Bifurcation Diagrams from Computer Simulations in Nonmonotonic Associative Memory Models

Seiko ISHIKAWA[†] and Masaki KAWAMURA^{†a)}

あらまし 非単調自己想起型連想記憶モデルの分岐構造を計算機シミュレーションを用いて明らかにする。自己想起型連想記憶モデルでは、時間相関の扱いが困難なため統計神経力学による近似理論しか得られていない。また、統計神経力学では想起が失敗したときに、計算機シミュレーションにほとんど一致しないことが分かっている。更に、非単調素子を用いたときに統計神経力学が適用できない場合がある。したがって、理論により分岐構造を十分に調べることはできない。そこで、自己想起型連想記憶モデルの分岐構造を計算機シミュレーションによって調べる。しかしながら、計算機シミュレーションではニューロン数が有限であるため揺らぎが生じる。これより、周期判定をすることが困難となる。本論文では、揺らぎの影響を受けにくい周期判定法を検討し、計算機シミュレーションによって非単調自己想起型連想記憶モデルの分岐図を構成する。また、分岐図を構成することによって分岐やカオスの様相を明らかにする。

キーワード 連想記憶モデル, カオス, 分岐図, 周期判定

1. ま え が き

カオス力学系において、多自由度の力学系の振舞いを少数の巨視的変数で厳密に記述することは一般に困難である。しかしながら、多自由度力学系の一つである連想記憶モデルは、その振舞いを二つの巨視的変数を用いて解析することが可能である。連想記憶モデルではニューロンの出力関数に非単調素子 [1], [2] を用いた場合、想起過程にカオスが発生することが分かっている [3] ~ [5]。これまでに、連想記憶モデルでは巨視的変数を用いて記憶パターンの引込領域や想起過程が議論されてきた [2], [6] ~ [9]。

連想記憶モデルは系列想起型連想記憶モデル（系列想起モデル）と自己想起型連想記憶モデル（自己想起モデル）の二つに分けられる。系列想起モデルは記憶パターンが順次想起されるモデルである。経路

積分法 [3], [10] により、系列想起モデルの巨視的状態方程式が厳密に導出され [11], [12]、非単調系列想起型モデルにおける想起過程の分岐現象が明らかにされた [4], [5], [13]。

一方、自己想起モデルは与えられた初期状態に最も近い記憶パターンを想起するモデルである。このモデルでは、時間相関の取扱いが難しいため近似理論しか求められていない。統計神経力学 [2], [6] ~ [9] は、クロストークノイズがガウス分布に従うと仮定する近似理論である。想起が成功した場合には、クロストークノイズはガウス分布に従う。しかしながら、想起が失敗した場合にはクロストークノイズはガウス分布に従わないため [14], [15]、計算機シミュレーションの結果とほとんど一致しないことが分かっている。また、非単調素子の場合には適用できない場合がある。そのため、自己想起モデルの想起過程の様相は明らかにされていない。

そこで、自己想起モデルの想起過程で見られる周期倍分岐やカオスを解析するために計算機シミュレーションにより分岐図を構成する。しかしながら、計算

[†] 山口大学大学院理工学研究科, 山口市
Graduate School of Science and Engineering, Yamaguchi University, 1677-1 Yoshida, Yamaguchi-shi, 753-8512 Japan
a) E-mail: m.kawamura@m.ieice.org

機シミュレーションでは構成するニューロン数が有限であるため、想起過程に揺らぎが生じる。この揺らぎのために、一般的な周期判定法である自己相関関数では正しい周期判定ができない。そこで、揺らぎの影響を受けにくい判定法として、揺らぎの大きさを考慮した周期判定法を提案する。

本論文では、自己想起型モデルにおける分岐構造を明らかにする。2. で自己想起モデル、3. で系列想起モデルについてそれぞれ説明する。4. では系列想起モデルの計算機シミュレーションにおける分岐図を構成し、周期判定法の検討を行う。5. では提案手法を用いて自己想起モデルの分岐図を構成し、系列想起モデルの分岐図と比較を行う。最後に 6. でまとめを述べる。

2. 非単調自己想起型連想記憶モデル

2.1 自己想起モデル

N 個のニューロンからなる自己想起モデルを考える。時刻 $t+1$ のニューロンの状態 $x_i(t+1)$ は、

$$x_i(t+1) = F\left(\sum_{j \neq i}^N J_{ij}^a x_j(t)\right), \quad (1)$$

で決定される。出力関数 $F(\cdot)$ には、非単調な出力関数、

$$F(h) = \text{sgn}(h) - \text{sgn}(h - \theta) - \text{sgn}(h + \theta), \quad (2)$$

