

高圧下におけるゆるい砂の応力・ひずみ特性

三浦哲彦*・乗安直人**・綾木和弘***

Stress-Strain Characteristics of a Loose Sand under High Pressures.

Norihiko MIURA, Naoto NORIYASU and Kazuhiro AYAGI

Abstract

Several similarities are observed between stress-strain characteristics of a sand at high pressures and those of a normally consolidated clay at ordinary pressures. From this an indication is given that the stress-strain response of a sand at high stresses may be predicted by using the equations which have been proposed by Roscoe et al. for normally consolidated clays.

In the previous paper, it was shown that the stress-strain behavior of the Toyoura standard sand in a dense state can approximately be predicted by using the Cam-clay equation or the revised equation. In this paper, the discussions are extended to the prediction of the stress-strain response of the Toyoura standard sand in a loose state. Some experimental results on the Ube kaolin are also presented to show the close resemblance between behaviors of a sand and clay at different stress levels.

1. まえがき

高圧下における砂の応力・ひずみ挙動と低圧下における正規圧密粘土の応力・ひずみ挙動の間には、いくつかの共通する特徴を見出すことができる。このことに着目して、筆者の一人は先に、正規圧密粘土に対して Roscoe らが与えた応力・ひずみ式¹⁾を用いて高圧下における砂の応力・ひずみ関係を予測することを試みた。その結果、数 100 kg/cm² の拘束圧下で排水せん断する場合に、豊浦標準砂密づめ供試体の応力・ひずみ関係は、Cam-clay 式またはその修正式によっておおむね予測できることを明らかにした²⁾。

本報告では、前報に引続いて、豊浦標準砂のゆるづめ供試体の応力・ひずみ挙動に対する Cam-clay 式およびその修正式の適合性について述べる。また、高圧下の砂と低圧下の粘土の応力・ひずみ特性の類似性を示すために、正規圧密されたカオリンに対する実験結果をも併せて示すことにする。

2. 材料定数 λ および κ

前報でも述べたように、Critical state の概念に基づ

き等方硬化性材料に対して導びかれた Roscoe らの応力・ひずみ式では、3つの材料定数 λ 、 κ および M が用いられる。これらのうち λ および κ は、等方圧力による負荷・除荷試験に基づいて描いた $e \sim \ln p_i$ 曲線の勾配から決定される。ここに、 e は供試体の間げき比、 p_i は等方圧力である。

2.1 カオリンの λ 値および κ 値

高圧下の砂と対比すべき粘土試料として、宇部市で採取したカオリン（以後宇部カオリンと呼ぶ）を用いた。本試料の粒度組成および物理的性質は、Fig. 1に示されている。試料の λ および κ の値を決定するためには、等方圧力下における負荷・除荷試験を行なう必要がある。しかし、この試験結果はまだ得られていないので、ここでは圧密試験の結果に基づいて本試料の λ および κ の値を推定することにした。すなわち、圧

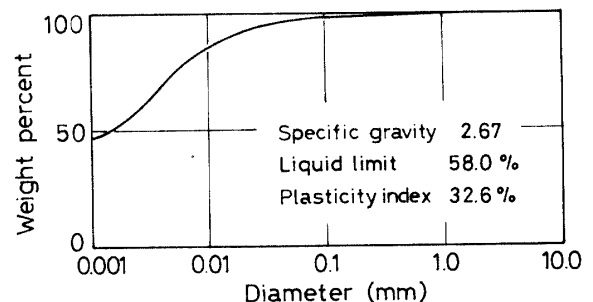


Fig. 1 Particle size distribution and some properties of the Ube kaolin.

* 土木工学科

** 九州大学大学院

*** パシフィックコンサルタンツ (株)

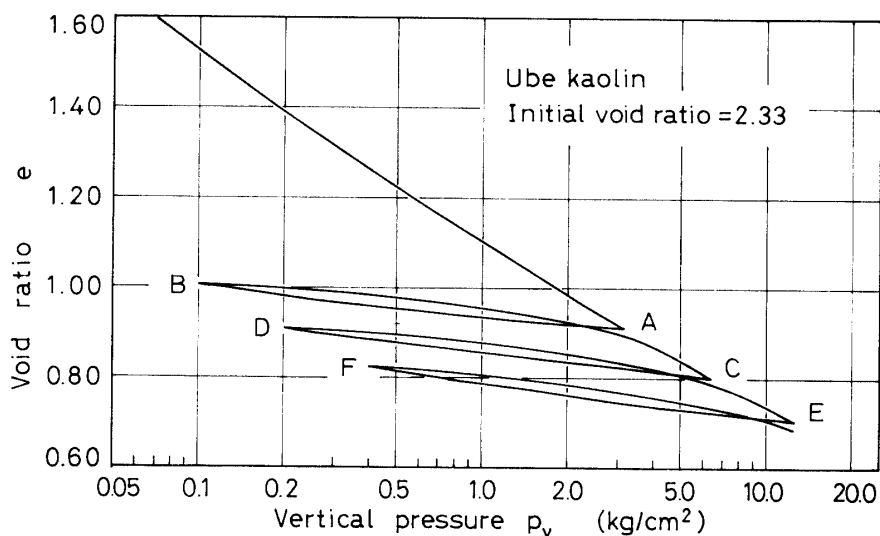


Fig. 2 Relation between void ratio e and vertical pressure p_v on Ube kaolin. Loading was started on the sample of slurry state ($w_i=87\%$) in an oedometer.

