

水たたき下流段落面上の壁面噴流

斎藤 隆*・大成博文**・赤司信義***・深田三夫*

The Wall Jet Formed on an Abrupt Drop Boundary Downstream of an Apron

Takashi SAITOU, Hirofumi OHNARI, Nobuyoshi AKASHI and Mitsuo FUKADA

Abstract

The experiments on the character of flow along an abrupt drop boundary at downstream of an apron are performed. From measurement of velocity distribution, it makes evident that the main flow along an abrupt drop boundary downstream of an apron can be divided into three regions, accelerated, constant and decreased velocity region. The character of main flow, variation of maximum velocity, growth of characteristic width of main flow, non-dimensional eddy viscosity of jet-like main flow and etc, are determined experimentally.

Under the main flow model as decided above, the growth of boundary layer and the coefficient of local skin friction was calculated. The calculated results are good agreement with each experimental results. From this agreement, we confirm that the presented velocity law (friction law) will be help to make clear the mechanism of local scour and the criterion for scour downstream of an apron, and to make up basic relationships for determining the length of an apron.

1. 緒 言

治水を行なう場合、ダムや水門などの水理構造物を設置して、流水のもつ自然の動態を変化せしめることをしばしば行なう。流水の動態の変化は必然的に河床の変動を誘起して、一般に我々の目的の達成を阻害し、著しい場合には、これら水理構造物自体の破壊の原因となって甚大なる被害をもたらすこともある。このため、これらの水理構造物の下流部における洗堀を防止する目的で水たたきが設けられるが、水たたきの長さの決定に際しては、その複雑な水理現象のため既設構造物について調査検討した結果にもとづいて設計、施工するのが普通である。水たたきの設計には、その下流における局所洗堀を完全に防止する考え方と^{1), 2)} 水理構造物自体の機能および河道維持に障害をきたさない限度で洗堀は容認しても良いとの考え方があるが、いずれにしても水たたき下流部における洗堀の機構を水理学的に究明することが必要である。

局所洗堀現象は、各断面を通過する移動砂量の場所的な変化に起因するものであるが、一般に洗堀の進行とそれに伴なう流れの性質の変化とが密接に関連する

きわめて複雑な現象である。したがって、洗堀機構を考察する場合には、洗堀の進行に伴なう流れの変化を適確に表現することが必要である。

著者らは、先に局所洗堀に関する最も基礎的な問題の一つである水門下流部における局所洗堀を取り上げ、洗堀砂面上の流れを壁面噴流および段落境界面に再接触する彎曲噴流による壁面噴流の流れで近似することで洗堀の進行に伴なう流れの変化を表現し、かなり大胆な砂移動モデルで洗堀過程を解析した。解析結果は実験結果と量的にも一致し、水門からの噴出流の洗堀穴方向への彎曲が洗堀の進行に重要な役割をもつことを前報^{3), 4), 5), 6)}で明らかにした。

水たたき下流部の洗堀においても、洗堀穴内における砂粒の移動状態から、水門下流部における洗堀と同様に、洗堀穴方向への流れの彎曲が洗堀の進行にきわめて重要な役割をもつものと考えられる。水門下流部の洗堀穴内の流れを水門下流段落境界面上の流れで近似することで、洗堀過程をかなり良く説明できたことより、水たたき下流部の洗堀穴内の流れをその下流の段落境界面上の流れで近似して洗堀過程を解析することも可能であるものと考えられる。

本研究は、水たたきの設計基準を確立するための基礎資料である水たたき下流部の洗堀機構の解明の前提となる洗堀の進行に伴なう流れの変化の適切な表現を

* 土木工学科

** 徳山工業高等専門学校 土木建築科

*** 西日本工業大学 土木工学科

見出すためのものである。水門下流部の洗堀の取扱いと同様に境界条件を単純化して、水たたきの下流部に段落を設け、段落境界面に沿う流れの特性を実験的に調べ、そのデーターを弯曲噴流^{7), 8)}、壁面噴流⁹⁾ならびに再接触噴流¹⁰⁾の特性と比較検討し、著者らが主流部の流れの乱れを考慮して誘導した壁面噴流境界層の抵抗則を用いて、段落境界面に沿って発達する境界層の解析を行なった。

2. 実験装置、条件および方法

2.1 実験装置

本実験に用いた水槽は幅 20cm、深さ 70cm、長さ 5m の両面有機ガラス張り鉄枠製のものである。水槽上流端の 1m 区間は、噴出流速を大幅に変えることが出来るように、密閉式にした噴流発生装置である。噴出孔は、噴出孔断面で一様な流速分布となるように、直径 20cm の塩ビパイプ製である。噴出孔下端は水槽床面から 20cm の高さに固定されているが、噴出孔上部は、噴出孔の開き高を自由に調節出来るように、可動となっている。噴出流速の調節は、高架水槽と噴流発生装置の間に設けられたバルブによって行なわれる。水槽下流端には、水槽内水位の調節のために幅、10cm の可動せきが設けられている。

2.2 実験条件

水たたき下流の段落境界面に沿う流れの特性に影響するものとして、噴出流速 U_0 、噴出孔開き高 B_0 、水たたきの長さ L_E 、段落高さ D 、水たたき面の粗度 k_s 、および段落境界面の粗度 d が考えられる。衝突ならびに再接触噴流による壁面噴流の主流部流れの特性は、著者らの行なった実験結果から、流速および長さの基準量として噴出流速 U_0 および噴出幅 B_0 を用いると、

| L_E/B_0 | 5 | 10 | 20 |
|-----------|---|----|----|
| d/B_0 | ○ | △ | □ |
| 0 | ● | ▲ | ■ |
| 0.12 | ● | ▲ | ■ |
| 0.23 | ● | ▲ | ■ |

