

道路交通流における車群に関する研究 (第2報)

——車群台数分布モデル——

田 村 洋 一*

Studies on the Bunch in Road Traffic Flow (2nd Report)

——Bunch Size Distribution Model——

Yōichi TAMURA

Abstract

Bunch size distribution is studied in this paper. The Geometric bunch size distribution model, $P_n = (1-p)p^{n-1}$, is derived by means of Bernoulli test on the headway of continuous vehicles. From this model mean bunch size \bar{n} is derived as following equation, that is, $\bar{n} = 1/(1-p)$, where $p = \int_0^{h_c} f(h) dh$, and $f(h)$ is the probability density function of headway distribution.

This Geometric model and the Borel-Tanner bunch size distribution model, $P = \frac{n^{n-1}}{n!} e^{-\beta n} \beta^{n-1}$, where $\beta = 1 - 1/\bar{n}$, are compared with observed bunching data. Both of two models give a reasonably good fit with observed data, especially the Geometric model gives a very good estimation of mean bunch size \bar{n} . More details are discussed in the following articles.

1. 緒 言

交通現象は異った性質の運転者が異った目的で、異った性能、大きさを持った車輛により、種々の道路、環境条件のもとで、相互に影響し合いながら走行する結果として現れる複雑な現象である。交通現象を種々の角度より考察することにより、これを説明し得る指標を見出し、高速で安定した流れを実現するための基礎を与えることは、交通流理論の重要な課題の一つである。

交通流の混雑状況を表現する指標として一般的に用いられているものは交通密度であり、これは道路の平均的混雑状況を表わすには良好な指標である。しかし、追越禁止区間、山地の勾配部のように、少数の低速車の混入により、その後方に高速車が追従することを強制され大きな遅れを生ずるような場合には、局所的な交通状況を良く表わす指標として車群の概念を導入することにより、より正確な交通状況の把握が可能になるものと思われる。ここでいう車群とは低速車とこれに追従走行することを強制されている高速車との集団を意味しており、車群台数が交通流の局所的混雑を表わす指標となる。また車群の概念は、平均車群台数と

車群密度(車群を1台の車輛とみなした場合の交通密度)の積が交通密度を表わすことから、交通密度と関係付けることも可能である。

車群の概念を交通状況を表わす指標として導入するためには、道路上での車群台数分布を知り、速度、交通量などとの関係を求めることが必要である。そのため第1に問題となるのは車群定義をいかにするかであるが、これについては第1報¹⁾において連続する車輛間の車頭間隔と速度差との関係より、先行車の後続車に対する拘束力の強さを評価することを試みた。その結果後続車は車頭時間9秒付近から先行車の影響を受け始め、5秒以下で影響は非常に大きくなり、3秒以下では完全に拘束されるという結果を得ている。

以上のことから本報は車群台数分布を表わすモデルを開発することを目的とし、経験的に良く当てはまると言われている Borel-Tanner 分布とベルヌイ試行に基いて導かれる幾何分布モデルとを観測された値と比較検討することにより、その応用可能性について考察した。なお観測地点は全て道路の追越禁止区間である。

2. 車群台数分布モデル

ここでは、ベルヌイ試行により求められる幾何分布の誘導および、経験的に車群台数分布を良く表わすと

* 土木工学科

言われている Borel-Tanner 分布の諸性質について考察する。

2.1. 幾何分布モデル²⁾

幾何分布モデルは連続する車輛の車頭間隔に注目して、車群の判定基準 h_c を導入することにより、先行車と後続車が同一の車群に属するか否かを決定し、これにベルヌイ試行を応用して車群台数分布を求めようとするものである。