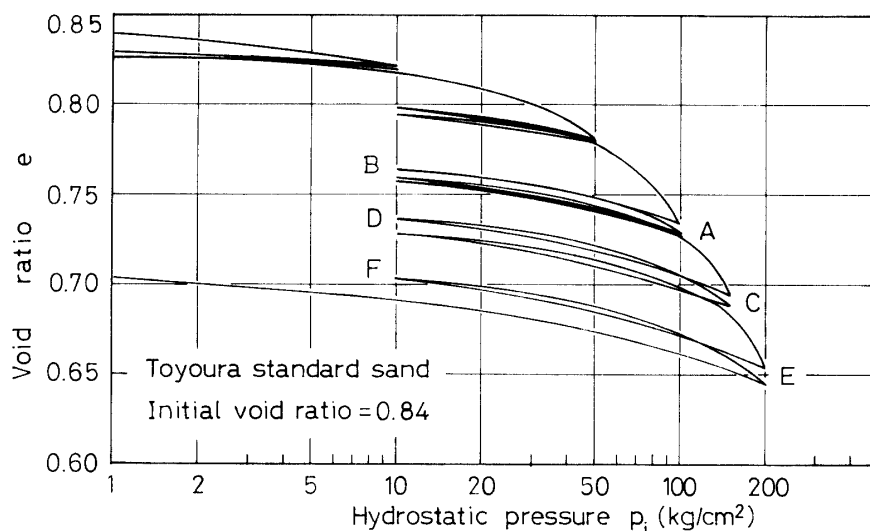


Fig. 3 Relation between void ratio e and hydrostatic pressure p_i on the Toyoura standard sand.

密圧力を p_c として、 $e \sim \ln p_c$ 関係の正規圧密曲線の勾配から λ を、また膨張・再負荷曲線の勾配から κ を求めた。Amerasinghe らが示したデータによれば、 $e \sim \ln p_c$ 曲線と $e \sim \ln p_i$ 曲線はある程度のずれは生じるものの両曲線の勾配の大きさはあまり変わらないようである³⁾。このことから、 $e \sim \ln p_c$ 曲線に基づいて決定した材料定数を用いても、結果に及ぼす影響は小さいと考えたものである。

さて、宇部カオリンの圧密試験は次の方法で行なった。すなわち、含水比87%のスラリー状態の試料を圧密リング（内径60mm、高さ20mm）に充填し、加圧板を載せて水浸箱中で24時間静置した。加圧板をとおして試料の高さを測定したのち、標準的圧密試験方法に準じて、負荷・除荷を行なった。実験の結果は、Fig. 2に示すとおりであった。この曲線の正規圧密部

分の勾配から $\lambda=0.135$ 、膨張・再負荷部分の平均的勾配から $\kappa=0.027$ なる値を得た。

2.2 ゆるづめ豊浦標準砂の λ 値および κ 値

豊浦標準砂を用いて間げき比がおよそ0.84のゆるづめ供試体（直径約50mm、高さ約130mm）を作製し、高圧三軸圧縮試験機による等方圧縮試験を行なって本試料の材料定数 λ および κ を求めた。なお、豊浦標準砂の性質および供試体の作製方法については文献⁴⁾に、また、繰返し等方圧縮試験の方法については前報²⁾にそれぞれ詳述しているのでここでは省略する。

200 kg/cm² までの等方圧力下で負荷・除荷試験を行なった場合のゆるづめ砂の $e \sim \log_{10} p_i$ 曲線は Fig. 3に示すようであった。同図の A, C, E 点を包絡する曲線は、主として粒子破碎に起因する不可逆の間げき比変

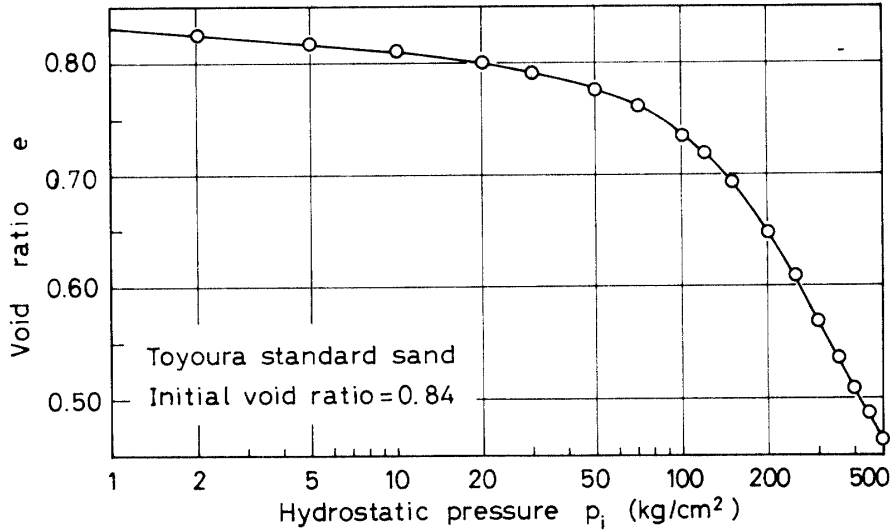


Fig. 4 $e \sim \log_{10} p_i$ curve of the Toyoura standard sand in a loose state in a simple isotropic compression test.