TABLE-1 SYMBOL

Reynolds 数ならび Froude 数の影響をほとんど受けず、壁面噴流による境界層の発達に壁面粗度が大きな役割を果すことが明らかにされている。このことより、本実験は噴出孔厚さ $B_0=1.07\text{cm}$ 、噴出流速 $U_0=200\text{ m/sc}$ に固定し、水たたき長さ L_E 、段落高さ D ならびに壁面粗度の主流部流れ特性に及ぼす影響を調べた。

水たたきの長さ、壁面粗度を Table-1 に示す組合せに対して、噴出孔中心から段落床面までの距離 $D/B_0=2.35 \sim 6.1$ と変えて実験を行なった。なお、壁面粗度 d は壁面にペイントで張り付けたほぼ均一な砂の中粒径の大きさである。

2.3 実験方法

水たたき下流端ではなく離した流れが段落境界面に再接触する距離（はく離領域の長さ x_R ）は、 $\phi 2\text{mm}$ のステンレス管で過マンガン酸溶液を床面に流すことによって決定した。

流速分布の測定は、再接触直下流ではきわめて複雑な流況であるため 2~5cm 間隔で、流速分布がいわゆる壁面噴流とみなされる下流では 10~20cm 間隔で断面を選定し、境界層内では 0.5~1mm 間隔で、主流部では 5~10mm 間隔で行なった。

流速の測定は、内径 1.9mm、外径 2.2mm のステンレス管の先端を厚さ 0.2mm の矩形断面に研磨仕上げしたもので製作したピトー管で行なった。なお、このピトー管はあらかじめ 40cm/s~300cm/s の範囲で検定を行なった。

3. 実験結果とその検討

3.1 流況と流速分布

噴出孔下流における水深が浅い場合には、もぐり跳水ならびに露出射流がみられるが、本実験では下流水深が充分深い場合に限定する。水たたきに沿って流下した流れは、水たたき直下流に形成されるはく離領域における圧力低下によって弯曲し、段落境界面に再接触し、再接触噴流と同様に壁面噴流流れを形成する。

Fig. 2 は、再接触後形成される流れの流速分布の一例である。再接触直下流のいわゆる壁面噴流流れが形成されるまでの流速分布はきわめて複雑な形状を呈している。この範囲においては鉛直方向の速度成分がかなり大きいため、壁面近傍の流れは加速され、最大流速点は下流ほど壁面に近くなっている。図の $x=20 \sim 30\text{cm}$ の間では境界層厚は増大しているが、最大流速の値があまり変化していない。その下流での最大流速は流下距離の増加によって遙減し、狭義の壁面噴流と同様な流速分布となっている。