を用いる。 θ は非単調性を表すパラメータであり、 $\theta \rightarrow \infty$ のとき $F(h) = \text{sgn}(h)$ に漸近する。 J_{ij}^a はシナプス結合であり、記憶パターン ξ^μ の自己相関、

$$J_{ij}^a = \frac{1}{N} \sum_{\mu=0}^{p-1} \xi_i^\mu \xi_j^\mu, \quad (3)$$

を記憶している。記憶パターン数 p は $p = \alpha N$ で与えられ、 α を記憶率と呼ぶ。記憶パターンの各成分 ξ_i^μ は ± 1 の値を確率、

$$\text{Prob}[\xi_i^\mu = \pm 1] = \frac{1}{2}, \quad (4)$$

でとる。また、ニューロンの初期状態 $x(0)$ は ξ^0 に近い状態とし、確率

$$\text{Prob}[x_i(0) = \pm 1] = \frac{1 \pm m(0)\xi_i^0}{2}, \quad (5)$$

で決める。ここで、 $m(0)$ は時刻 $t=0$ におけるネットワークの状態 $x(0)$ と記憶パターン ξ^0 との一致度で

あり、初期オーバーラップと呼ぶ。また、時刻 t で想起された状態 $x(t)$ と記憶パターン ξ^μ の一致度をオーバーラップ、

$$m^\mu(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi_i^\mu x_i(t), \quad (6)$$

と定義する。 $m^\mu(t) = 1$ のとき、状態 $x(t)$ は記憶パターン ξ^μ と完全に一致しており、想起に成功していることを表している。一方、 $m^\mu(t) = 0$ のとき、状態 $x(t)$ は記憶パターン ξ^μ と直交していることを表す。

以下では、記憶パターン ξ^0 を想起しているとし、そのオーバーラップを $m(t)$ と表す。ここで、式 (1) と式 (3) より、

$$x_i(t+1) = F\left(\xi_i^0 m(t) + \frac{1}{N} \sum_{\mu \neq 0}^{p-1} \sum_{j \neq i}^N \xi_i^\mu \xi_j^\mu x_j(t)\right), \quad (7)$$

となる。右辺の第 1 項はシグナル項と呼ばれ、想起パターンに対応する。第 2 項はクロストークノイズと呼ばれ、想起パターン以外のパターンからの寄与を表す。クロストークノイズを、

$$z_i(t) = \frac{1}{N} \sum_{\mu \neq 0}^{p-1} \sum_{j \neq i}^N \xi_i^\mu \xi_j^\mu x_j(t), \quad (8)$$

とおく。ここで、クロストークノイズの分散は、

$$\sigma^2(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z_i(t) - E[z_i(t)])^2, \quad (9)$$

で与えられる。 $z_i(t)$ の期待値 $E[z_i(t)]$ は 0 となる。自己想起モデルの想起過程は、巨視的変数 $m(t)$ とクロストークノイズの分散 $\sigma^2(t)$ を用いて表すことができる。

自己想起モデルでは、状態に時間相関があるため、巨視的変数 $m(t)$ と $\sigma^2(t)$ は過去の状態に依存する。出力関数が単調な場合、Amari と Maginu [6] は統計神経力学を提案し、現在の状態をもとに次の状態を予測する巨視的状態方程式を導出した。また、Okada [8], [9] は n 時刻前の状態との時間相関を考慮することによって、 n 次近似理論を導出した。Amari と Maginu の理論は一次近似理論に対応する。

一方、出力関数が非単調な場合、 n 次近似理論は適用できない場合がある。Nishimori と Opris [2] は一次近似理論を用いて非単調自己想起モデルの巨視的状態方程式を導出し、記憶容量を求めた。また、想起が

成功した場合に想起過程に周期解やカオスの振舞いが見られることを示した。

統計神経力学ではクロストークノイズが平均 0，分散 $\sigma^2(t)$ のガウス分布に従うと仮定する．Nishimori と Opris の一次近似理論より，巨視的状态方程式は，

$$m(t+1) = \left\langle \int D_z F(m(t) + z\sigma(t)) \right\rangle_{\xi}, \quad (10)$$

$$\sigma^2(t+1) = \alpha + \sigma^2(t)U^2(t+1) + 2\alpha m(t)m(t+1)U(t+1), \quad (11)$$

$$U(t+1) = \frac{1}{\sigma(t)} \left\langle \int D_z z F(m(t) + z\sigma(t)) \right\rangle_{\xi}, \quad (12)$$

で与えられる．ここで，積分区間を $(-\infty, \infty)$ にとり， $D_z \equiv \frac{dz}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{1}{2}z^2)$ とする．また， $\langle \cdot \rangle_{\xi}$ は ξ に関する平均を表す．

想起が成功した場合には，クロストークノイズはガウス分布に従う．しかしながら，想起が失敗した場合にはクロストークノイズの分散はガウス分布に従わない [14]．そのため，想起が失敗した場合，計算機シミュレーションと統計神経力学による結果は一致しない．したがって，想起が失敗した場合には統計神経力学では想起過程の様子を解析することができず，これまで十分に解析されてこなかった．想起が成功するのは記憶容量以下の場合であり，この場合だけでは，パラメータ空間の限られた領域の性質しか分からない．一方，想起が失敗する場合は，パラメータ空間全域で見られる．そのため，系の構造を大域的に調べることが可能である．すなわち，想起が失敗した場合を含めて，想起過程を全般的に調べる必要がある．そこで，計算機シミュレーションを用いて自己想起モデルにおける分岐図を構成し，自己想起モデルの想起過程を明らかにする．

2.2 計算機シミュレーションによる揺らぎ

図 1 に $\alpha = 0.10$ ， $\theta = 2.7$ のときの巨視的方程式 (10) ~ (12) と計算機シミュレーション ($N = 10,000$) より求めた自己想起モデルの想起過程を示す．横軸はオーバーラップ m であり，縦軸はクロストークノイズの分散 σ^2 である． $m = 0$ は非想起状態を表し， $m > 0$ は記憶パターン ξ^0 を想起している想起状態を表す．ここで， $m = 0$ に引き込まれるアトラクタを非想起アトラクタ， $m > 0$ に引き込まれるアトラクタを想起アトラクタと呼ぶことにする．初期オーバーラップ

