

# スパイラキシャルスクリュー歯形を有する ローターの動つりあいについて

日高 照晃\*・石田 武\*・王 宏猷\*\*  
福田 徹也\*\*\*

## Dynamic Balancing of Spiraxial Screw Blower Rotor

Teruaki HIDAKA, Takeshi ISHIDA, Hong-you WANG and Tetsuya FUKUDA

### Abstract

The blower rotor whose tooth is composed with a spiraxial screw has been used in a vacuum pump. However, it was difficult to dynamically balance this rotor because of its complex tooth shape. In this paper, the dynamic balance of the above mentioned rotor was analyzed theoretically, and the simple method was proposed to dynamically balance the rotor.

### 1. 緒言

工業の発展に伴って、種々の分野で高性能の真空ポンプが要求されている。真空ポンプとして、右ねじれと左ねじれの2個のらせん歯車を密にかみ合わせて、これらの螺旋歯車の噛み合い線を利用し、螺旋歯車とケーシングとの間に独立した密封室をつくり、気体を軸方向に移送するスクリューポンプがある。スクリューポンプの代表的な歯形は、クインビー形（角形）であるが、このクインビー歯形では、相互の螺旋歯車の噛み合い部に気体の通路が生じ、完全な密封室を形成することができない。このため、気体を圧縮・吸引する装置としては非常に効率の悪いものとなる。そこで、この気体の逆流する通路をできるだけ遮断するために、歯形をエピトロコイドとアルキメデス螺旋線で合成したスパイラキシャルスクリュー歯形が開発され、この歯形を持ったローターを鋳造によって製作している<sup>1)</sup>。スパイラキシャルスクリュー歯形は線シールであり、ローター同士の噛み合わせが容易で気体の閉じ込み現象が起こらないため、異常負荷がかからない等の特長があ

るが、反面、非対称歯形のため、ローターの動バランスが非常に悪くなる欠点がある。

本研究では、このスパイラキシャルスクリューローターの動バランスを理論的に考察した結果、比較的簡単に動バランスを取る方法を見出したので、報告する。

### 2. ローターの構造と不釣合い

Fig. 1はスパイラキシャルスクリューローターの外観図であり、このローターおよび、このローターと逆ねじれのローターの2個のローターを噛み合わせて真空ポンプを製作している。Fig. 2 (a)は、スパイラキシャルスクリューローターの軸方向断面図であり、Fig. 2 (b)は、その軸直角断面図である。Fig. 2 (b)において、回転中心をz軸とし、x, y平面の原点に取り、ローターの外半径を $R_a$ 、軸半径を $R_b$ とし、原点

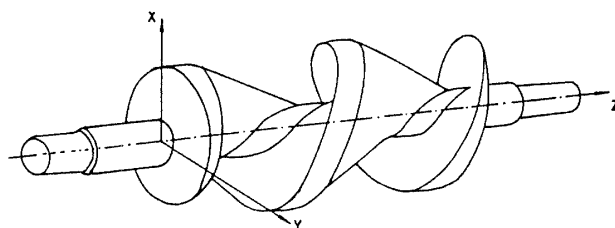
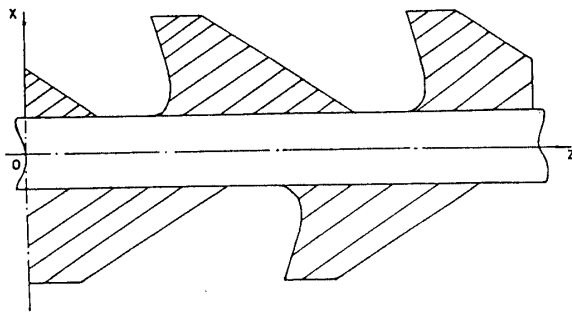


Fig. 1 Schema of the spiraxial screw rotor.