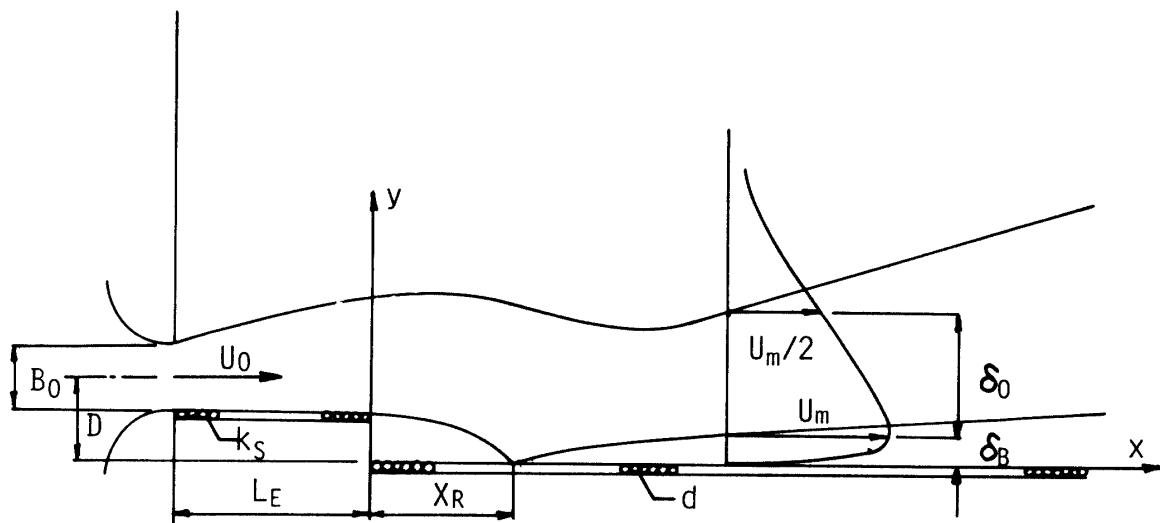


Fig.1 Schematic diagram of flow, Coordinate system and main notations

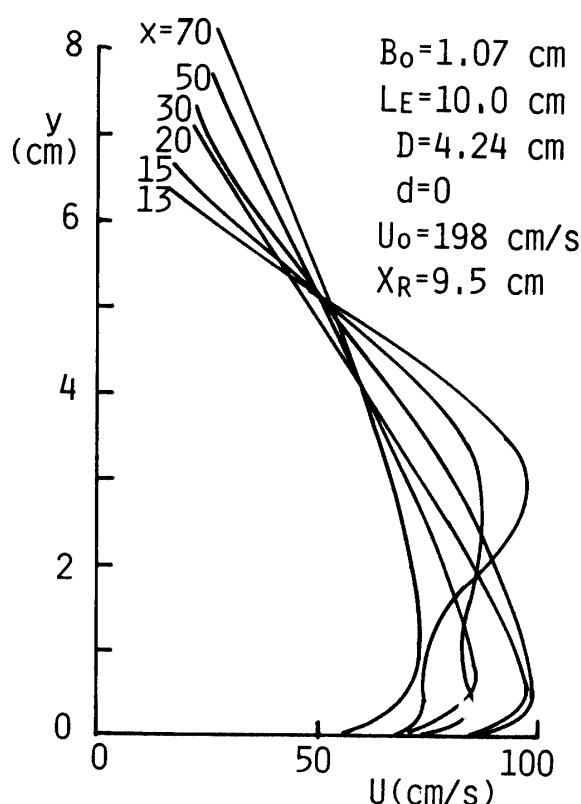


Fig. 2. Velocity distribution downstream of reattachment point

境界層外縁流速の変化の状態から、再接触後の流れは、再接触噴流による壁面噴流と同様に、加速流域、定速流域ならびに減速流域に分けることができる。

3.2 はく離領域の長さ

Fig. 3 は、はく離領域の長さ（水たたき下流端より

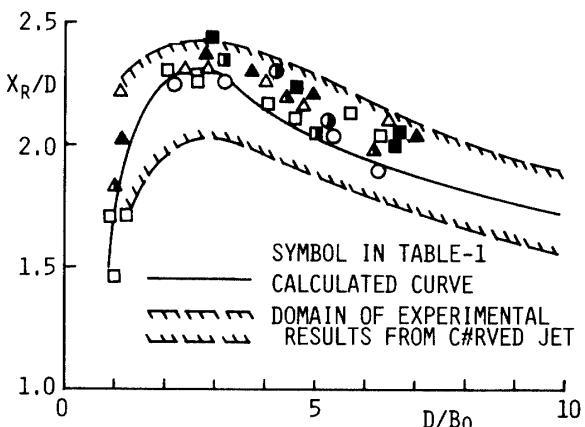


Fig. 3 Length of pekaration area.

再接触点までの距離) x_R/D を段落高さ D/B_0 に対して描点したものである。図中には弯曲噴流のはく離領域の長さの実験描点の範囲、ならびに著者らが参考文献 8) で提示した理論計算の結果も記入されている。水たたきのない場合の実験描点の範囲ならびに理論計算の結果と比較して、平均的には若干はく離領域は大きいが、水たたきのない場合の実験描点の散乱範囲内である。この結果は、本実験で用いた水たたきの長さの範囲であると、水たたきに沿って流下する間における運動量の変化が小さいので、流れの運動量によって規定される運動量に水たたきの有無によってほとんど変化しないことによるものと考えられる。

3.3 最大流速の変化

Fig. 4 は、再接触点より下流の各断面における最大流速を水たたき下流端からの距離に対して描点したもの的一部である。同図中の下方に再接触点の位置を描点してある。同図より、流況のところで述べたように、流れは加速流域、定速流域ならびに減速流域に分けられることが明らかである。

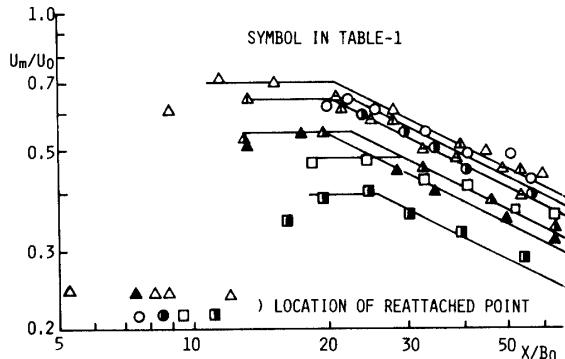


Fig. 4 Variation of maximum Velocity downstream of reattachment point

減速流域における最大流速の遞減を彎曲噴流のそれとの比較から、水たたき長さによる補正項を K_{u3} として実験式化すると次式となる。

$$\frac{U_m}{U_0} = K_{u1} \cdot K_{u2} \cdot K_{u3} \sqrt{15.4 / \left(\frac{x}{B_0} + 5.9 \right)} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} K_{u1} &= \left\{ 2.4 / \left(\frac{D}{B_0} + 1.9 \right) \right\}^{1/8} \\ K_{u2} &= A^{(d/B_0)^2 (4(d/B_0)^2 + 0.005)} \\ A &= 0.176 \cdot \log(D/B_0) + 0.553 \\ K_{u3} &= \{1.0 + (0.043 \log(L_E/B_0) - 0.008) \\ &\quad (D/B_0 - 0.5)\}^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

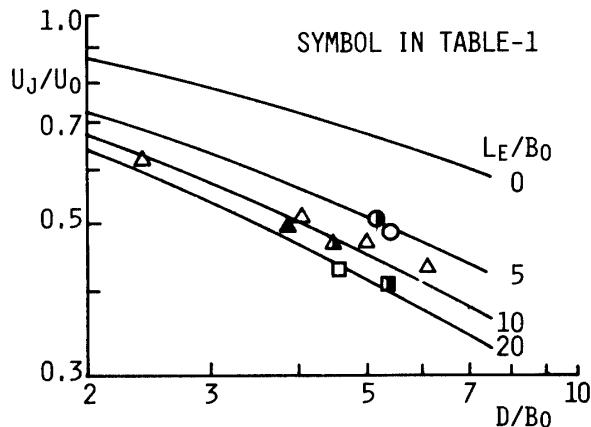


Fig. 5 Relation between maximum velocity at constant velocity region and height of abrupt drop.

Fig. 5 は、定流速における最大流速 U_j/U_0 を D/B_0 に対して描点したものである。図によると、水たたきの長さが大きい程最大流速の値は小さくなっている。

定速流域における最大流速を実験式化すると次式となる。

$$\frac{U_j}{U_0} = \left\{ \frac{A+0.5}{A+D/B_0} \right\}^{1/2} \quad (3)$$

$$A = 10^{(-0.128 LE/B_0 + 0.417)} + 0.39 \quad (4)$$

図中の実線は上式による計算値である。

定速流域から減速流域への移行は漸次行なわれるであろうが、後述する境界層の発達に関する計算を簡便にするため、式 (1) と式 (3) の最大流速が一致する断面と定義することにする。定速流域から減速流域への移行断面位置を x_E とすると、式 (1)=式 (3) から次式と得られる。

$$\frac{x_E}{B_0} = 15.4 (K_{u1} \cdot K_{u2} \cdot K_{u3})^2 \frac{A+D/B_0}{A+0.5} - 5.9 \quad (5)$$