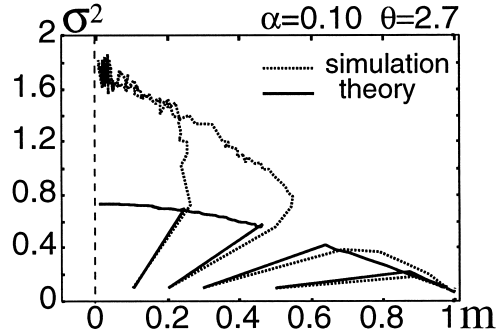


図 1 自己想起モデルにおける，Nishimori-Opris の一次近似理論と計算機シミュレーション ($N = 10,000$) より得られた想起過程 ($\alpha = 0.10$ ， $\theta = 2.7$)

Fig. 1 Retrieval process obtained by Nishimori-Opris 1st-order theory and computer simulations ($N = 10,000$) for $\alpha = 0.10$ and $\theta = 2.7$ in autoassociative memory model.

$m(0) = 0.25$ を境界に，非想起アトラクタと想起アトラクタにそれぞれ引き込まれている．一次近似理論なので， $t = 1$ まで是一致的である．また，想起が成功するときは，理論と計算機シミュレーションの軌道はほぼ一致しているが，想起が失敗したときは，軌道が全く一致していないことが確認できる．

図 1 の計算機シミュレーションにおいて，想起が失敗した場合，想起過程に揺らぎが生じていることが分かる．この揺らぎにより，想起過程の周期を判定することが難しくなってしまう．そこで，この揺らぎの性質を調べる．図 2 に $\alpha = 0.10$ ，(a) $N = 5,000$ ，(b) $N = 50,000$ のときの $\sigma^2(t)$ の時間発展を示す． $N = 5,000$ よりも $N = 50,000$ の場合の方が揺らぎが小さくなっていることから，ニューロン数が多いほどアトラクタの揺らぎが小さくなる事が分かる．

次に，揺らぎの大きさとニューロン数 N の関係を探る．図 3 に $\alpha = 0.10$ ， $\theta = 2.7$ のときのニューロン数 N と揺らぎの関係を示す．横軸がニューロン数 N であり，縦軸が揺らぎの分散を表している．ここでは，十分時間が経った時刻 $t = 100 \sim 150$ のデータを 20 回サンプリングし，平均と標準偏差を求めている．揺らぎの分散はニューロン数 N の増加に対してほぼ $1/N$ で収束している．したがって，揺らぎは N が有限であることが原因であるといえる．適切な周期判定をするため，十分大きな N をとることで揺らぎを更に小さくする方法が考えられるが，計算時間が急激に増加するため現実的ではない．したがって，揺らぎの影響を受けにくい周期判定法を検討しなければならない．

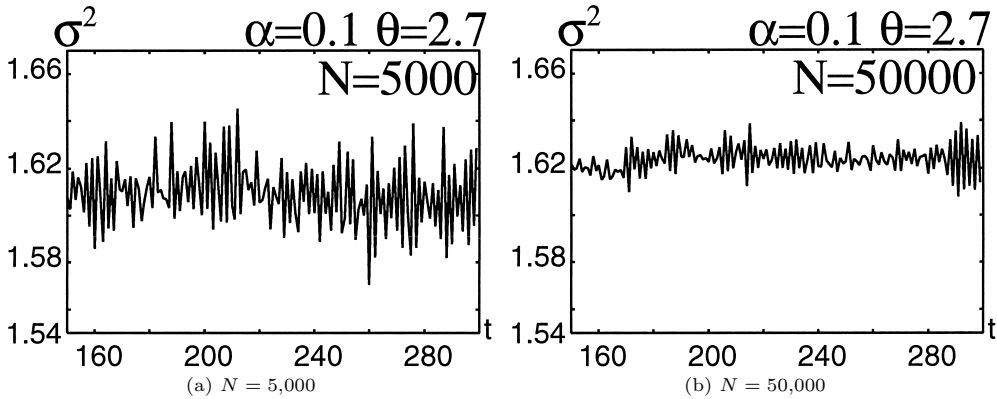


図2 $\alpha = 0.10, \theta = 2.7$ のときの $\sigma^2(t)$ の時間発展
Fig.2 Time evolutions of $\sigma^2(t)$ with $\alpha = 0.10$ and $\theta = 2.7$.

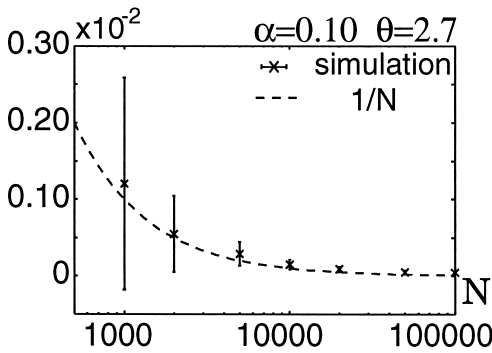


図3 ニューロン数 N に対する $\sigma^2(t)$ の揺らぎの大きさ
Fig.3 Fluctuation size of $\sigma^2(t)$ for number of neurons, N .