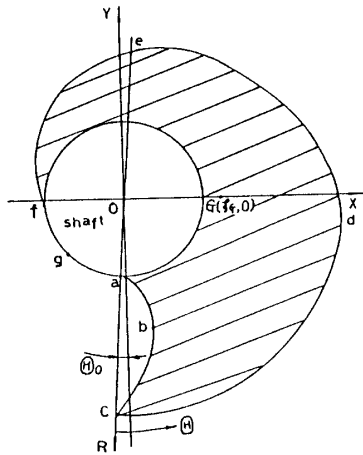
\*生産機械工学科

\*\*大学院生産機械工学専攻

\*\*\*大晃機械工業（株）



(a) Longitudinal section



(b) Section perpendicular to the longitudinal axis

Fig. 2 Sections of the spiraxial screw rotor.

o と先端 c を結んだ直線を角度の基準に取り，極座標を用いると，ローター外形の曲線は次のように表わされる。

- 1) c d 区間： $R(\theta) = R_a \quad (0 \leq \theta \leq \theta_1)$
  - 2) d e 区間： $R(\theta) = R_a - \frac{R_a - R_b}{b_o} \left( \frac{L}{2\pi} \theta - a_o \right)$   
 $(\theta_1 < \theta \leq \pi)$
  - 3) e f 区間： $R(\theta) = \frac{R_a + R_b}{2} - \frac{R_a - R_b}{b_o - 2c_o} \left( \frac{L\theta}{2\pi} - \frac{L}{2} \right)$   
 $(\pi < \theta \leq \theta_2)$
  - 4) f g a 区間： $R(\theta) = R_b \quad (\theta_2 < \theta \leq 2\pi)$
  - 5) a b c 区間：  
$$\theta = \cos^{-1} \frac{(R_a + R_b)^2 (R_a^2 + R^2) - (R^2 - R_a^2)^2}{2(R_a + R_b)^2 R R_a}$$
  
 $(R_b \leq R \leq R_a)$
- ..... (1)

ただし， $\theta_1 = 2\pi a_o / L$

$\theta_2 = 2\pi (a_o + b_o + c_o) / L$

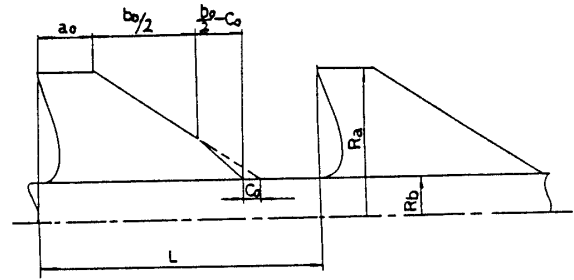


Fig. 3 Symbols of the spiraxial screw rotor.

であり， $R_a, R_b, a_o, b_o, c_o$ は，Fig. 3 に示すローターのパラメータである。任意の円周方向角度位置の軸方向断面は，Fig. 2 (a) の図形が前方または後方に移動したものである。また，任意の軸方向位置の軸直角断面は Fig. 2 (b) の図形がある角  $\theta$  ほど回転したものであり，ローター全長で考えると，2回転のねじれ（ねじり角 =  $4\pi$ ）で，進み距離 =  $2L$  ( $L$  をピッチ) となる。いま， $z = 0$  の面において，Fig. 2 (b) のように，断面の重心が X 軸上にあるように座標を取り，重心の座標を  $(\xi_c, 0)$  とする。なお，Fig. 2 (b) の  $\theta_0$  は式 (1) より重心を計算した後で求まるものである。Fig. 2 (b) より明かなように，任意の軸方向断面では明かに回転中心と重心が一致していないので，不釣り合いがあるが，全体としては，同一断面を 2 周期ねじることになるので，全体としての静的釣り合いはとれる。すなわち，x 方向と y 方向の不釣り合い慣性力の総和はそれぞれ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} (m_c r)_x &= L/2\pi \int_0^{4\pi} S_0 \xi_c \rho \cos \theta d\theta = 0 \\ (m_c r)_y &= L/2\pi \int_0^{4\pi} S_0 \xi_c \rho \sin \theta d\theta = 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