3.4 主流部流れの拡散

Fig. 6 は、主流部流れの代表寸法 ($1/2$ 最大流速幅) を水たたき下流端からの距離に対して描点したものである。同図中には、定速流域から減速流域への移行点 x_E/B_0 を図の下方に、再接触点と x_E 点の中間点を加速流域から定速流域への移行点と定義し、図の上方にその位置を示してある。

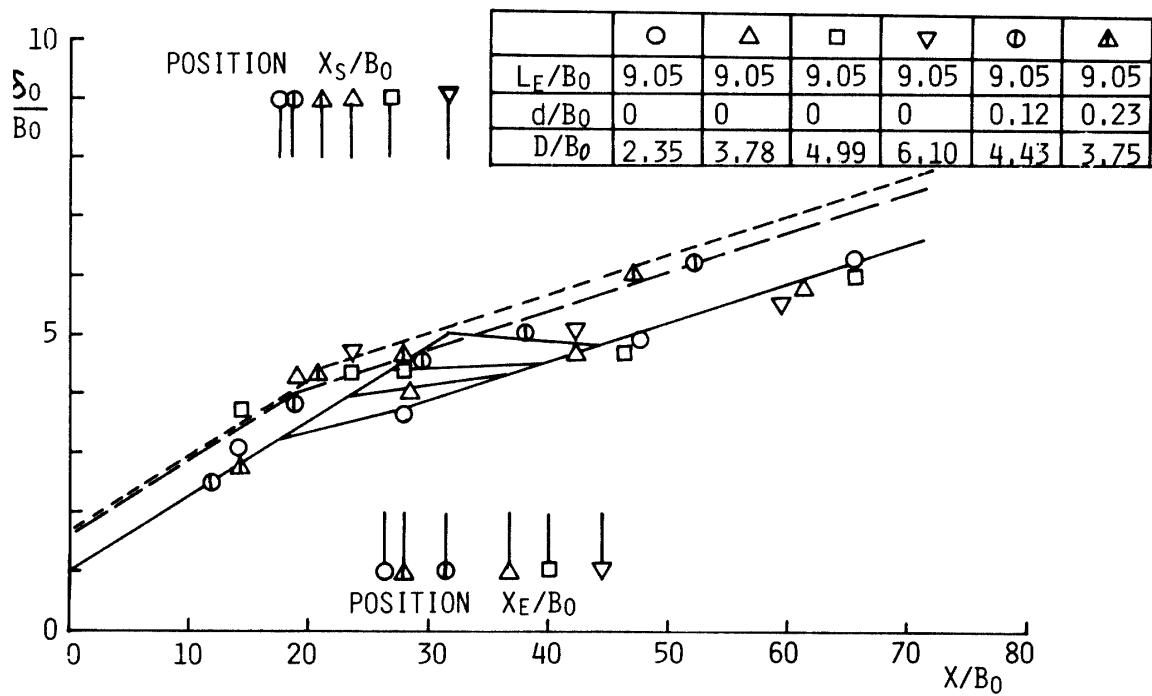
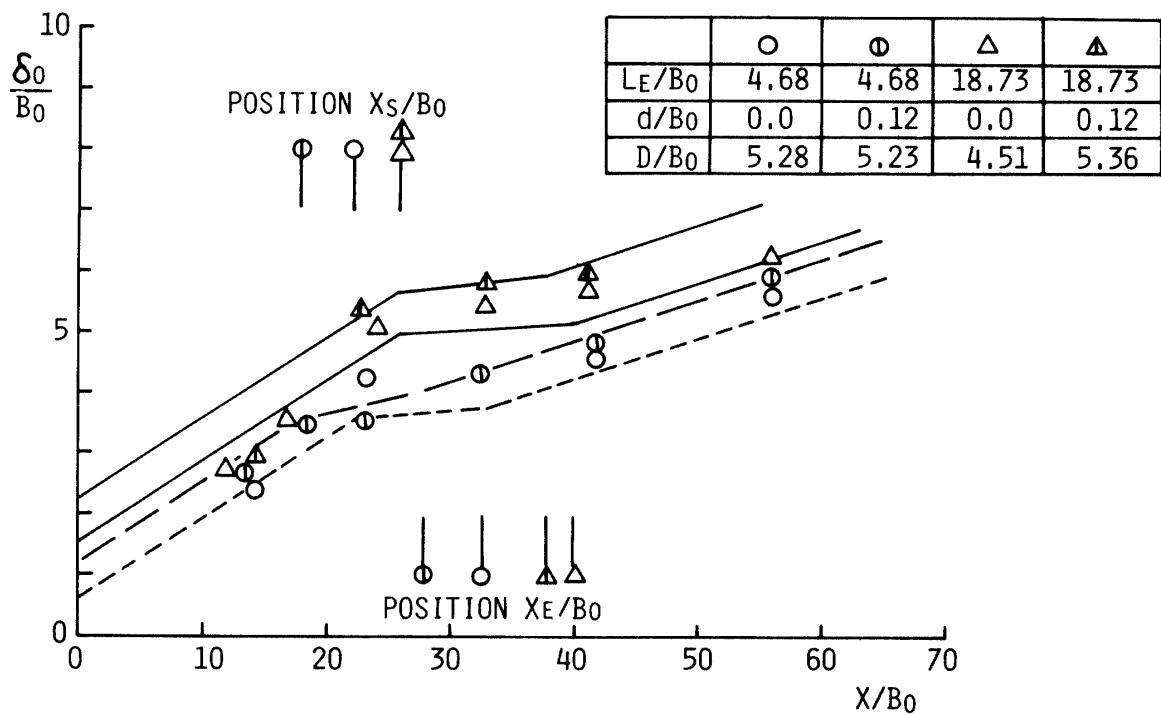
$$\frac{x_S}{B_0} = \frac{x_R}{B_0} + \frac{1}{2} \left(\frac{x_E - x_R}{B_0} \right) \quad (6)$$

