

非単調アナログ値連想記憶モデルにおける分岐とアトラクタ共存

橋口 健一[†] 川村 正樹^{†a)}

Bifurcations and Coexistence of Attractors for a Nonmonotonic Sequential Associative Memory Model with Analogue Neurons

Kenichi HASHIGUCHI[†] and Masaki KAWAMURA^{†a)}

あらまし 非単調素子をもつ連想記憶モデルでは想起過程にカオス的な振舞いが見られるため、ダイナミックスの解析が重要となる。これまでに、素子の状態が2値をとる絶対零度モデルと有限温度モデルの分岐構造が明らかになっている。しかしながら、実数値をとるアナログ値素子の場合の分岐構造は解析されていない。2値素子とアナログ値素子では素子の状態を決める出力関数が ± 1 の2値のみをとるか、区間 $(-1, 1)$ の連続値をとることが異なるため、系の振舞いが大きく異なる。本論文では、アナログ値素子をもつ非単調系列想起型連想記憶モデルの解析を行う。2値素子と同様に、アナログ値素子でも記憶パターンに対応する不動点の周辺に準周期アトラクタやカオスアトラクタが出現する。しかしながら、アナログ値モデルの場合、2値モデルでは見られない共存領域が存在する。そこで、アナログ値モデルの分岐図を構成し、相空間全域におけるアトラクタの生成と消滅過程を明らかにする。また、アトラクタが共存するパラメータ領域において、アトラクタの引込領域を調べ、引込領域が複雑な構造をしていることを示す。

キーワード 連想記憶モデル, アナログ値ニューロン, カオス, 非単調素子, 分岐

1. ま え が き

連想記憶モデルではカオス的な振舞いや共存するアトラクタが見られるため、想起過程や引込領域を解析することが重要となる。これまでに、自己想起型連想記憶モデルでは、近似理論である統計神経科学 [1] ~ [4] によって想起過程が解析されている。また、系列想起型連想記憶モデルでは、Kawamura と Okada [5], [6] が、経路積分法 [7], [8] より巨視的状态方程式を導出し、想起過程の厳密な解析が行われている。

連想記憶モデルに非単調素子 [9] ~ [11] を用いた場合、記憶容量の増加や、想起過程にカオス的な振舞い [8] が見られる。更に、初期オーバーラップが1ではなく、中間の値をとる場合のみ、想起に成功する場合が存在する [11]。すなわち、非単調連想記憶モデルは、複雑な引込領域をもつ。単調な素子をもつ連想記憶モデルでは、記憶パターンに対応する想起アトラクタと

非想起アトラクタによって引込領域は形成される。一方、非単調な素子をもつ非単調連想記憶モデルの場合、記憶パターンに対応する複数のアトラクタが存在する可能性がある。そのため、非単調連想記憶モデルでは、単調な素子をもつモデルと比べ、更に複雑な引込領域が形成される。このようなアトラクタの共存はこれまでに十分に解析されておらず、アトラクタの共存領域や引込領域の構造が分かっていない。ある初期状態からどのアトラクタが想起されているのかが分からなければ、連想記憶モデルを利用することが困難となる。すなわち、引込領域を定量的に解析することが必要不可欠である。

多くの多自由度のカオス力学系では、系の振舞いを少数の巨視的変数で厳密に議論することは難しい。しかしながら、連想記憶モデルでは、系に現れるカオス的な振舞いを巨視的変数を用いて解析することができる。Kawamura ら [12] は、非単調系列想起型連想記憶モデルにおいて、巨視的状态方程式を導出し、想起過程においてカオスが現れることを示した。これまでに、素子の状態が決定論的に決まる絶対零度モデル (以下、2値モデルという) と、確率論的に決まる有

[†] 山口大学大学院理工学研究科, 山口市
Graduate School of Science and Engineering, Yamaguchi University, 1677-1 Yoshida, Yamaguchi-shi, 753-8512 Japan
a) E-mail: m.kawamura@m.ieice.org

限温度モデルにおける分岐現象を明らかにし、非想起状態と想起状態のアトラクタの共存関係を明らかにした [12], [13]. しかしながら、素子が連続値をとるアナログ値素子を用いた場合のカオス現象や共存するアトラクタの引込領域は解析されていない.

実数値を扱うアナログモデルでは、SCSNA (Self-Consistent Signal-to-Noise Analysis) [14], [15] によりクロストークノイズの分散が 0 となる超想起相の存在が知られている [16]. これより、アナログ値と 2 値では系の振舞いが異なる. これは素子の状態を決める出力関数が ± 1 の 2 値のみをとるか、区間 $(-1, 1)$ の連続値をとるかの違いが原因である. したがって、この出力関数の違いが分岐やアトラクタの共存にどのような影響を与えるのかを明らかにする必要がある.

本論文では、連続値をとるアナログ値素子を用いた非単調系列想起型連想記憶モデルの想起過程を解析する. そこで、本モデルの分岐図を構成し、出力関数の形の違いによる共存領域の変化や記憶容量、及びアトラクタの生成や消滅過程を明らかにする. また、アトラクタが共存するときの引込領域を調べ、引込領域が複雑な構造をしていることを示す.