3. 系列想起型連想記憶モデル

自己想起モデルでは近似の巨視的状態方程式しか得られていないため、自己想起モデルにおける計算機シミュレーションの結果を使って周期判定法を検討した場合、その正当性を確かめることができない。そこで、計算機シミュレーションと理論の双方が一致する系列想起モデルを取り上げ、周期判定法を検討する。

系列想起モデルでは、時刻 $t + 1$ のニューロンの状態 $x_i(t + 1)$ は、

$$x_i(t + 1) = F \left(\sum_{j=1}^N J_{ij}^s x_j(t) \right), \quad (13)$$

で決定される。シナプス結合 J_{ij}^s は p 個のランダムなパターン ξ^μ が $\xi^0 \rightarrow \xi^1 \rightarrow \dots \rightarrow \xi^{p-1} \rightarrow \xi^0$ と繰り返し想起されるように、

$$J_{ij}^s = \frac{1}{N} \sum_{\mu=0}^{p-1} \xi_i^{\mu+1} \xi_j^\mu \quad (14)$$

で与えられる。ただし、 $\xi^p = \xi^0$ とする。ここで、式 (13) と式 (14) より、時刻 t に t 番目のパターン ξ_i^t を想起しているとすると、

$$\begin{aligned} x_i(t + 1) &= F \left(\xi_i^{t+1} m^t(t) + \frac{1}{N} \sum_{\mu \neq t} \sum_{j=1}^N \xi_i^{\mu+1} \xi_j^\mu x_j(t) \right), \end{aligned} \quad (15)$$

と表すことができる。

系列想起モデルの巨視的状態方程式は経路積分法により、厳密に導出することができる。そのため、計算機シミュレーションと理論の結果は想起に失敗する場合を含めよく一致する。経路積分法より得られる巨視的状態方程式は、

$$m^{t+1}(t+1) = \left\langle \xi^{t+1} \int D_z F(\xi^{t+1} m^t(t) + z\sigma(t)) \right\rangle_\xi, \quad (16)$$

$$\sigma^2(t + 1) = \alpha + U^2(t + 1)\sigma^2(t), \quad (17)$$

$$U(t+1) = \frac{1}{\sigma(t)} \left\langle \int D_z z F(\xi^{t+1} m^t(t) + z\sigma(t)) \right\rangle_\xi, \quad (18)$$

である [11], [12]。

図 4 に $\alpha = 0.10$ のときの計算機シミュレーション ($N = 10,000$) と巨視的状態方程式 (16) ~ (18) より求

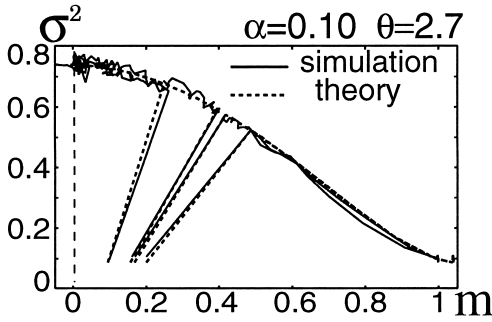


図 4 系列想起モデルにおいて、理論と計算機シミュレーション ($N = 10,000$) により得られた軌道 ($\alpha = 0.10$, $\theta = 2.7$)

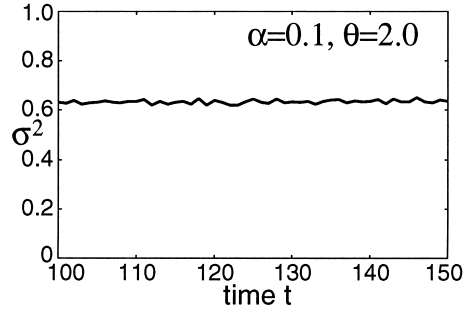
Fig. 4 Retrieval process by theory and computer simulations ($N = 10,000$) for $\alpha = 0.10$ and $\theta = 2.7$ in sequential associative memory model.

めた系列想起モデルの想起過程を示す。横軸はオーバーラップ m であり、縦軸はクロストークノイズの分散 σ^2 である。初期オーバーラップ $m(0) = 0.15$ を境界に、非想起アトラクタ $m = 0$ と想起アトラクタ $m > 0$ にそれぞれ引き込まれており、引込領域は理論と計算機シミュレーションでよく一致している。しかしながら、計算機シミュレーションでは自己想起モデルと同様にニューロン数が有限である影響から、想起過程に揺らぎが生じている。