Fig. 6a は、水たたきの長さが同じ場合のものであるが、水たたき下流端における δ_0/B_u の値が異なっている。これは、水たたきに沿って拡散する壁面噴流の乱れの拡散領域から乱れの確立領域へ移行する位置が、噴出孔上端における不連続流による乱れの拡散と下端からの境界層の発達によって規定され、壁面粗度によってその位置が違うからである。

図より、定速流域 ($x_s < x < x_E$) の前後における主流部の拡散角 $d\delta_0/dx$ が違っている。 $x < x_s$ では $d\delta_0/dx = 0.147$ と彎曲噴流のそれと一致し、 $x > x_E$ では、 $d\delta_0/dx = 0.068$ と壁面噴流の乱れの確立領域における値と一致している。すなわち、それぞれは彎曲噴流による壁面噴流の加速流域ならびに減速流域におけるそれらと一致している。

減速流域における主流部の代表寸法の変化を彎曲噴流による壁面噴流を基準にして実験式化すると次式となる。

$$\frac{\delta_0}{B_0} = 0.068 \left(\frac{x}{B_0} + 5K_{D1} + K_{D2} + K_{D3} \right) \quad (7)$$

Fig. 6a Growth of characteristic width in main flow $\left(\frac{L_E}{B_0} = 9.05\right)$ Fig. 6b Growth of Characteristic width in main flow. $\left(\frac{D}{B_0} = 5\right)$

$$\left. \begin{aligned} K_{D1} &= 1.5 \left(\frac{D}{B_0} - 0.5 \right)^2 / \left\{ \left(\frac{D}{B_0} - 0.5 \right)^2 + 0.001 \right\} \\ K_{D2} &= 7.5 [2 \left(\frac{d}{B_0} \right)^2 / \left\{ \left(\frac{d}{B_0} \right)^2 + 0.001 \right\} - 1] \\ K_{D3} &= \left[229 \frac{d}{B_0} + 46.4 \right] \frac{L_E}{B_0} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

3.5 境界層の発達

Fig. 7-a は、水たたきの長さが、Fig. 7-b は段落高さがほぼ同じである場合の境界層厚さの変化を示したものである。図中の実線ならびに破線は後述する計算曲線である。水たたき下流端から同一距離 (x/B_0) における境界層厚さみると、水たたきの長さによる

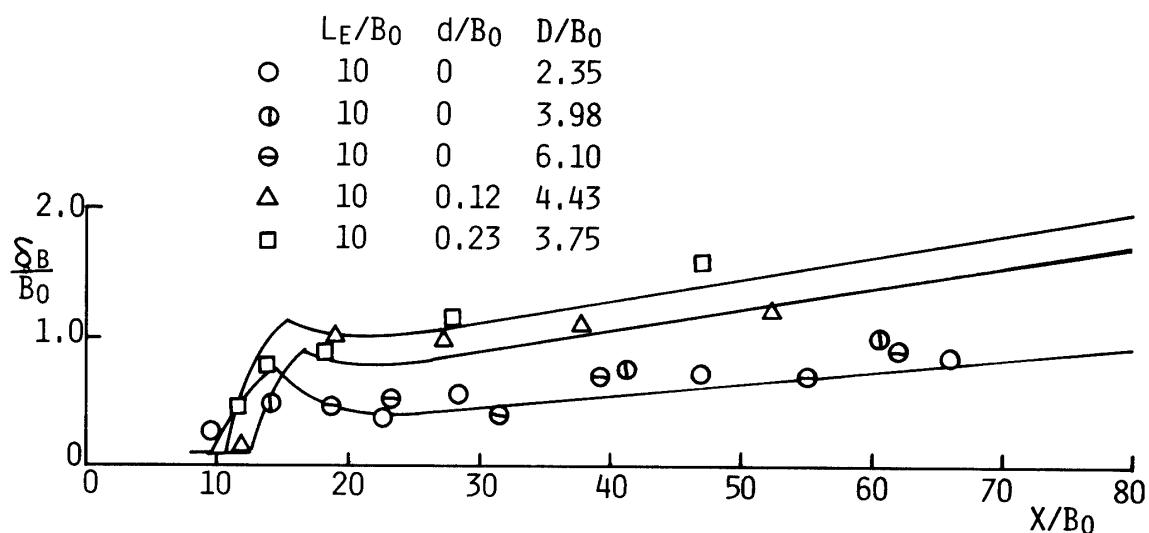


Fig. 7a Boundary layer growth on abrupt drop boundary downstream of an apron ($\frac{L_E}{B_0} = 10$)