ここで， $S_0$  : 軸直角断面の偏心面積(影部分の面積)  
 $\xi_c$  : 軸直角断面の影部分の重心と原点の距離  
 $\rho$  : 材料の密度  
 $L$  : ピッチ  
 $\theta$  : 任意の角度位置  
 $z = L \theta / 2\pi$  :  $\theta$  によって決まる z 軸方向の位置。

以上のように不釣り合い慣性力の総和は零になるが，A 端 ( $z = 0$ ) に対する不釣り合いモーメント  $M_A$  と B 端 ( $z = 2L$ ) に対する不釣り合いモーメント  $M_B$  は存在する。これらの A 端，B 端に対する不釣り合いモーメントの x, y 方向の成分はそれぞれ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned}
 M_{AX} &= -(L/2\pi)^2 \int_0^{4\pi} S_0 \xi_G \rho \theta \sin \theta d\theta \\
 &= L^2/\pi \cdot S_0 \xi_G \rho \\
 M_{AY} &= (L/2\pi)^2 \int_0^{4\pi} S_0 \xi_G \rho \theta \cos \theta d\theta \\
 &= 0 \\
 M_{BX} &= (L/2\pi)^2 \int_0^{4\pi} S_0 \xi_G \rho \theta \sin \theta d\theta \\
 &= -L^2/\pi \cdot S_0 \xi_G \rho \\
 M_{BY} &= -(L/2\pi)^2 \int_0^{4\pi} S_0 \xi_G \rho \theta \cos \theta d\theta \\
 &= 0
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

式(3)より、 $M_{AX} = -M_{BX}$ 、 $M_{AY} = M_{BY} = 0$ であるので、A、B両端に対する不釣り合いモーメントで一对の偶力を構成しているのがわかる。この不釣り合い偶力による両端の不釣り合いは

$$\begin{aligned}
 F_G &= (L^2/\pi \cdot S_0 \xi_G \rho)/(2L) \\
 &= LS_0 \xi_G \rho/2 \quad \dots \dots \dots (4)
 \end{aligned}$$

となる。

3. 不釣り合いと不釣り合いモーメントの分布の特徴

軸方向の各位置における不釣り合い慣性力の分布を Fig. 4 に示す。Fig. 1 の z の位置におけるベクトルは、Fig. 4 では  $\theta = 2\pi z/L$  の位置におけるベクトルに対応している。d z = L/(2\pi) \cdot d \theta となるので、微小角度 d \theta あたりの不釣り合いは

$$d(mr) = L/(2\pi) \cdot S_0 \xi_G \rho d\theta \quad \dots (5)$$

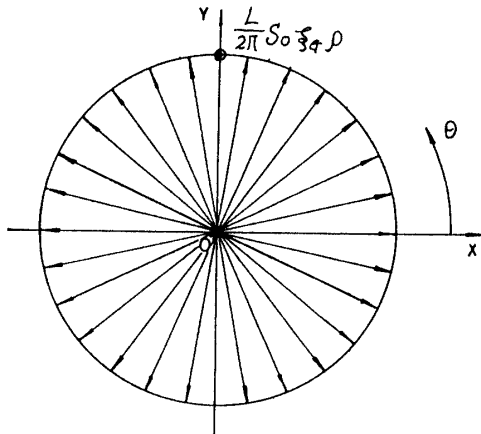


Fig. 4 Distribution of the unbalance inertia force.

になる。式(5)から明かなように、不釣り合いは軸方向ならびに円周方向に等分布している。したがって、座標原点に対して対称にローターに穴を開ければ、不釣り合いのバランスは元のまま維持できることがわかる。また、軸方向の各位置における不釣り合いの、A端、B端に関するモーメントを次式で定義する。

$$\left. \begin{aligned}
 dM_{AX} &= -(L/2\pi)^2 \cdot S_0 \xi_G \rho \theta \sin \theta d\theta \\
 dM_{AY} &= (L/2\pi)^2 \cdot S_0 \xi_G \rho \theta \cos \theta d\theta \\
 dM_{BX} &= (L/2\pi)^2 \cdot S_0 \xi_G \rho \theta \sin \theta d\theta \\
 dM_{BY} &= -(L/2\pi)^2 \cdot S_0 \xi_G \rho \theta \cos \theta d\theta
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