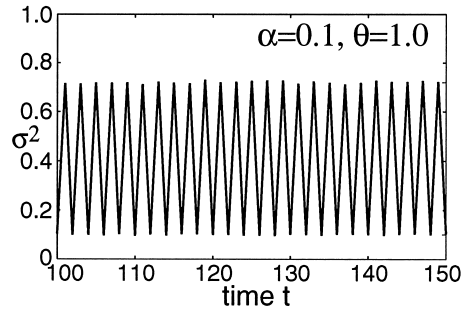
連想記憶モデルでは、記憶率 α と非単調性 θ を変えることでアトラクタが変化し、カオスが生じることが分かっている [4], [5]。図 5 に非想起アトラクタの σ^2 の時間発展 ($100 \leq t \leq 150$) を示す。ただし、 $\alpha = 0.10$ とし、 $\theta = 2.0, 1.0, 0.7$ の場合を示す。揺らぎを含んでいるので、主観的に判断すると、 θ の減少に伴い、周期アトラクタはそれぞれおおむね (a) 1 周期、(b) 2 周期、(c) 4 周期と変化しているように見える。次に、 θ の減少に対する周期分岐の様子を調べる。図 6 は計算機シミュレーション ($N = 50,000$) における、 $\alpha = 0.06$ のときの分岐を示している。横軸が非単調性 θ であり、縦軸がクロストークノイズの分散 σ^2 である。図の上方の数字は、主観的に判断した周期を表している。これより、 θ の減少に伴い周期倍分岐していることが分かる。しかしながら、揺らぎが生じ想起過程が十分に収束しておらず、周期を判定することが難しい。

4. 周期判定法の検討

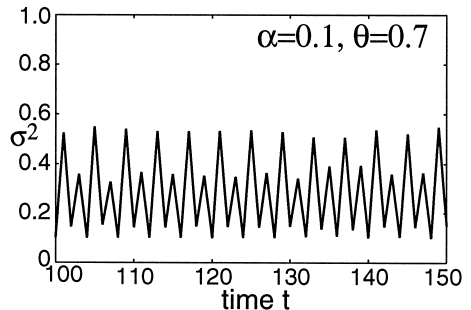
系列想起モデルを用いて、揺らぎの影響を受けにく



(a) $\theta = 2.0$



(b) $\theta = 1.0$



(c) $\theta = 0.7$

図 5 系列想起モデルにおける $\alpha = 0.10$ のときの周期アトラクタ ($N = 50,000$)

Fig. 5 Periodic attractors with $\alpha = 0.10$ in sequential associative memory model ($N = 50,000$).

い周期判定法を検討する。ここでは、自己相関関数と揺らぎを考慮した提案手法を用いて計算機シミュレーションによる分岐図を構成し、理論から得られる分岐図と比較する。

4.1 自己相関関数による周期判定

系列想起モデルにおいて、記憶率 α と非単調性 θ を変化させ、非想起アトラクタのパラメータ α と θ に関する 2 係数分岐図を構成した。図 7 (a) は巨視的状态方程式 (16)~(18) より求めた分岐図であり [4]、図 7 (b) は計算機シミュレーション ($N = 50,000$) より求めた

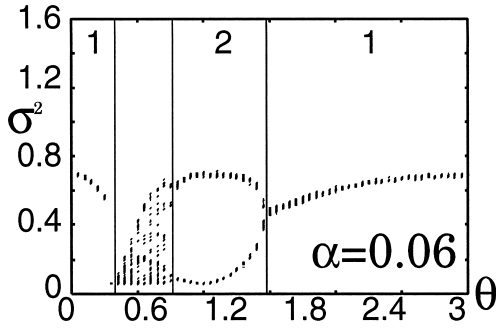


図 6 系列想起モデルにおいて $\alpha=0.06$ のとき計算機シミュレーション ($N = 50,000$) による分岐図
 Fig. 6 Bifurcation diagram for $\alpha = 0.06$ by computer simulations ($N = 50,000$) in sequential associative memory model.

分岐図である．計算機シミュレーションでは，一般的な周期判定方法である自己相関関数により周期判定を行った．分岐図ではアトラクタの周期を色分けして表示しており，図中の数字はアトラクタの周期を示す．本論文では 8 周期までを判定し，青が 1 周期，赤が 2 周期，緑が 3 周期，黄色が 4 周期，紫が 5 周期，水色が 6 周期，薄青が 7 周期を表している．また，黒色の領域は 8 周期以上のアトラクタ，または，準周期アトラクタやカオスアトラクタを表す．

図 7(a) では， θ の減少に伴い 1 周期から 2 周期，2 周期から 4 周期へと周期倍分岐し，カオスへと発展している様子が見られる．一方，図 7(b) の自己相関関数による判定では，各領域の境界がはっきりしない．複数回の実行結果を求め，加算平均をとった場合でも精度は上がらなかった．これは揺らぎがランダムではなく何らかの相関をもっているからであると考えられる．これより，自己相関関数では揺らぎの影響により正確な周期判定を行うことができなかった．

4.2 周期判定法の提案

各周期の領域をよりはっきり示すため，揺らぎの大きさを考慮した周期判定法を検討した．提案手法では，アトラクタの周期が c であると仮定し，それぞれの仮周期における軌道の変動を評価する．まず，クロストークノイズの分散 $\sigma^2(t)$ の時系列のうち十分に収束している時刻以降の T 個のデータを周期判定に用いる．ここで，データの時刻を時刻 $t = 0$ から振り直す．仮周期を c とおくと，時系列データを $c - 1$ 個おきにとり， c 個の系列に分割する (図 8)．それぞれの時系列の分散を求め，その和が仮周期 c の分散 V_c とな