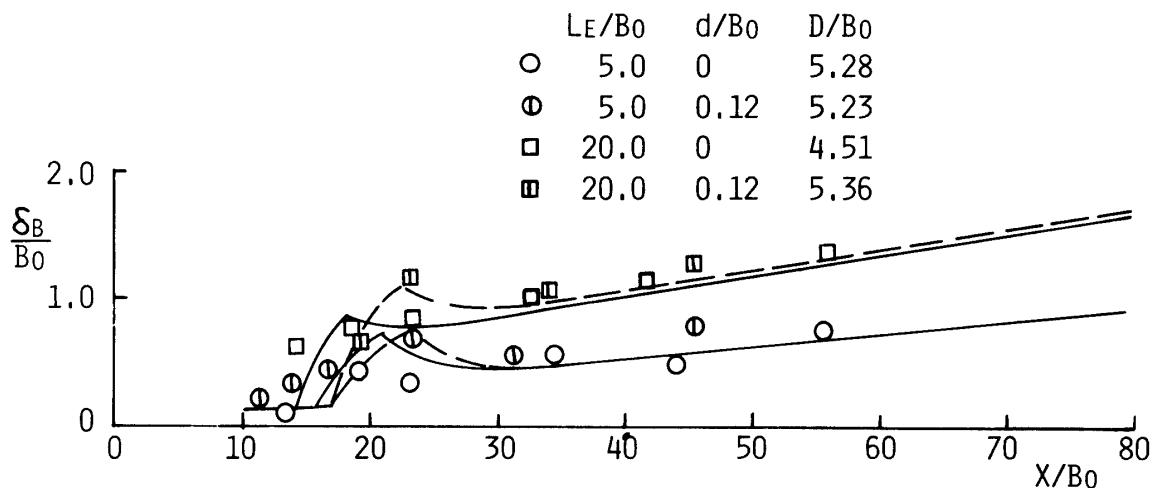
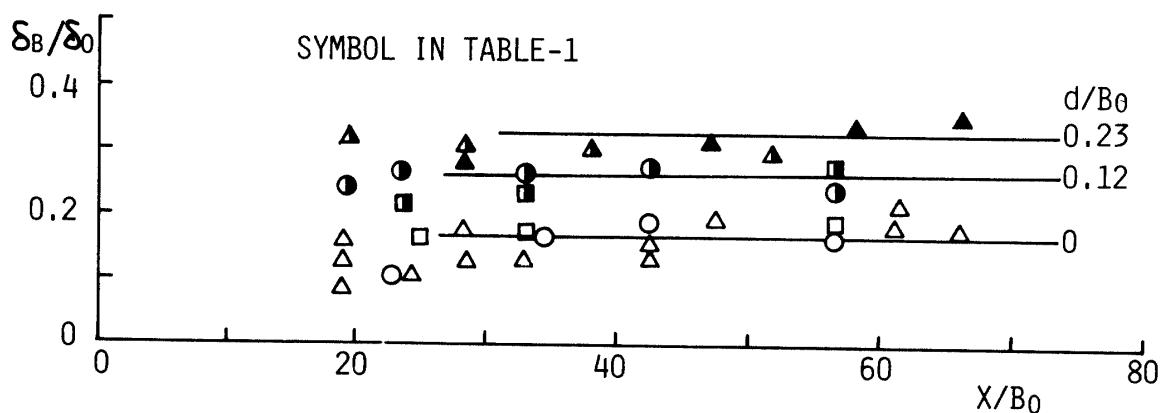


Fig. 7b Boundary layer growth on abrupt drop boundary downstream of an apron ($\frac{D}{B_0} = 5$)

Fig. 8 Relation between δ_B/δ_0 and x/B_0 .

違いは小さくて、壁面の粗度 (d/B_0) が重要な役割を持つことが明らかである。

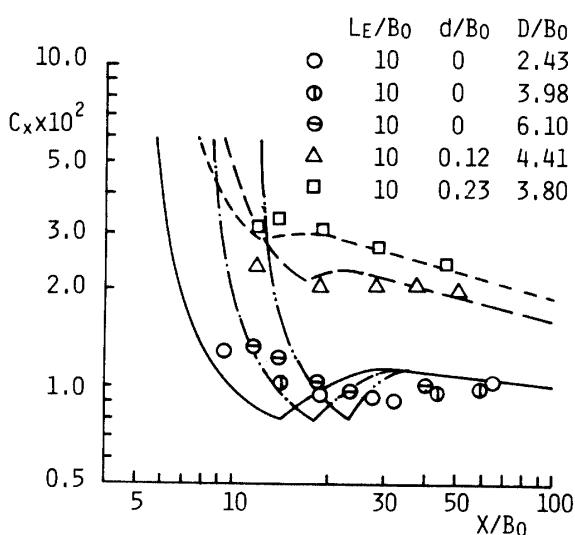
Fig. 8 は、主流部流れの代表寸法に対する境界層厚さを水たたき下流端からの距離に対して描点したものである。減速流域における δ_B/δ_0 の値はほぼ壁面の粗度 d/B_0 によって一定値となっている。図中の実線は各 d/B_0 に対する減速流域の δ_B/δ_0 の平均値である。

3.6 局部抵抗係数

局部抵抗係数 C_x と壁面せん断力 τ_0 、および摩擦速度 U_* との関係は次のように書ける。

$$C_x = \frac{\tau_0}{\frac{1}{2} \rho U_m^2} = 2 \left(\frac{U_*}{U_m} \right)^2 \quad (9)$$

Fig. 9 は、実測した速度分布を片対数目盛 ($U \sim \log(y/\delta_B)$) で図し、 $\eta = y/\delta_B = 0.1 \sim 0.5$ の範囲における平均勾配を用いて U_* を試算で求め、(参考文献 9) を参照)、 C_x を計算して描点したものである。図中の

Fig. 9a Coefficient of local skin friction ($L_E/B_0=10$)

実線は後述する計算結果である。

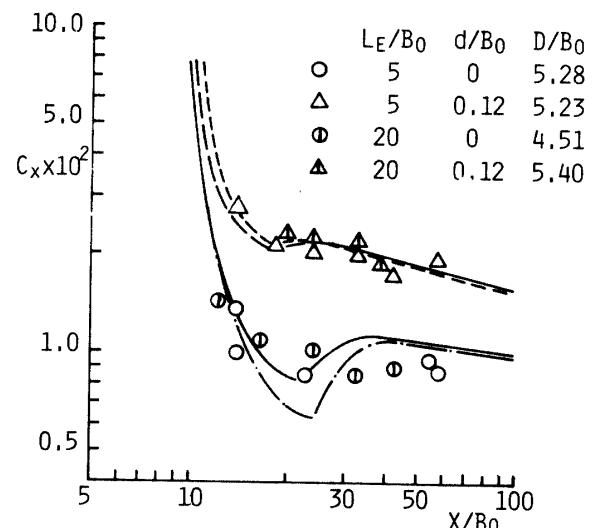


Fig. 9b Coefficient of local skin friction

3.7 主流部流れの渦動粘性係数 ε

$x/B_0=50$ の $1/2$ 最大流速点の渦動粘性係数を、著者らの提案した方法 (参考文献 9) を参照) で求めたものを Fig. 10 に記号口で描点してある。同図には形成状態の異なる壁面噴流の渦動粘性係数を描点してある。形成された状態が同じであれば、主流部流れの無次元渦動粘性係数は壁面粗度 d/B_0 のみによって表わされるが、形成状態でその関数形は異なる。