化を生じる領域であって、粘土における正規圧密曲線に相当すると考えることができる。また、*AB*, *CD*, *EF*などの除荷・再負荷過程においては、 $e \sim \log_{10} p_i$ 特性はおおむね可逆的であるとみなすことができよう。さて、 λ の値を求めるためには、除荷・再負荷の影響を受けていない $e \sim \log_{10} p_i$ 曲線 (Fig. 4) に基づいて求める方が確かであると考えられる。この図の正規圧密部分の曲線勾配から、ゆるめ砂の λ の値として $\lambda = 0.203$ なる値を得た。一方、 κ の値については、Fig. 3の除荷・再負荷曲線の平均的勾配から、 $\kappa = 0.014$ を得た。この除荷・負荷曲線の勾配に比べて、Fig. 4の低圧域における曲線勾配はやや大きい値となっているが、これはゆるめ砂の異方性⁵⁾ によるものである。これに対して、ほぼ等方的である密め砂の場合には、低圧域における処女圧縮曲線 ($e \sim \log_{10} p_i$) の勾配と除荷・負荷曲線の勾配とはほぼ同じ大きさを示す²⁾。

3. 材料定数 M

3.1 宇部力オリンの M 値

材料の摩擦特性を表わす定数 M は、限界状態に達したときの応力比 η で与えられる。すなわち、

$$M = \eta_{cs} = \left(\frac{q}{p} \right)_{cs} \quad (1)$$

ここに、 q は軸差応力 ($=\sigma'_1 - \sigma'_3$)、 p は平均主応力 ($=(\sigma'_1 + 2\sigma'_3)/3$) である。また、脚符 cs は限界状態 (critical state) における値を示す。理想的な条件の下では、破壊時をもって限界状態と考えることができようが、通常のせん断試験においては、供試体全体が限界状態に達する以前に卓越すべり面に沿って破壊が生

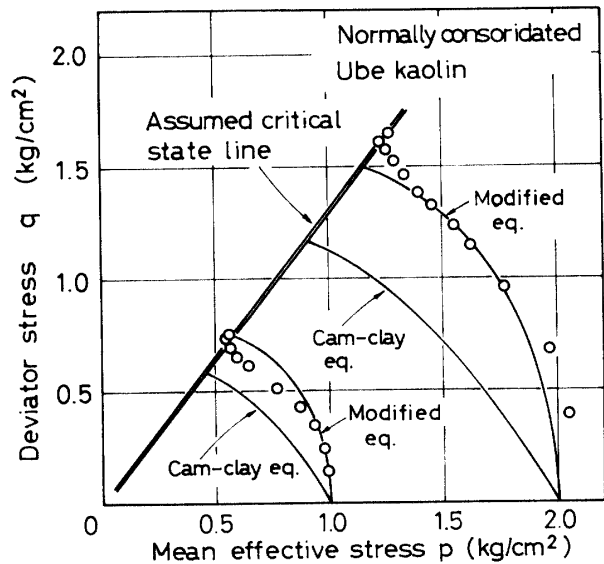


Fig. 5 Determination of soil constant M on the Ube kaolin based on data from consolidated undrained shear tests.

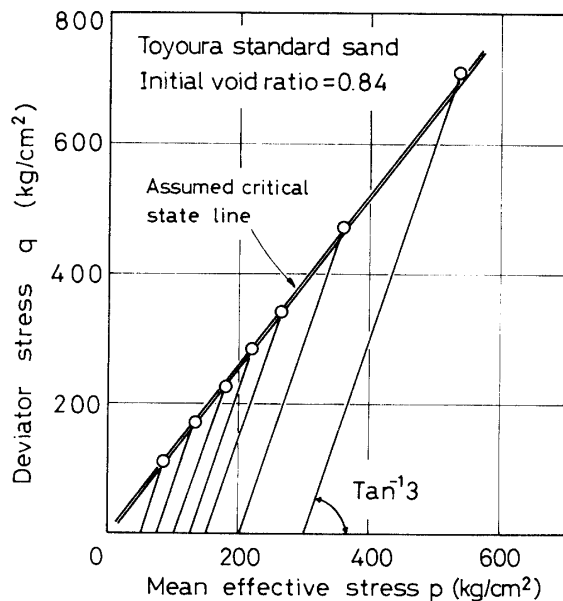
じてしまう。その結果、一般に破壊時の応力比 η_f は限界状態における応力比 η_{cs} よりやや低い値になると考えられている⁶⁾。しかしここでは、 η_{cs} すなわち M の値は近似的に η_f によって与えられるものとして、圧密非排水せん断試験における破壊時の応力に基づいて M の値を求めた。Fig. 5は、実験試料に対する圧密非排水せん断試験の有効応力径路を示すものであり、それらの破壊応力点と原点とを通る直線 (限界状態線) を引いて、その勾配からカオリンの M 値として $M = 1.30$ なる値を得た。

3.2 ゆるめ砂・豊浦標準砂の M 値

実験試料の M 値は、次の方法で求めた。すなわち、いろいろな拘束圧の下での排水三軸圧縮試験の結果を

Table. 1 Soil constants of the tested samples compared with others.