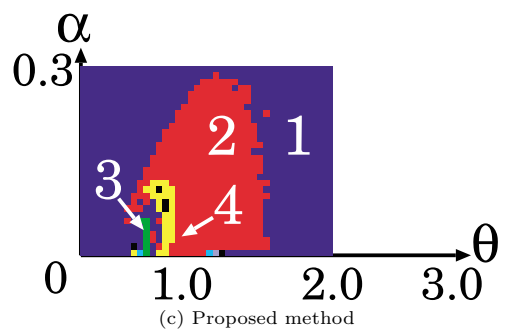
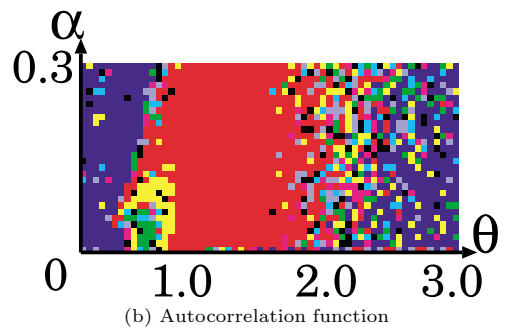
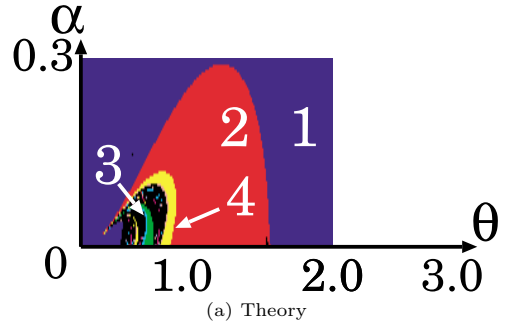


図 7 系列想起モデルの非想起アトラクタ ($m = 0$) に対する 2 係数分岐図 (図中の数字はアトラクタの周期を表す)

Fig. 7 Two-parameters bifurcation diagrams for non-retrieval attractors ($m = 0$) in sequential associative memory model. Numbers denote period of attractors in each area.

る．例えば， $c = 2$ のときは系列 $\{\sigma^2(0), \sigma^2(2), \dots\}$ と $\{\sigma^2(1), \sigma^2(3), \dots\}$ に分割でき，それぞれの分散を求め和をとればよい．すなわち，

$$V_c = \sum_{i=0}^{c-1} \text{Var} \{ \sigma^2(ct + i) \} \quad (19)$$

となる．ただし， $\text{Var} \{ \sigma^2(ct + i) \}$ は第 i 番目の系列の分散を表す．次に，仮周期 c の分散 V_c が最も小さい仮周期をアトラクタの周期 C と判定する．

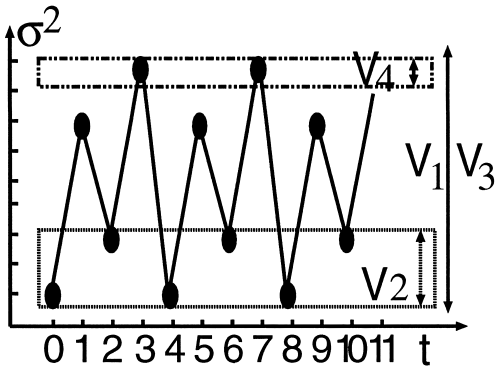


図 8 提案手法の系列のとり方

Fig. 8 Way to take sequences by proposed method.

$$C = \arg \min_c (V_c). \tag{20}$$

図 8 では、4 周期の時系列データに対し、周期判定をする場合を考えている。1 周期から 4 周期におけるそれぞれの仮周期の分散を求めると、分散の大きさは図中の右側の矢印の長さによって表すことができる。これより、仮周期 $c = 4$ のときの分散が最小であり、時系列データは 4 周期であると判定することができる。

図 7(c) は提案手法を用いて構成した分岐図である。境界がはっきりと分かり、 θ の減少に伴い周期倍分岐していることが確認できる。また、 $\theta = 0.5$ 付近では 3 周期と判定された領域が見られる。3 周期が確認できることから、計算機シミュレーションの結果においても、カオスが発生するパラメータ領域があることが分かる [16]。また、図 7(a) と (c) の比較より理論と計算機シミュレーションの分岐図は十分に一致している。

図 9 は想起アトラクタに対する分岐図である。ここでは、色が濃い領域が想起アトラクタの分岐図を表し、薄い領域が非想起アトラクタの分岐図を表している。図 9(a) が理論より求めた場合であり、図 9(b) が提案手法を用いた場合である。これらより、理論と計算機シミュレーションの分岐構造はほぼ一致する。以上より、本手法によって計算機シミュレーションの分岐図を構成できることが分かった。

5. 自己想起モデルにおける分岐図

自己想起モデルにおいても、記憶率 α と非単調性 θ を変えることでアトラクタが変化する。図 10 に非想起アトラクタに対する 2 係数分岐図を示す。図 10(a) は自己相関関数を用いた場合であり、図 10(b) は提案手法を用いた場合の分岐図である。自己相関関数を

用いた場合、周期分岐の境界線がはっきりしない。一方、提案手法では周期分岐の様子がはっきりと確認できる。また、 $\theta = 0.5$ 付近では 3 周期の領域も確認できる。したがって、カオスが発生するパラメータ領域が存在することが分かる [16]。更に、 $\alpha \geq 0.30$ の領域においても 2 周期アトラクタが判定されていること、及び、 $\theta = 1.0$ 付近で 4 周期と判定されている領域 (図 10(b) 白円) があることから、系列想起モデルの分岐とは様相が異なることが分かる。