Fig. 11 は、各種壁面噴流主流部の無次元渦動粘性係数 $\varepsilon/U_m \delta_0$ を δ_B/δ_0 に対して描点したものである。著者らは、前報⁹⁾ で境界層内流速分布ならびに δ_B/δ_0 の主流部渦動粘性係数に及ぼす影響を検討し、主流部の無次元渦動粘性係数はほぼ δ_B/δ_0 によって規定されると推論した。この推論は Fig. 11 によってその妥当性が検証されたものと考えられる。図中の実線は次式で表わされる。

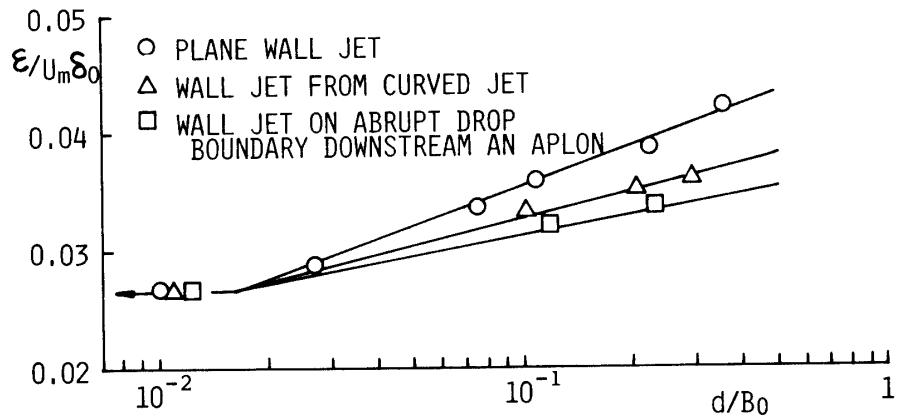


Fig. 10 Non-dimensional eddy viscosity in main flow of wall jet

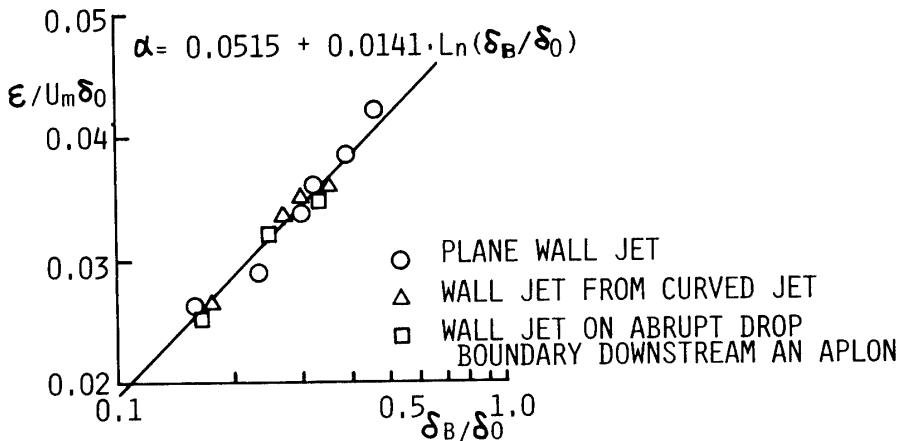


Fig. 11 Non-dimensional eddy viscosity in main flow of wall jet

$$\alpha = \frac{\epsilon}{U_m \cdot \delta_0} = 0.0515 + 0.0141 \ln\left(\frac{\delta_B}{\delta_0}\right) \quad (10)$$

ここに、 ϵ は主流部流れの渦動粘性係数である。

4. 境界層の発達についての理論計算

著者らは、前報¹⁰⁾で、主流部流れの乱れを考慮した壁面噴流境界層速度分布則を提案した。提案した厳密解は式形が非常に複雑であるので、本文では実用式を用いて境界層の発達を検討することにする。

4.1 壁面噴流境界層の実用流速分布式

境界層内のせん断力ならびに渦動粘性係数を厳密解を求めた場合と同様に次のように仮定する。

$$\frac{\tau}{\rho} = \frac{\tau_0}{\rho} (1 - \eta), \quad \eta = \frac{y}{\delta_B} \quad (11)$$

$$\epsilon = \kappa U_* \delta_B \eta (1 - E\eta), \quad E = 1 - \frac{\alpha U_m \delta_0}{\kappa U_* \delta_B} \quad (12)$$

非圧縮性定常流の運動方程式に通常の境界層近似を適用し、慣性項を微少項として無視すると次式となる。

$$\frac{\tau}{\rho} = \nu \frac{dU}{dy} - \overline{u'v'} = (\nu + \epsilon) \frac{dU}{dy} \quad (13)$$

壁面近傍の粘性底層ならびに乱流底層を考慮すると式形が繁雑になるので、Prandtle-Kármán が行なったように、便宜的境界条件 $y = y_0$ で $U = 0$ を用いることとする。式 (13) の流体粘性を無視し、式 (13) に式 (11) 式 (12) を代入して、上記の境界条件で積分すると次式となる。

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{\eta}{\eta_0} + \frac{1-E}{\kappa E} \ln \left| \frac{1-E\eta}{1-E\eta_0} \right| \quad (14)$$

右辺第二項が主流部の乱れによる修正項で、 $E=1$ とすると Prandtle-Kármán の対数分布則に一致する。

4.2 η_0 の決定

滑領域における Nikuradse¹¹⁾ の実験結果を次式で与

える。

$$\frac{U}{U_*} = 5.5 + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{U_* y}{\nu} \quad (15)$$