Constants	Klein Belt Ton	Wiener Tegel V	London Clay	Weald Clay	Ube Kaolin	Toyoura Standard Sand
λ	0.356	0.122	0.161	0.093	0.135	0.203
κ	0.184	0.026	0.062	0.035	0.027	0.014
M	0.845	1.01	0.888	0.95	1.30	1.30
G_s	2.77	2.76	2.75	2.75	2.67	2.65
	Hvorslev		Parry		Authors	

Fig. 6 Determination of soil constant M on the Toyoura standard sand based on data from drained shear tests.

$p \sim q$ 図上にプロットし、原点と破壊点を通る直線を限界状態線であるとみなして、この直線の勾配を M 値とした。Fig. 6 は、豊浦標準砂の飽和ゆるづめ供試体についての $p \sim q$ プロットを示すものであり、これより $M=1.30$ となる。

以上に求めた正規圧密カオリンおよびゆるづめ豊浦標準砂の材料定数をまとめ、他の材料の定数と比較して示したのが Table. 1 である。

4. 応力・ひずみ関係

4.1 応力・ひずみ式

Roscoe ら¹⁾ によって与えられた応力・ひずみ式は次のようである。

まず、 $\delta W = Mp \delta \epsilon$ なる仕事式を前提とする Cam-clay 式では、体積ひずみ増分 δv およびせん断ひずみ増分 $\delta \epsilon$ はそれぞれ次のように表わされる。

$$\delta v = \frac{1}{1+e} \left\{ \frac{(\lambda - \kappa) \delta \eta}{M} + \frac{\lambda \delta p}{p} \right\} \quad (2)$$

$$\delta \epsilon = \frac{\lambda - \kappa}{1+e} \left\{ \frac{p \delta \eta + M \delta p}{M p (M - \eta)} \right\} \quad (3)$$

次に、Burland による新仕事式 $\delta W = p \sqrt{(\delta v)^2 + (M \cdot \delta \epsilon)^2}$ を用いて修正された応力・ひずみ式は修正式と呼ばれており次式で与えられる。

$$\delta v = \frac{1}{1+e} \left\{ \frac{(\lambda - \kappa) 2 \eta \delta \eta}{M^2 + \eta^2} + \frac{\lambda \delta p}{p} \right\} \quad (4)$$

$$\delta \epsilon = \frac{\lambda - \kappa}{1+e} \left(\frac{2 \eta}{M^2 - \eta^2} \right) \left(\frac{2 \eta \delta \eta}{M^2 + \eta^2} + \frac{\delta p}{p} \right) \quad (5)$$

せん断中の応力径路に沿って上式を積分すれば、おのおのについての応力とひずみの関係が得られる。本文では、拘束圧一定の排水せん断試験の場合について、上記の各式に基づく理論曲線と実験によって得た応力・ひずみ曲線とを比較検討する。このせん断試験条件の場合には、 $dp/p = d\eta/(3 - \eta)$ なる関係があるから、これを式 (2)~式 (5) に代入して積分すればおのおの次のようになる。

まず、Cam-clay 式については、

$$v = \frac{1}{1+e} \left\{ \frac{(\lambda - \kappa) \eta}{M} - \lambda \ln(3 - \eta) + C_1 \right\} \quad (6)$$

$$\epsilon = \frac{\lambda - \kappa}{1+e} \left\{ \frac{1}{3 - M} \ln \left(\frac{3 - \eta}{M - \eta} \right) - \frac{1}{M} \ln(M - \eta) + C_2 \right\} \quad (7)$$

次に、修正式については、

$$v = \frac{1}{1+e} \left\{ (\lambda - \kappa) \ln(M^2 + \eta^2) - \lambda \ln(3 - \eta) + C_3 \right\} \quad (8)$$

$$\epsilon = \frac{2(\lambda - \kappa)}{1+e} \left\{ \frac{3 \ln(M + \eta)}{2M(3 + M)} - \frac{3 \ln(M - \eta)}{2M(3 - M)} - \frac{1}{M} \tan^{-1} \left(\frac{\eta}{M} \right) + \frac{3 \ln(3 - \eta)}{9 - M^2} + C_4 \right\} \quad (9)$$

上記各式において、 e は等方圧縮後の間げき比を示す。また、積分定数 $C_1 \sim C_4$ は、 $\eta=0$ で $\epsilon=0$ 、 $v=0$ なる条件により求められる。宇部カオリンについては、 $C_1=0.223$ 、 $C_2=-0.290$ 、 $C_3=0.092$ 、 $C_4=-0.343$ 、またゆるづめ豊浦標準砂については、 $C_1=0.223$ 、 $C_2=-0.290$ 、 $C_3=0.124$ 、 $C_4=-0.343$ である。

4.2 排水せん断試験

式(6)～式(9)の実験結果への適合性を調べるにあたって、豊浦標準砂の飽和ゆるづめ供試体については、既に報告した実験結果⁴⁾を用いることにする。なお、この実験は、ひずみ制御方式で行なったものである。