モデル誘導の前提として、車続する車輛の車頭間隔は独立であると仮定する。また車頭間隔が h_c 以下のものは先行車と車群を形成するものと仮定する。交通流中で車頭間隔が h_c 以下である確率を p , h_c 以上である確率を $1-p$ とする。すなわち

$$p = P(h \leq h_c) \tag{1}$$

$$1-p = P(h > h_c) \tag{2}$$

とすると $p, 1-p$ はそれぞれ車頭間隔分布の密度関数 $f(h)$ を用いて次のように表わされる。

$$p = \int_0^{h_c} f(h) dh \tag{3}$$

$$1-p = \int_{h_c}^{\infty} f(h) dh = 1 - \int_0^{h_c} f(h) dh \tag{4}$$

ただし

$f(h)$: 車頭間隔分布の密度関数

h_c : 限界車頭間隔

車群が1台の車輛で形成される確率は1台目の車輛と2台目の車輛との車頭間隔が h_c 以上である場合だからこの確率を P_1 とすると

$$P_1 = 1-p \tag{5}$$

車群が2台の車輛で形成される確率は2台目の車輛の車頭間隔が h_c 以下で、3台目の車輛の車頭間隔が h_c 以上である場合だから、この確率を P_2 とすると

$$P_2 = (1-p)p \tag{6}$$

車群が3台の車輛で形成される確率は、2, 3台目の車輛の車頭間隔が h_c 以下であり、4台目が h_c 以上である場合だから、この確率を P_3 とすると

$$P_3 = (1-p)p^2 \tag{7}$$

以下同様にして車群が n 台の車輛により構成される確率 P_n は次式で表わされる。

$$P_n = (1-p)p^{n-1} \tag{8}$$

P_n : 車群台数が n である確率

これが車群台数分布の幾何分布モデルである。この分布の平均を \bar{n} とすると

$$\bar{n} = \sum_{n=1}^{\infty} n p_n = (1-p) \sum_{n=1}^{\infty} n p^{n-1} \tag{9}$$

であり、 $\sum_{n=1}^{\infty} n p^{n-1} = 1/(1-p)^2$ であるから、したがって

$$\bar{n} = \frac{1}{1-p} \tag{10}$$

\bar{n} : 平均車群台数

以上のことから、車頭間隔分布を知れば、式(3)式、(4)より $p, 1-p$ が求められ、これを式(8)、式(10)に代入すれば P_n, \bar{n} はただちに計算可能である。またモデル誘導の過程より明らかなように、ここでいう車群は先頭車(自由車)も車群台数に含んでおり、単独車は車群台数1の車群と見なしている。また車頭間隔分布は空間的、時間的、いずれの分布を用いてもよい。

2.2. Borel-Tanner モデル³⁾⁴⁾⁵⁾

Borel-Tanner 分布は次のような分布である。

$$P_n = \frac{n^{n-1}}{n!} e^{-\beta n} \beta^{n-1} \tag{11}$$

P_n : 車群台数が n である確率

β : 分布のパラメータ

この分布を用いるためには、分布のパラメータ β を決定することが必要であり、以下 β の決定について検討する。

$$A(n) = n^{n-1}/n! \tag{12}$$

$$h = \beta e^{-\beta} \tag{13}$$

とおく。式(13)の両辺を β で微分して整理すると

$$\frac{d\beta}{dh} = \frac{\beta}{h(1-\beta)} \tag{14}$$

式(13)の両辺を $(n-1)$ 乗すると

$$h^{n-1} = \beta^{n-1} e^{-\beta(n-1)} \tag{15}$$

$\sum P_n = 1$ であるから

$$\sum_{n=1}^{\infty} A(n) h^{n-1} e^{-\beta} = 1 \tag{16}$$

式(13)より $e^{-\beta} = h/\beta$ となるから、これを式(16)に代入すると

$$\beta = \sum_{n=1}^{\infty} A(n) h^n \tag{17}$$

平均車群台数 \bar{n} は次式で表わされるから

$$\bar{n} = \sum_{n=1}^{\infty} n P_n \tag{18}$$

式(11)、式(13)、式(15)より $\beta \bar{n}$ を求めると

$$\beta \bar{n} = \beta \sum_{n=1}^{\infty} n A(n) e^{-\beta n} \beta^{n-1} = \sum_{n=1}^{\infty} n A(n) h^n \tag{19}$$

式(17)の両辺を微分すると

$$\frac{d\beta}{dh} = \frac{n}{h} \sum_{n=1}^{\infty} A(n) h^n \tag{20}$$

$$h \left(\frac{d\beta}{dh} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} n A(n) h^n \tag{21}$$