$E=1$ と置いた式 (14) と上式とを比較して、直ちに次の関係が得られる。

$$\frac{1}{\kappa} \ln \frac{U_* y_0}{\nu} = -5.5 \quad (16)$$

$$\text{or } \eta_0 = \frac{k_s}{\delta_B} \exp(-5.5\kappa) / \left(\frac{U_* k_s}{\nu} \right) \quad (16')$$

粗領域における Nikuradse¹²⁾ の実験結果を次式で与える。

$$\frac{U}{U_*} = A_R \left(\frac{U_* k_s}{\nu} \right) + \frac{1}{K} \ln \frac{y}{k_s} \quad (17)$$

$$A_R \left(\frac{U_* k_s}{\nu} \right) = 8.5 + 0.744 \left(\frac{U_* k_s}{\nu} - 3.3 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\exp \left\{ -0.077 \frac{U_* k_s}{\nu} - 3.3 \right\} \quad (18)$$

$E=1$ と置いた式 (14) と式 (17) を比較して、直ちに次の関係が得られる。

$$\frac{1}{\kappa} \ln \frac{y_0}{k_s} = -A_R \left(\frac{U_* k_s}{\nu} \right) \quad (19)$$

$$\text{or } \eta_0 = \frac{k_s}{\delta_B} \exp \left(-\kappa \cdot A_R \left(\frac{U_* k_s}{\nu} \right) \right) \quad (20)$$

4.3 境界層の発達

主流部の流れを加速流域、定速流域ならびに減速流域に分け、次のようにして境界層の発達を計算した。

加速流域

加速流域における境界層外縁の流速は、Fig. 2 で明らかに実験的に決めることは非常に困難であるので、この領域では直線的に、すなわち次式のように仮定した。

$$\frac{U_m}{U_0} = \frac{U_j}{U_0} \frac{x - x_s}{x_E - t_s} \quad (21)$$

加速流域を10等分し、最初の一区間における境界層厚さを Pohkhausen の実用計算法で求め、残りの区間は Blasius の抵抗則(滑領域)および Manning-Strickler の抵抗則(粗面)を用いて、圧力勾配を $dp/dx = U_m dU_m/dx$ とおいた境界層運動量方程式

$$\left(\frac{U_*}{U_m} \right)^2 = \frac{d\theta}{dx} + \frac{\delta_B}{U_m} \left(2 \frac{\theta}{\delta_B} + \frac{\delta_*}{\delta_B} \right) \frac{dU_m}{dx} \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\theta}{\delta_B} &= \int_0^1 \frac{U}{U_m} \left(1 - \frac{U}{U_m} \right) d\eta \\ \frac{\delta_*}{\delta_B} &= \int_0^1 \left(1 - \frac{U}{U_m} \right) d\eta \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

でもって境界層厚を試算により求めた。

定速流域

定速流域の主流部渦動粘性係数がどのように変化しているかは明確でないので、この領域における流過距

離に比例して増加し減速流域の値に一致するものと仮定し、水深が充分深いことより $dp/dx = 0$ とした境界層運動量方程式

$$\left(\frac{U_*}{U_m} \right)^2 = \frac{d\theta}{dx} + \frac{\delta_B}{U_m} \left(2 \frac{\theta}{\delta_B} + \frac{\delta_*}{\delta_B} - 1 \right) \frac{dU_m}{dx} \quad (24)$$

で境界層の発達を計算した。

減速流域

減速流域における主流部の渦動粘性係数は場所的に変化しないものとし、式 (24) で境界層の発達を計算した。当然、定速流域ならびに減速流域における抵抗則としては式 (14) を用いている。

上述のようにして境界層の発達を計算した結果が、Fig.7 の実線である。また、境界層の発達の計算過程で得られた局所抵抗係数は Fig.9 の曲線である。計算値は実測値と量的にもよく一致している。

5. 結 語

以上、水たたき下流の段落境界面の流れ特性について実験を行ない、実験結果について若干の考察を行ない、境界層の発達を著者らの提案した抵抗則でもって理論計算を行なった。得られた主要な結果は次の通りである。

1) 減速流域における主流部の無次元渦動粘性係数は、前報で推論したように、実用的には境界層厚さと主流部代表寸法との比 δ_B/δ_0 によって規定され、壁面噴流が形成される状態には関係しない。

2) 減速流域における主流部流れの拡散角度は、壁面噴流の形成される状態にはほとんど関係せずに、 $d\delta_0/dx = 0.068$ であった。

3) 粘性底層、乱流底層はきわめて薄い層であるので、これらを考慮する代りに導入された便宜的壁面位置 y_0 は主流部の乱れとは無関係である。

4) 提案した壁面噴流境界層の実用速度分布式による境界層の発達ならびに局部抵抗係数の計算値は実測値と量的にもよく一致した。

以上得られた結果は水たたきや床固めなどの下流部における局所洗堀機構を解明する基礎資料になるであろう。

参 考 文 献

- 1) 土屋義人：土木学会論文集, 82, 20 (1962)
- 2) T. Saitou, Y. Kameda; Tech. Rep. Yamaguchi Uni., 2, 33 (1977)
- 3) 斎藤隆, 土木学会論文集, 282, 53 (1979)
- 4) 斎藤隆, 他 3 名：山口大学工学部研究報告, 28, 175 (1973)

- 5) T. Saitou, 他 2 名 : Tech. Rep. Yamaguchi Uni., 2,
に掲載
- 6) T. Saitou; Trans. J.S.C.E., 9, 150, (1977)
- 7) 斎藤隆 : 土木学会論文集, 164, 25, (1979)
- 8) 斎藤隆, 他 3 名 : 山口大学工学部研究報告, 29, 1 (1978)
- 9) 斎藤隆 : 土木学会論文集, 264, 41 (1977)
- 10) 斎藤隆, 他 2 名 : 山口大学工学部研究報告, 28, 31 (1977)
- 11) J. Nikuradse; Ver deutsh Ing. Forschungsheft, 356,
1 (1932)
- 12) J. Nikuradse; Ver deutsh Ing. Forschungsheft, 361,
1 (1933)