宇部カオリンについては、圧密槽で等方圧密した試料に対して、標準的三軸圧縮試験機を用いて応力制御方式の排水せん断試験を行なった。まず、試料の圧密については、含水比87%のスラリー状の試料を、直径約40cm、高さ約20cmのゴム円筒と上下面の排水盤からなる圧密容器に充填し、これに0.3kg/cm²の静水圧を負荷した。7日間圧縮した後、直径7cmのシンウォールサンプラーを用いて試料を取出し、水中に保存した。この試料から直径3.4cm、高さ7cmの供試体を切出してせん断試験に供した。

宇部カオリンに対する排水せん断試験の方法は次のとおりである。排水を容易にするために、供試体側面を縞状の口紙で囲み、所定の静水圧の下で24時間圧密した。しかるのち、三軸圧縮試験機の載荷フレームの下部に取付けられている容器に、1時間当り600gの割合で軸荷重が増加するように水滴を落とした。せん断試験中の適当な時間に、供試体の排水径路を間げき水圧計に接続し、過剰間げき水圧が発生していないことを確かめつつ実験を行なった。

4.3 実験曲線と予測曲線の比較

正規圧密された宇部カオリンについて、応力比 η ($=q/p$) と体積ひずみ v およびせん断ひずみ ϵ ($=\epsilon_1 - (v/3)$) の関係を示したのが Fig. 7 および Fig. 8 である (ただし、 v および ϵ は自然ひずみで表わしている。以下同じ)。これらの図において、白丸印および実線は拘束圧 σ'_3 が 0.5kg/cm² の場合の実測値および予測値を示し、黒三角印および破線は $\sigma'_3=1.0$ kg/cm² の場合の実測値および予測値を示す。また、Fig. 7 および Fig. 8 を合わせて、軸差応力 q ～ 軸ひずみ ϵ_1 ～ 体積ひずみ v の関係に描いたのが Fig. 9 である。

次に、豊浦標準砂の飽和ゆるづめ供試体の $\eta \sim v$ 、 $\eta \sim \epsilon$ および $q \sim \epsilon_1 \sim v$ 関係曲線は、おのおの Fig. 10 ～ Fig. 12 に示されている。これらの図を先に示した Fig. 7 ～ Fig. 9 と比較すると、高圧下における砂の応力・ひずみ挙動は低圧下における正規圧密粘土の応力・ひずみ挙動とよく類似するものであることがわかる。

応力・ひずみ関係の実験曲線に対する Cam-clay 式および修正式の適合性は、Fig. 9 ならびに Fig. 12 についていえば次のようにいえる。まず、軸差応力～軸ひ

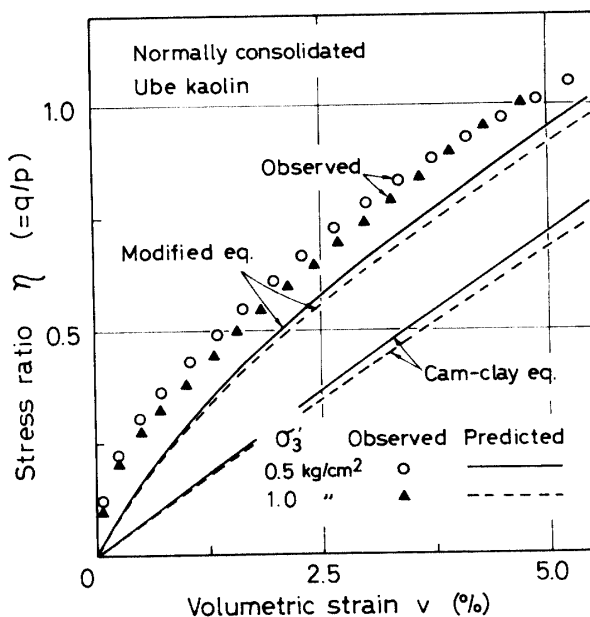


Fig. 7 Relation between stress ratio η and volumetric strain v on the normally consolidated Ube kaolin in drained shear tests.

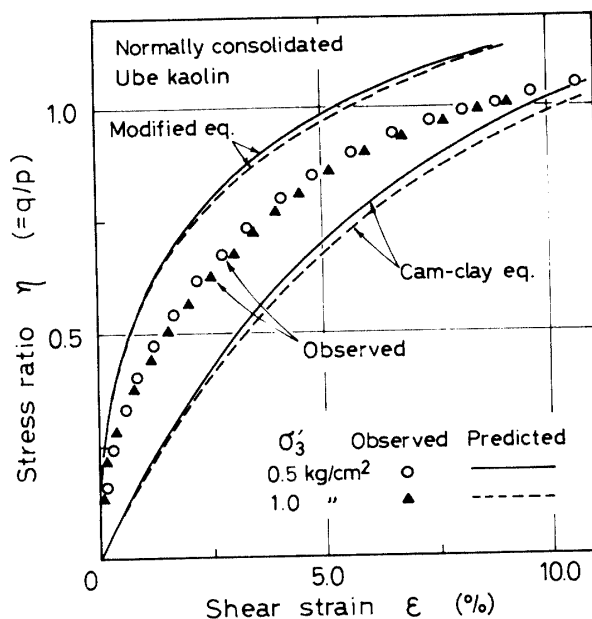


Fig. 8 Relation between stress ratio η and shear strain ϵ on the normally consolidated Ube kaolin in drained shear tests.