式(19)と式(21)より

$$\beta \bar{n} = h \left(\frac{d\beta}{dh} \right) \tag{22}$$

式(22)に式(14)を代入すると

$$\beta \bar{n} = h \cdot \frac{\beta}{h(1-\beta)} \quad (23)$$

式 (23) より

$$\bar{n} = \frac{1}{1-\beta} \quad (24)$$

$$\beta = 1 - \frac{1}{\bar{n}} \quad (25)$$

こうして β は \bar{n} を知れば (25) 式より求めることができる。ここで交通密度, 平均車群台数, 車群密度との間には次の関係があるので

$$\bar{n} = \frac{k}{k_b} \quad (26)$$

k : 交通密度

k_b : 車群密度

β は次式により求めることもできる。

$$\beta = 1 - \frac{k_b}{k} \quad (27)$$

以上, 幾何モデル, Borel-Tanner 分布についての諸特性が明らかとなったが, 幾何モデルは, 車群台数分布を交通流の最も基本的特性を表わす車頭間隔分布と直接結びつけるものであるのに対し, Borel-Tanner モデルは平均車群台数が求められなければ, パラメータを決定することができず, 他の交通流の特性と直接結びつくものではなく, この点モデル応用の拡張において問題を有している。

3. 理論値と観測値との比較

交通流の観測は1977年秋, 国道190号線宇部市恩田(2回), 柳ヶ瀬(3回), 国道2号線小郡バイパス(2回), 防府市牟礼江泊(2回), 1978年秋, 国道190号線後鴻(5回)での5地点, 計14回にわたって実施した。

観測結果得られたデータの諸量 Table 1 がに示されているが, データの整理においては限界車頭間隔 h_c としては車頭時間 $h_c = 3, 5, 9$ 秒の3通りの値を用いた。また表1には, 上記 h_c に基いた p, k_b, β, \bar{n} も示されているが, このうち p はデータより得られた値を直接用いており, 車頭時間分布に理論分布を当てはめたものではない。また理論値の項 \bar{n} は幾何モデルにより算出された値を示している。

\bar{n} の観測値と理論値とを比較すると h_c の値にかかわらず, 若干理論値が観測値を上まわる傾向にはあるが, 非常に良好な一致を示している。また交通量の増加に伴って平均車群台数は増加するが, 交通量の増減による理論値と観測値との適合には変化が認められず, 幾何モデルが, 交通量に対して非常に安定したモデルであることを示している。またこの傾向は交通密度に

対しても同様な傾向を示しているが, この点については, 車頭間距離分布を用いてさらに詳細な解析を行なってみる必要がある。

つぎに車群台数分布についてみると, 各地点での観測値と理論値を比較したものが Fig.1~Fig.7 である。図中実線は幾何モデルによる理論値, 一点鎖線は Borel-Tanner モデルによる理論値を表わしている。

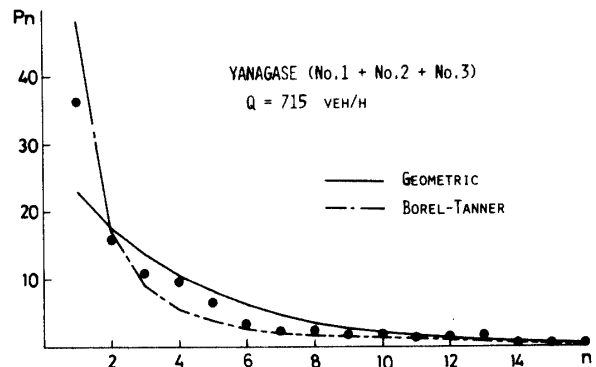


Fig.1 Bunch size distribution (YANAGASE—1977) $h_c = 5$ sec.

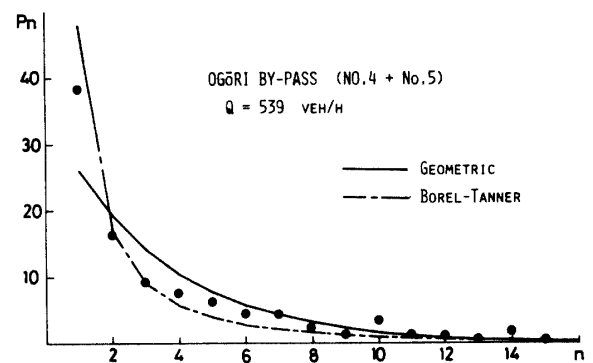


Fig.2 Bunch size distribution (OGŌRI BY-PASS—1977) $h_c = 5$ sec.