A 端に対する不釣り合いモーメント  $\sqrt{(dM_{AX}^2 + dM_{AY}^2)}$  を示すと、Fig. 5 のようになる。Fig. 5 から分かるように、A端に対する不釣り合いモーメントは、 $\theta$  の増加とともに増大しているが、 $\theta = 0 \sim \pi$  ( $z = 0 \sim L/2$ )、 $2\pi \sim 3\pi$  ( $z = L \sim 3L/2$ ) と  $\theta = \pi \sim 2\pi$  ( $z = L/2 \sim L$ )、 $3\pi \sim 4\pi$  ( $3L/2 \sim 2L$ ) の部分は互いに打消すことになり、式(3)からも明らかなように、不釣り合いモーメントは、y 方向には零となり、x 方向だけの成分が残ることになる。この X 方向の成分を取り除くために穴開けをすれば、明かに  $\theta = 3\pi \sim 4\pi$  の間にしなければならぬ。しかし、 $\theta = 3\pi \sim 4\pi$  の間に穴開けをすれば、新たな不釣り合いと x 方向の不釣り合いモーメントが生じてくる。式(6)の第1式より

$$\int_0^\pi dM_{AX} = - \int_{3\pi}^{4\pi} M_{AX} \quad \dots \dots \dots (7)$$

であり、また、 $0 \sim \pi$  の  $M_{AX}$  は X 方向に残っている不釣り合いモーメントと逆方向であるが、 $\theta = 3\pi \sim 4\pi$  の  $M_{AX}$  よりかなり小さいので、 $\theta = 0 \sim \pi$  ( $z = 0 \sim L/2$ )、 $3\pi \sim 4\pi$  ( $z = 3L/2 \sim 2L$ ) の両区間で同時に穴開けすれば、x 方向の不釣り合いモーメントが十分に減少できるし、y 方向の不釣り合いモーメントのバランスも維持できるこ

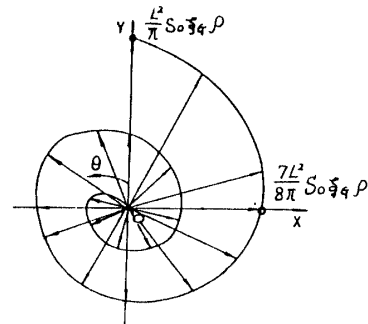


Fig. 5 Distribution of the unbalance moment.

とになる。

4. バランスの取り方

前述の分析により、 $\theta=0\sim\pi, 3\pi\sim4\pi$ の間、すなわち、両端から1/4の長さの間で、穴開けすればバランスを取るために十分有効であると考えられる。そこで、Fig. 2 (b) のようにx, y座標を取ったとき、穴の重心もX軸上にあるとし、また、加工の利便を考えて任意軸直角断面の穴の形を一定なものとする。Fig. 2 (b)の断面上で、面積 $S_a$ の穴の重心が $G_0(\xi_a, 0)$ にあると仮定すると、穴による不釣合いの総和は零となり、穴による不釣合い（負値と定義する）のA端に関するモーメントのx, y方向成分は次のように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} M_{AX}' &= \int_0^\pi (L/2\pi)^2 \cdot S_a \xi_a \rho \theta \sin \theta d\theta \\ &+ \int_{3\pi}^{4\pi} (L/2\pi)^2 \cdot S_a \xi_a \rho \theta \sin \theta d\theta \\ &= -3/(2\pi) S_a \xi_a \rho L^2 \\ M_{AY}' &= - \int_0^\pi (L/2\pi)^2 \cdot S_a \xi_a \rho \theta \cos \theta d\theta \\ &- \int_{3\pi}^{4\pi} (L/2\pi)^2 \cdot S_a \xi_a \rho \theta \cos \theta d\theta \\ &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

同様にB端に対しては、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} M_{BX}' &= 3/(2\pi) S_a \xi_a \rho L^2 \\ M_{BY}' &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