ずみ関係については、宇部カオリンと豊浦標準砂のいずれの場合にも、Cam-clay 式よりは修正式の方が実験曲線に近いようである。これに対して、軸ひずみ～体積ひずみ関係に関しては、前記の場合とは逆に、Cam-clay 式の方が実測値に近い変化を示す。周知のように、Cam-clay 式および修正式は、正規圧密粘土に対して適用する場合においてさえ、なおいろいろな問題点を含んでいる。また、先述したように、ここで

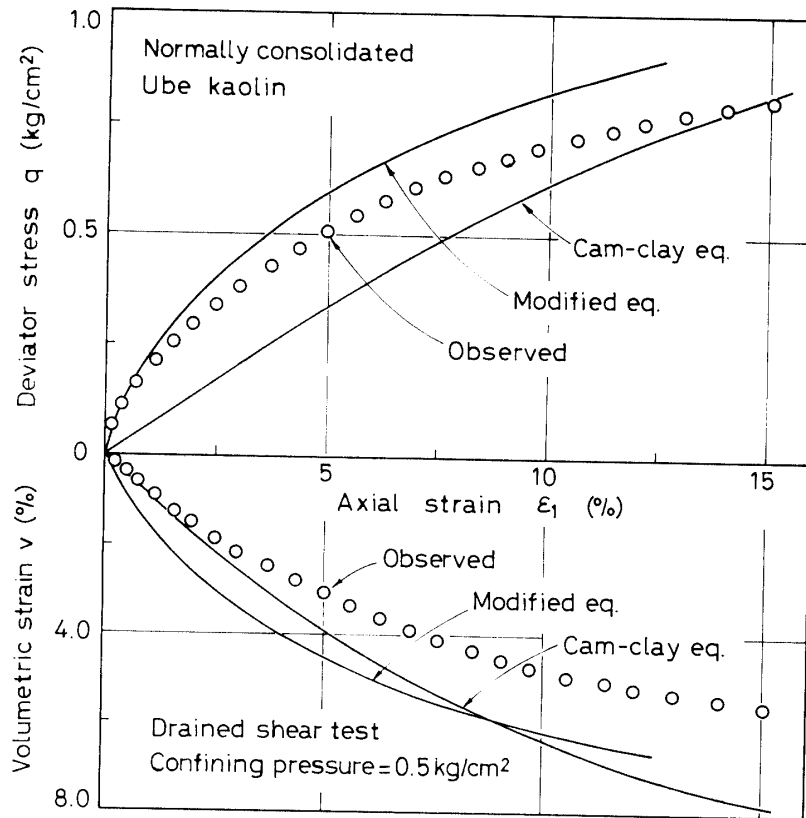


Fig. 9 Comparison of predicted stress-strain curve with observed on the normally consolidated Ube kaolin in drained shear test.

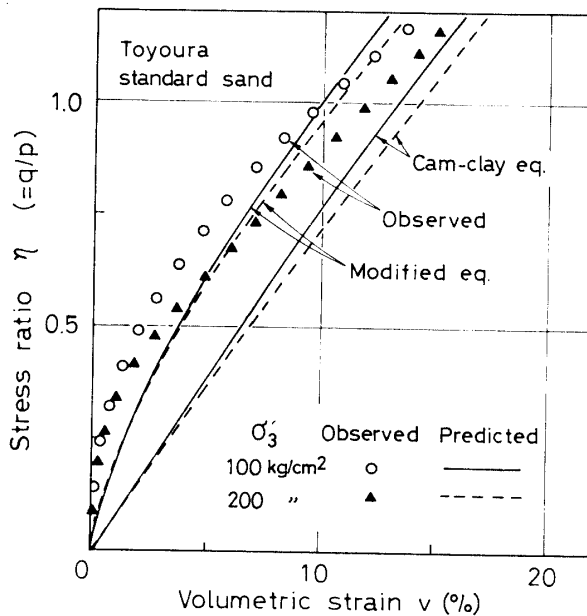


Fig.10 Relation between stress ratio η and volumetric strain v on the Toyoura standard sand in a loose state in drained shear tests.

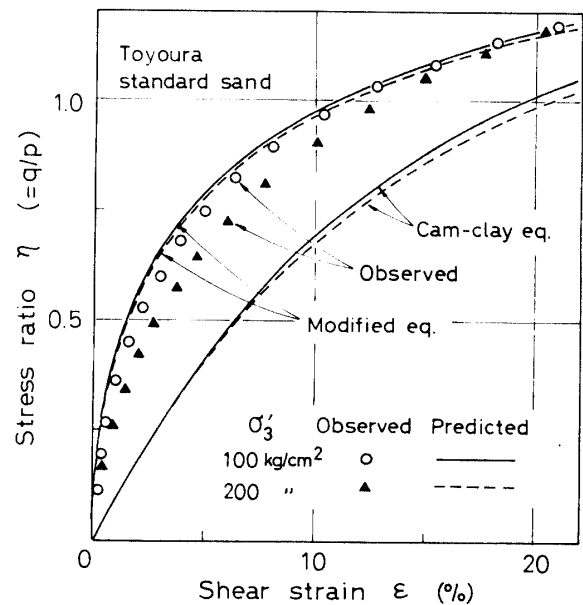


Fig.11 Relation between stress ratio η and shear strain ϵ on the Toyoura standard sand in a loose state in drained shear tests.