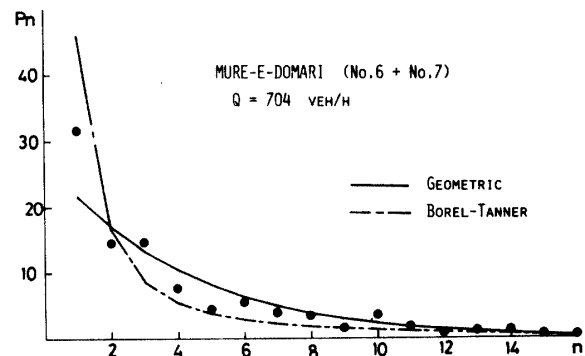


Fig.3 Bunch size distribution (MURE-E-DOMARI—1977) $h_c = 5$ sec.

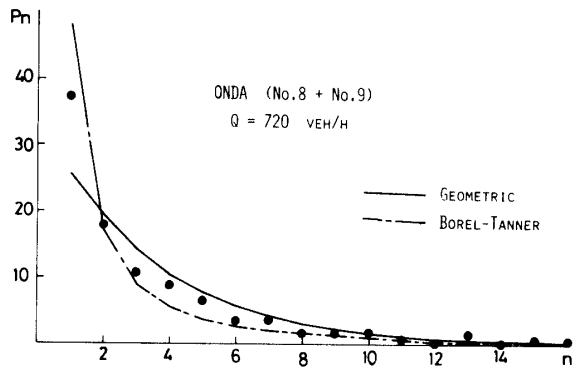


Fig.4 Bunch size distribution (ONDA-1977) $h_c = 5$ sec.

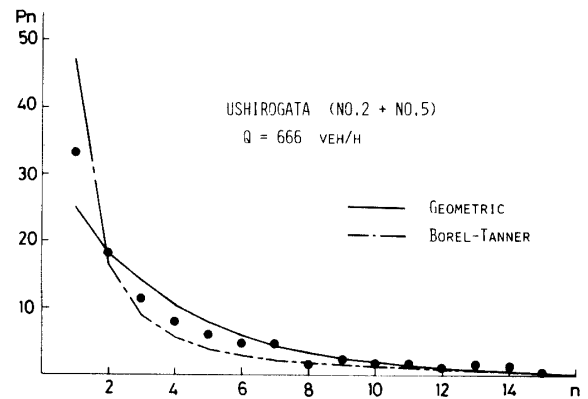


Fig.6 Bunch size distribution (USHIROGATA-1978) $h_c = 5$ sec.

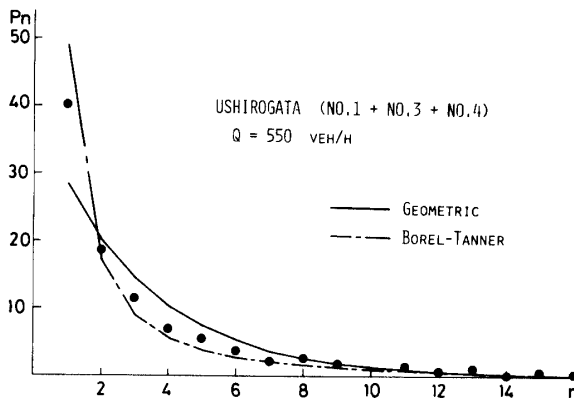


Fig.5 Bunch size distribution (USHIROGATA-1978) $h_c = 5$ sec.

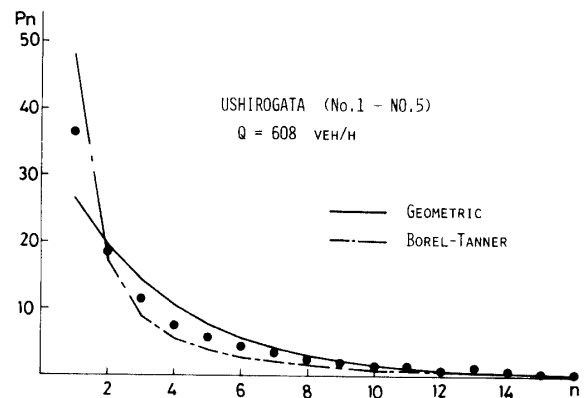


Fig.7 Bunch size distribution (USHIROGATA-1978) $h_c = 5$ sec.