図 11 に想起アトラクタに対する 2 係数分岐図を示す。色が濃い領域が想起アトラクタの分岐図を表し、薄い領域は非想起アトラクタの分岐図を表している。図 11(a) は Nishimori と Opris [2] の一次近似理論を用いた場合であり、図 11(b) は提案手法を用いた場合の分岐図である。図中の白色の領域は理論が適用できなかった領域である。想起が成功した場合、それぞれの領域がほぼ一致していることが分かる。 $\theta > 1.2$ の領域では 1 周期アトラクタが存在し、 $\theta = 1.5$ 付近では 2 周期アトラクタが確認できる。この 2 周期アトラクタが現れるパラメータ領域は、非想起アトラクタの分岐図において 4 周期アトラクタが見られる領域 (図 10(b) 白円) とほぼ一致している。また、 $\theta < 0.5$ の領域ではクロストークノイズの分散 $\sigma^2(t)$ の値が ± 1 を交互に繰り返す符号反転 2 周期の領域が見られる。

6. む す び

本論文では、多自由度力学系の一つである自己想起型連想記憶モデルの分岐図を計算機シミュレーションを用いて構成した。計算機シミュレーションでは、ニューロン数が有限であるため想起過程に揺らぎが生じ、自己相関関数による周期判定法では、周期倍分岐の様子をうまく表すことができなかった。そこで、揺らぎの大きさを考慮した周期判定法を提案し、2 係数分岐図を構成した。その結果、非想起アトラクタでは自己想起モデルにおいても周期倍分岐が起こり、カオスが発生していることが分かった。また、想起アトラクタでは、Nishimori と Opris による分岐図と一致する結果を得ることができた。一方、系列想起モデルと比較すると、分岐の様相が異なることが分かった。

想起アトラクタと非想起アトラクタの分岐図を構成することにより、パラメータ空間上での各アトラクタの関係が明らかになった。これより、例えば、想起アトラクタが 1 周期であり、非想起アトラクタが 2 周期であるようなパラメータ α と θ を選択した場合、状態

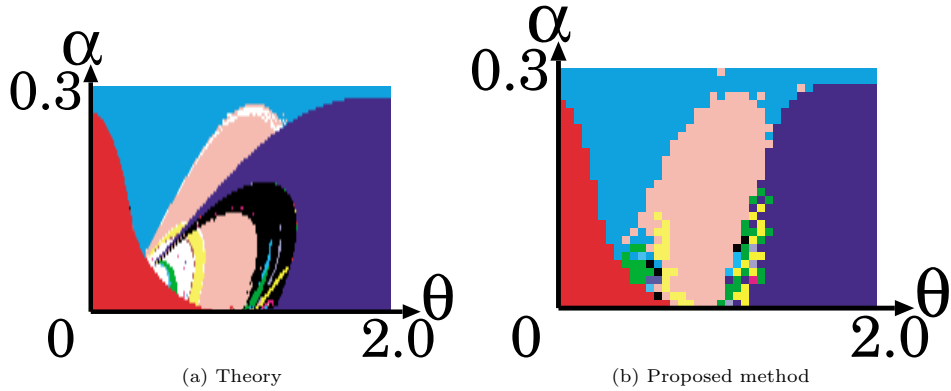


図 9 系列想起モデルの想起アトラクタ ($m > 0$) に対する 2 係数分岐図 (図中の数字はアトラクタの周期を表す)

Fig. 9 Two-parameters bifurcation diagrams for retrieval attractors ($m > 0$) in sequential associative memory model. Numbers denote period of attractors in each area.

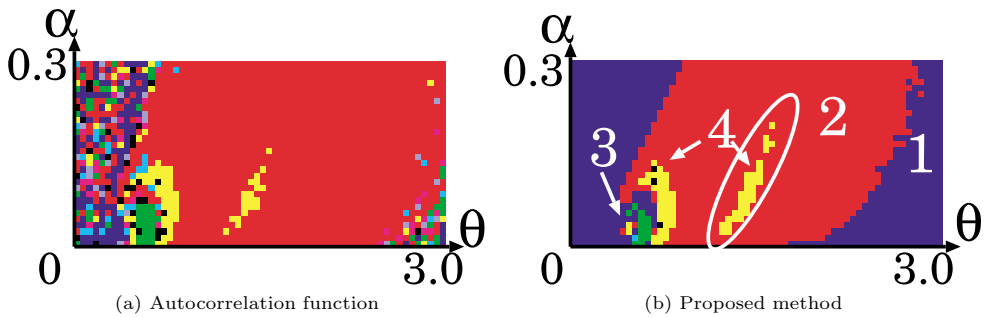


図 10 自己想起モデルの非想起アトラクタ ($m = 0$) に対する 2 係数分岐図

Fig. 10 Two-parameters bifurcation diagrams for non-retrieval attractors ($m = 0$) in autoassociative memory model.