用いている材料定数は必ずしも十分なものと云いがたい。このようなことから、Cam-clay式と修正式の実験結果に対する適合性の優劣を論じることはここではしない。しかしながら、Fig. 7からFig.12までに示さ

れた結果から次のように述べることは差支えないであろう。すなわち、Rcscoeらが正規圧密粘土に対して導いた応力・ひずみ式を用いれば、少なくとも正規圧密粘土に対するのと同じ程度の精度において、高圧下

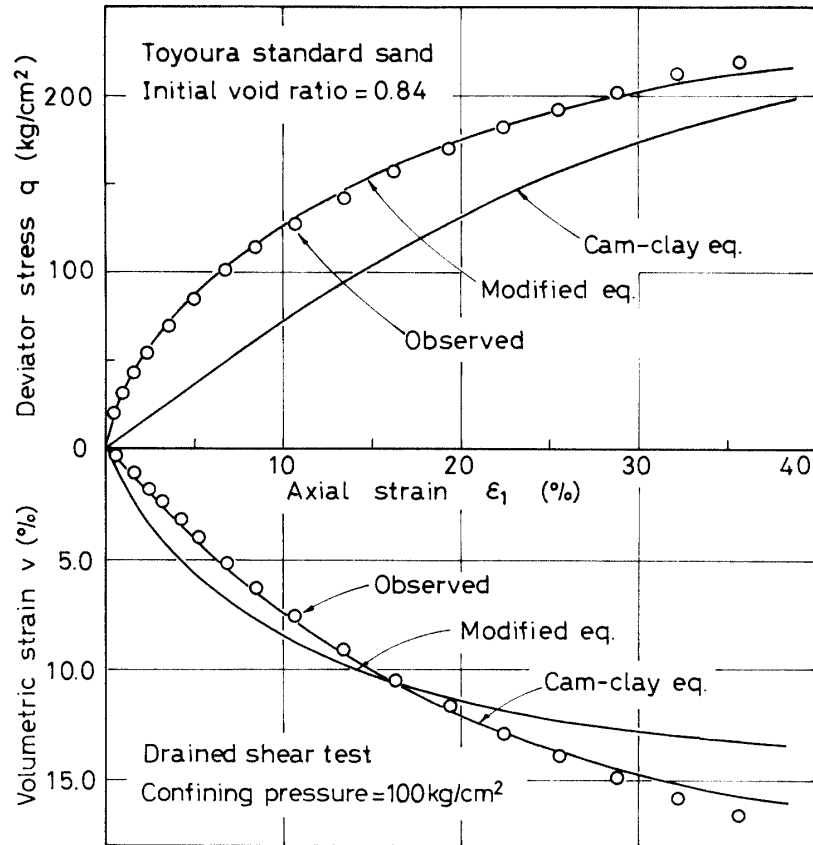


Fig.12 Comparison of predicted stress-strain curve with observed on the Toyoura standard sand in a loose state in drained shear test.

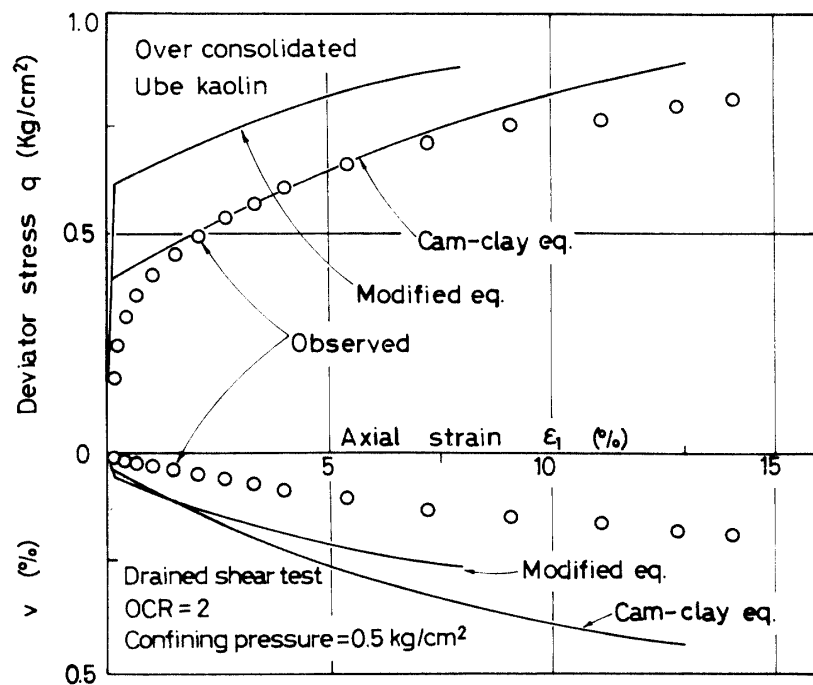


Fig.13 Comparison of predicted stress-strain curve with observed on the overconsolidated Ube kaolin in drained shear test.