Table 1

Year	No	Observed Value							
		h_c		3			5		
		Q	k	p	k_b	\bar{n}	p	k_b	\bar{n}
1977	1	425	8.68	0.458	4.83	1.80	0.584	3.66	2.37
	2	812	14.95	0.635	5.61	2.66	0.772	3.50	4.27
	3	852	12.39	0.691	3.98	3.12	0.840	2.04	6.08
	4	439	8.07	0.531	3.87	2.09	0.687	2.58	3.13
	5	597	10.69	0.644	3.99	2.68	0.762	2.57	4.16
	6	743	14.04	0.588	5.97	2.35	0.784	3.06	4.59
	7	660	13.00	0.601	5.48	2.37	0.776	2.98	4.36
	8	635	13.57	0.546	6.42	2.11	0.728	3.72	3.65
	9	762	17.36	0.553	8.10	2.14	0.748	4.50	3.85
	2+3	833	13.38	0.664	4.63	2.89	0.808	2.63	5.09
	1+2+3	715	10.92	0.629	4.17	2.62	0.770	2.57	4.25
	4+5	539	9.72	0.611	3.93	2.47	0.740	2.57	3.79
	6+7	704	13.59	0.595	5.76	2.36	0.782	3.03	4.48
8+9	720	16.17	0.552	7.78	2.13	0.743	4.26	3.79	
1~9	682	12.72	0.599	5.30	2.40	0.762	2.62	4.10	

1978	1	470	9.78	0.496	4.89	2.00	0.667	3.29	2.97
	2	819	15.71	0.637	5.68	2.77	0.797	3.17	4.96
	3	583	12.76	0.612	5.01	2.55	0.732	3.48	3.66
	4	561	11.74	0.593	4.81	2.44	0.727	3.25	3.62
	5	543	10.27	0.538	4.77	2.16	0.691	3.09	3.33
	1+3+4	550	11.76	0.584	4.92	2.38	0.717	3.38	3.49
	2+5	666	12.68	0.592	5.17	2.45	0.749	3.13	4.06
	1~5	608	12.25	0.589	5.06	2.42	0.735	3.24	3.78

Year	No	Theoretical Value								
		9			h_c Geometric (\bar{n})			h_c Borel-Tanner (β)		
		p	k_b	\bar{n}	3	5	9	3	5	9
1977	1	0.725	2.41	3.59	1.85	2.40	3.64	0.444	0.598	0.722
	2	0.884	1.76	8.50	2.74	4.39	8.62	0.625	0.766	0.882
	3	0.917	1.07	11.57	3.24	6.25	12.05	0.679	0.835	0.914
	4	0.772	1.87	4.32	2.13	3.19	4.39	0.520	0.680	0.768
	5	0.837	1.74	6.15	2.81	4.20	6.13	0.627	0.760	0.837
	6	0.890	1.55	9.08	2.43	4.63	9.09	0.575	0.782	0.890
	7	0.868	1.72	7.55	2.51	4.46	7.58	0.578	0.771	0.868
	8	0.842	2.17	6.24	2.20	3.68	6.33	0.527	0.726	0.840
	9	0.882	2.09	8.30	2.24	3.97	8.47	0.533	0.741	0.880
	2+3	0.901	1.35	9.93	2.98	5.21	10.10	0.654	0.803	0.899
	1+2+3	0.871	1.43	7.62	2.70	4.35	7.75	0.618	0.765	0.869
	4+5	0.819	1.78	5.46	2.57	3.85	5.52	0.596	0.736	0.817
	6+7	0.881	1.63	8.34	2.47	4.59	8.40	0.576	0.777	0.880
8+9	0.871	2.13	7.60	2.23	3.89	7.75	0.519	0.737	0.868	
1~9	0.866	1.73	7.34	2.49	4.20	7.46	0.583	0.794	0.864	
1978	1	0.776	2.21	4.43	2.02	3.00	4.46	0.500	0.664	0.774
	2	0.888	1.78	8.84	2.76	4.93	8.93	0.638	0.798	0.887
	3	0.823	2.30	5.55	2.58	3.73	5.65	0.607	0.727	0.820
	4	0.804	2.39	4.92	2.46	3.66	5.10	0.590	0.723	0.796
	5	0.793	2.15	4.78	2.17	3.24	4.83	0.536	0.699	0.791
	1+3+4	0.808	2.31	5.09	2.40	3.53	5.21	0.582	0.713	0.804
	2+5	0.845	1.98	6.39	2.45	3.98	6.45	0.592	0.753	0.843
	1~5	0.828	2.14	5.73	2.43	3.77	5.81	0.587	0.736	0.825