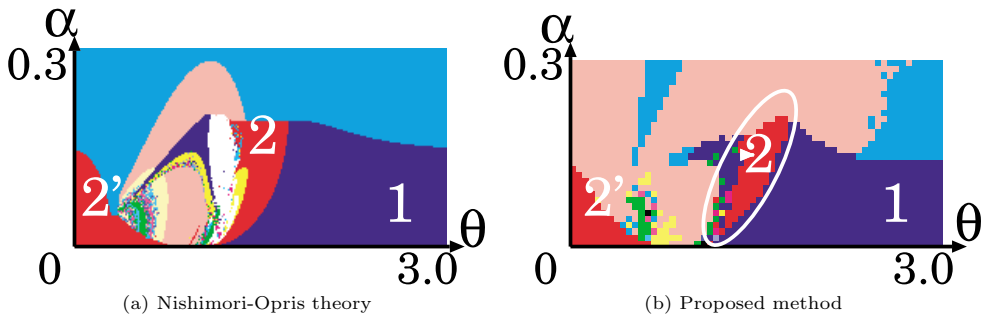


図 11 自己想起モデルの想起アトラクタ ($m > 0$) に対する 2 係数分岐図 (色が濃い領域が $m > 0$ のアトラクタを表している)

Fig. 11 Two-parameters bifurcation diagrams for retrieval attractors ($m > 0$) in autoassociative memory model. Deep color areas denote $m > 0$ attractors.

の周期を判定することによって、どちらのアトラクタに引き込まれているかを判定することが可能になる。以上のように、これまで知られていなかった自己想起

モデルにおける分岐の様子を明らかにすることができた。

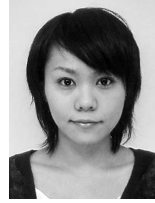
謝辞 本研究の一部は文部科学省科学研究費補助金

(若手研究(B) No. 16700210) によるものである。本研究では山口大学計算機クラスターシステムを利用した。

文 献

- [1] M. Morita, "Associative memory with nonmonotone dynamics," *Neural Netw.*, vol.16, pp.115–126, 1993.
- [2] H. Nishimori and I. Opris, "Retrieval process of an associative memory with a general input-output function," *Neural Netw.*, vol.6, pp.1061–1067, 1993.
- [3] K. Katayama and T. Horiguchi, "Sequence processing neural network with a non-monotonic transfer function," *J. Phys. Soc. Jpn.*, vol.70, pp.1300–1314, 2001.
- [4] M. Kawamura, R. Tokunaga, and M. Okada, "Low-dimensional chaos induced by frustration in a non-monotonic system," *Europhys. Lett.*, vol.62, pp.657–663, 2003.
- [5] M. Kawamura, R. Tokunaga, and M. Okada, "Bifurcation analysis in an associative memory model," *Phys. Rev. E*, vol.70, 046210, 2004.
- [6] S. Amari and K. Maginu, "Statistical neurodynamics of associative memory," *Neural Netw.*, vol.1, pp.63–73, 1988.
- [7] S. Amari, "Statistical neurodynamics of various versions of correlation associative memory," *Proc. IEEE Conf. Neural Networks*, vol.1, pp.633–640, 1988.
- [8] M. Okada, "A hierarchy of macrodynamical equations for associative memory," *Neural Netw.*, vol.8, pp.833–838, 1995.
- [9] M. Okada, "Notions of associative memory and sparse coding," *Neural Netw.*, vol.9, pp.1429–1458, 1996.
- [10] A. Düring, A.C.C. Coolen, and D. Sherrington, "Phase diagram and storage capacity of sequence processing neural networks," *J. Phys. A, Math. Gen.*, vol.31, pp.8607–8621, 2001.
- [11] 川村正樹, 岡田真人, "経路積分法による系列想起モデルの想起過程," *信学論 (D-II)*, vol.J84-D-II, no.10, pp.2302–2311, Oct. 2001.
- [12] M. Kawamura and M. Okada, "Transient dynamics for sequence processing neural networks," *J. Phys. A, Math. Gen.*, vol.35, pp.253–266, 2002.
- [13] 橋口健一, 川村正樹, "非単調アナログ値連想記憶モデルにおける分岐とアトラクタ共存," *信学論 (D)*, vol.J89-D, no.9, pp.2123–2133, Sept. 2006.
- [14] H. Nishimori and T. Ozeki, "Retrieval dynamics of associative memory of the Hopfield type," *J. Phys. A, Math. Gen.*, vol.26, pp.859–871, 1993.
- [15] T. Ozeki and H. Nishimori, "Noise distribution in retrieval dynamics of the Hopfield model," *J. Phys. A, Math. Gen.*, vol.27, pp.7061–7068, 1994.
- [16] T.Y. Li and J.A. Yorke, "Period three implies chaos," *Amer. Math. Monthly*, vol.82, pp.985–992, 1975.

(平成 18 年 2 月 24 日受付, 6 月 7 日再受付,
6 月 19 日最終原稿受付)



石川 成子 (学生員)

平 16 山口大・理・自然情報科学卒。平 18 同大大学院修士課程了。同年, 東陶インフォーム(株)入社。ニューラルネットワークとカオスに関する研究に従事。平 17 電気・情報関連学会中国支部連合大会奨励賞受賞。



川村 正樹 (正員)

平 6 筑波大・第三情報卒。平 8 同大大学院修士課程了。平 11 同大学院博士課程了。博士(工学)。同年山口大・理助手。平 15 同大・理講師。平 18 同大大学院・理工講師, 現在に至る。ニューラルネットワーク, 記憶に関する研究に従事。平 15 本会回路とシステムワークショップ奨励賞受賞。日本神経回路学会, 日本物理学会各会員。