式(8), (9)より  $M_{AX}' = -M_{BX}'$ ,  $M_{AY}' = M_{BY}' = 0$  であるので、全体の不釣合いモーメントの平衡条件は、式(3), 式(8), 式(9)より、

$$\begin{aligned} M_{AX} + M_{AX}' &= L^2/\pi \cdot S_0 \xi_G \rho \\ -3/(2\pi) S_a \xi_a \rho &= 0 \end{aligned} \dots \dots \dots (10)$$

のようになる。すなわち、

$$S_0 \xi_G = (3/2) S_a \xi_a \dots \dots \dots (11)$$

が得られる。

式(11)が不釣合いを取り除くための穴の満足すべき条件を示している。式(11)を満足する穴の形を決め、この穴をローターの鑄造時に中子によって作製すれば、ほぼ動つりあいのとれたローターが作製できる。

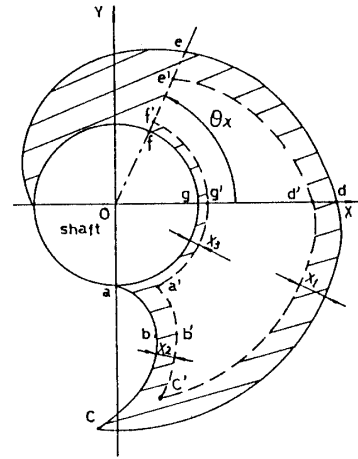


Fig. 6 Symbols showing the shape of the hole for balancing.

Table 1 Dimensions of the spiraxial screw rotor calculated.

a <sub>0</sub>	b <sub>0</sub>	c <sub>0</sub>	R <sub>a</sub>	R <sub>b</sub>	L
55mm	130mm	3 mm	200mm	70mm	240mm

Table 2 Result of balancing the rotor shown in Table 1.

X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	θ <sub>x</sub>	S <sub>0</sub>	ξ <sub>G</sub>
22.5mm	23.5mm	0.5mm	87°	46424mm <sup>2</sup>	85.5118mm
Amount of Unbalance					11143.5g.cm
Residual amount of unbalance after balancing					22.29g.cm
Residual unbalance ratio					0.2%

### 5. 計算の方法と計算例

前述の4より明かなように、Fig. 2 (b) の断面で考えると、重心がX軸にあり、 $S_a \xi_a = (2/3) S_0 \xi_0$ を満足する穴を求めれば、ローターの釣合がとれることがわかる。

いま、一つの例として、ローターの軸直角断面での穴の形状を Fig. 6 のようにとるものとする。Fig. 6 において、実線はローターの軸垂直断面の外周形状を示し、点線は穴の形状を示す。穴を示す曲線 a'b'c' は曲線 abc と等距離 (距離  $x_1$ ) にある曲線であり、曲線 c'd'e' は曲線 cde と等距離 (距離  $x_2$ ) で、また、曲線 e'f'a' は曲線 efa と等距離 (距離  $x_3$ ) にとった。穴の一方の端の角度位置を  $\theta_x$  と仮定すると、穴の形状と位置はパラメータ  $x_1, x_2, x_3, \theta_x$  で完全に決まる。以上のことより、適当な  $x_1, x_2, x_3, \theta_x$  を捜して、重心がX軸上にある、 $S_a \xi_a = (2/3) S_0 \xi_0$  という条件を満足させる

穴を求めれば、ローターの釣合がとれることになる。Fig. 6 のような穴によるつりあわせの例として、Table 1 のローターに対する計算結果を Table 2 に示す。なお、Table 1, 2 中の諸元の意味を Fig 3, 6 を参照のこと。

### 6. 結論

真空ポンプに使用されるスパイラキシャルスクリーユ歯形を有するローターの動バランスについて検討した結果、両端の4分の1の長さ部分に任意軸垂直断面の形状の変わらない穴を開けて比較的簡単に動釣合を取る方法を示した。

### 参考文献

- (1) 大晃機械工業技術資料 (1988)
- (2) 井上順吉：機械力学，理工学社 (1982) p.133.  
(平成元年10月14日受理)