Q : Traffic Volume (Veh/hr) h_c : Critical Time Headway (sec) $f(h)$: p.d.f. of Time Headway Distribution
 k : Traffic Density (Veh/km) n : Mean Bunch Size (Veh)
 k_b : Bunch Density (bunch/km) $P = \int_0^{h_c} f(h) dh$

また各図において、1977年のデータについては、各地点での全データをまとめたものであり、1977年データについては上り方向、下り方向、および全データについてまとめたものである。図中に示されているデータ番号はまとめたデータ番号を示しており、Table 1 のデータ番号に対応している。また h_c はいずれも5秒の場合である。

これらの図より、理論値と観測値との比較を行うと

Borel-Tanner モデルは単独車車群の出現確率を過大評価し、大きな車群の出現確率を過少評価する傾向にある。一方、幾何モデルは、単独車車群の出現確率を過少評価し、大きな車群の出現確率をやや過大評価する傾向にある。これは幾何分布が観測値より大きめの平均車群台数を与える傾向にあることと一致するものである。2つのモデルのいずれが車群台数分布を良く表わすかについては、これらの図からのみでは、明確な

判断はできない。しかし、モデル応用可能性から見れば、車頭間隔分布と直接結びつけられる幾何分布の方がすぐれていると考えられる。このことはまた逆に幾何モデルによる車群研究の問題は車頭間隔分布研究の問題に帰着することを意味しており、このことから今後の車群研究にあたっては、車群台数分布モデルとして幾何モデルを用いるのが有効であると考えられる。

4. 結 言

本研究においては車群台数分布モデルとして幾何モデルを誘導し、経験的に車群台数分布を良く表わすと言われている Borel-Tanner 分布とともに観測値との比較を行った。また車群の判断基準としては、車頭時間 $h_c=3, 5, 9$ 秒を用いた。その結果明らかになったことを以下に要約する。

1. 幾何モデルは h_c の値にかかわらず、平均車群台 \bar{n} 数の良好な推定値を与える。
2. 幾何モデル、Borel-Tanner モデルはともに車群台数分布の良好な近似を与えるが、
3. 幾何モデルは単独車の出現確立を過小評価し、大きな車群の出現確立をやや過大評価する傾向を有するが、Borel-Tanner 分布はその逆の傾向を有する。

4. モデル応用の可能性からみれば、Borel-Tanner 分布より幾何分布の方が有力である。

車群研究はまだその出発点に立ったばかりであるが車頭間隔分布と車群台数分布との関係をより一般化すること、車群台数分布と交通流の速度あるいは遅れとの関係を明らかにすることなど残された問題も多い。このうち車頭時間分布と車群台数分布との関係の一般化については現在解析中であり近いうちに発表の機会を持ちたい。

参 考 文 献

- 1) 田村・最上：道路交通流における車群に関する研究（第1報），山口大学工学部研究報告，29，2，（1979）
- 2) Drew, D.R. : Traffic Flow Theory and Control, McGraw Hill, (1968) pp.236-240,
- 3) Haight, F.A., Breuer, M.A. : The Borel-Tanner distribution, Biometrika, vol. 47, pp. 143-150, (1960)
- 4) Haight, F.A. : A distribution analogous to the Borel-Tanner, Biometrika, vol. 48, pp.167-173, (1961)
- 5) Tanner, J.C. : A derivation of Borel-Tanner distribution, Biometrika, vol. 48, pp.222-224, (1961)

（昭和54年10月15日 受理）