における豊浦標準砂の応力・ひずみ曲線を予測し得る。
次に、過圧密された供試体の応力・ひずみ関係につ

いて、実験曲線に対する Cam-clay 式および修正式の
適合性について述べる。正規圧密カオリンおよびゆる

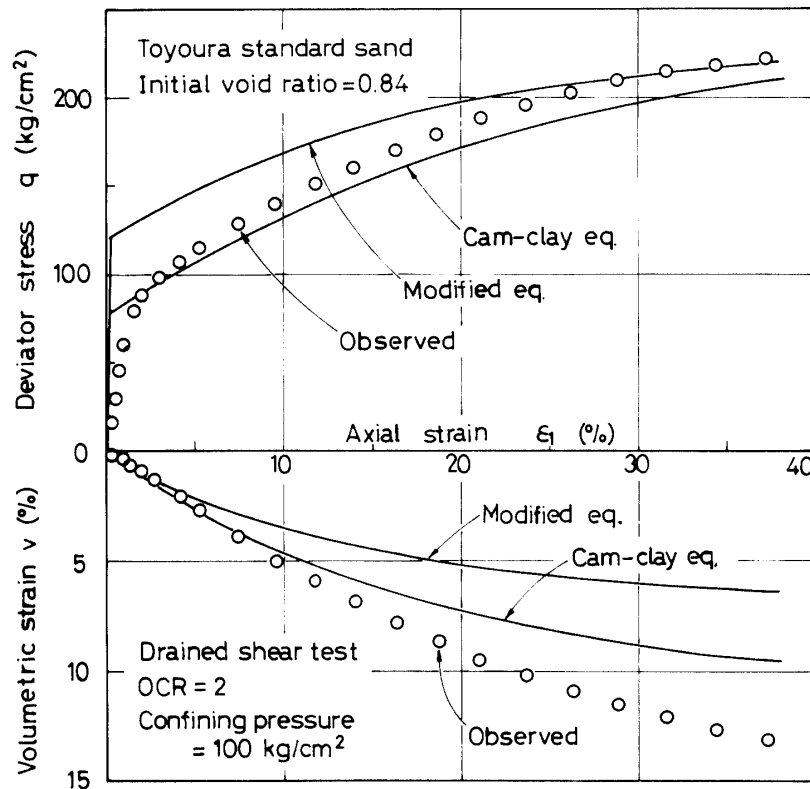


Fig.14 Comparison of predicted stress-strain curve with observed on the Toyoura standard in a loose state in drained shear test.

づめ豊浦標準砂の過圧密比 (OCR)=2の供試体に対する排水三軸圧縮試験の結果は、Fig.13およびFig.14に示すとおりであった。また、これらの図に描かれている予測曲線は、排水せん断試験中の応力が降伏曲線に達するまでは弾性的体積ひずみのみを生じ、応力が降伏曲線を切ってその外側に出た後に塑性的せん断ひずみおよび塑性的体積ひずみを生じると考えて求めたものである⁷⁾。

Fig.13およびFig.14に示される結果から、過圧密カオリンおよび過圧密ゆるづめ豊浦標準砂の応力・ひずみ曲線は、第1次近似として、Cam-clay式またはその修正式によって予測できるといえる。

5. まとめ

高圧下の砂の応力・ひずみ関係は Roscoe らが提案した応力・ひずみ式で予測できるのではないかと、この観点から、前報²⁾では密に締った豊浦標準砂について、また本報ではゆるい状態の同試料について検討した。その結果、正規圧密状態、すなわち高い等方圧力下で主として粒子破碎に起因して不可逆の間げき比変化を生じる状態の砂の応力・ひずみ挙動は、近似的に Cam-clay式またはその修正式によって予測し得ることが示

されたと考える。

しかしながら、前報をも含めて以上に述べた議論は、高圧下における砂の応力・ひずみ挙動を解明するための端緒を与えたに過ぎず、解決すべき重要な課題はなお残されたままである。たとえば、Cam-clay式および修正式は、いずれも降伏曲線内部における塑性的せん断ひずみの発生を無視しているが、この仮定は正規圧密粘土においてさえ問題であることを Roscoe ら自身が認めている¹⁾。また、Roscoeらの議論は、関連する流れ法則 (Associated flow rule) に立脚したものであるが、この点について吟味しておくことは重要であろう。このほかに、材料の異方性の問題、材料定数の決定法に関する問題、等々があり、今後これらの問題についても検討していきたい。

最後に、カオリンの圧密からびにせん断試験を行なうにあたって、種々便宜を図っていただいた本学大原資生教授に感謝の意を表します。また、本研究は、文部省科学研究費 (昭和51年度) の補助を受けて行なったことを付記する。

文 献

1) Roscoe, K.H. and Burland, J.B. : Engineering Plasti-

- city, Cambridge Univ. Press (1975) pp.535~609
- 2) 三浦哲彦・岡田進：山口大学工学部研究報告, **26**, 35 (1975)
 - 3) Amerasinghe, S.F. and Parry, H.G. : Proc. ASCE, **101**, 1277 (1975)
 - 4) Miura, N. and Yamanouchi, T. : Soils and Foundations, **15**, 23 (1975)
 - 5) 三浦哲彦・山本哲朗：土質工学会論文報告集, **16**, 123(1976)
 - 6) Schofield, A.N. and Wroth, C.P. : Critical State Soil Mechanics, McGraw-Hill Book Company (1968)
 - 7) 乗安直人：卒業研究(1976)

(昭和51年10月15日受理)