2. 非単調系列想起型連想記憶モデル

N 個のニューロンから構成される非単調系列想起型連想記憶モデルを用いる. アナログ値素子を用い、各ニューロンの状態は区間 $(-1, 1)$ の実数をとる. 離散時間ダイナミクスを用い、ニューロンの状態は、

$$\sigma_i(t+1) = F\left(\sum_{j=1}^N J_{ij}\sigma_j(t)\right), \quad (1)$$

で同時に更新する. ここで、出力関数 $F(h)$ は非単調関数、

$$F(h) = \tanh \beta h - \tanh \beta(h - \theta) - \tanh \beta(h + \theta), \quad (2)$$

とする. β は出力関数の傾きを決定するパラメータであり、温度 $T = 1/\beta$ とする. また、 θ は出力を反転する位置を決定する非単調性を表すパラメータである. $T = 0$ ($\beta \rightarrow \infty$) のとき、 $\tanh \beta h$ は符号関数 $\text{sgn}(h)$ に漸近し、2 値モデルに対応する.

系列想起モデルの場合、シナプス結合 J_{ij} は、

$$J_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{\mu=0}^{p-1} \xi_i^{\mu+1} \xi_j^{\mu}, \quad (3)$$

で与えられ、 p 個のランダムなパターン ξ^{μ} が、 $\xi^0 \rightarrow \xi^1 \rightarrow \dots \rightarrow \xi^{p-1} \rightarrow \xi^0 \rightarrow \dots$ と繰り返し想起されるように記憶される. ただし、 $\xi^p = \xi^0$ とする. 記憶パターン数 p は $p = \alpha N$ とし、 α を記憶率と呼ぶ. 記憶パターン ξ^{μ} の各成分は ± 1 の値を確率、

$$\text{Prob}[\xi_i^{\mu} = \pm 1] = \frac{1}{2}, \quad (4)$$

でとる. また、ニューロンの初期状態 $\sigma(0)$ は ξ^0 に近い状態とし、確率分布、

$$\text{Prob}[\sigma_i(0) = \pm 1] = \frac{1 \pm m(0)\xi_i^0}{2}, \quad (5)$$

に従って決められる. $m(0)$ は時刻 $t = 0$ における初期オーバーラップとする. ここで、時刻 t の状態 $\sigma(t)$ と記憶パターン ξ^t との一致度 (方向余弦) をオーバーラップ、

$$m(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi_i^t \sigma_i(t), \quad (6)$$

と定義する. $m(t) = 1$ のとき、状態 $\sigma(t)$ は記憶パターン ξ^t と完全に一致しており、想起に成功している. これに対し、 $m(t) = 0$ の場合、 $\sigma(t)$ は記憶パターン ξ^t と直交しており、想起に失敗している. また、非単調素子の場合、オーバーラップが小さくなり、想起を判定しにくくなるので、実効オーバーラップ $g(t)$ を、

$$g(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi_i^t \text{sgn}\left(\sum_{j=1}^N J_{ij}\sigma_j(t-1)\right), \quad (7)$$

と定義する. $g(t) = 0$ は非想起状態を表し、 $g(t) > 0$ は想起状態を表す.

3. 想起ダイナミクス

3.1 巨視的状态方程式

本モデルの巨視的状态方程式を統計神経力学 [1] ~ [4] を用いて導出した. 系列想起モデルの場合、オーバーラップ $m(t)$ とクロストークノイズ分散 $\alpha R(t)$ を用いて、巨視的状态方程式を、

$$m(t+1) = \left\langle \xi^{t+1} \int D_z F\left(\xi^{t+1} m(t) + z \sqrt{\alpha R(t)}\right) \right\rangle_{\xi}, \quad (8)$$

$$R(t+1) = q(t+1) + U^2(t+1)R(t), \quad (9)$$

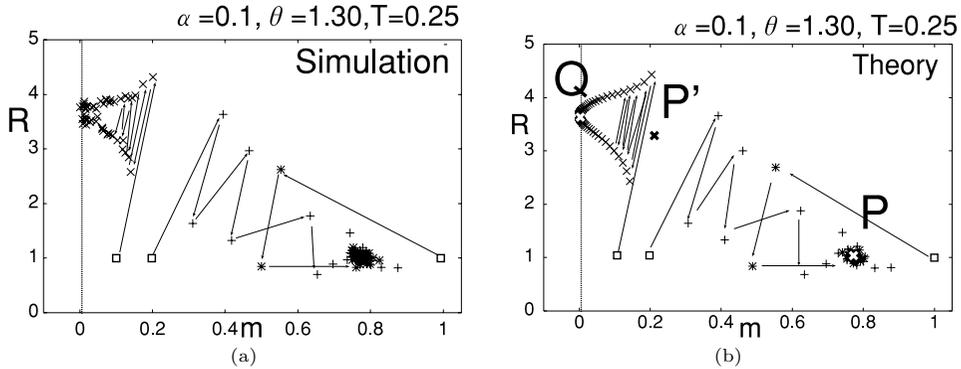


図 1 記憶率 $\alpha = 0.1$, 非単調性 $\theta = 1.30$, $T = 0.25$ の場合のオーバラップ $m(t)$ とクロストークノイズの分散 $R(t)$ による状態遷移．点列は想起過程の軌道を表し，は初期状態を表す．(a) 計算機シミュレーション ($N = 30,000$) による想起過程と，(b) 巨視的状态方程式から得られた想起過程を表す．それぞれ初期オーバラップは $m(0) = 0.1, 0.2, 1.0$ であり，初期値によって引き込まれるアトラクタが異なる．

Fig. 1 Time evolution of overlap $m(t)$ and variance of crosstalk noise, $R(t)$, for $\alpha = 0.1$, $\theta = 1.30$, and $T = 0.25$. Dots denote trajectories by (a) computer simulations ($N = 30,000$), and (b) theory. The initial overlaps are $m(0) = 0.1, 0.2$, and 1.0 , respectively. The network reaches different attractors depending on various initial overlaps.

$$U(t+1) = \frac{1}{\sqrt{\alpha R(t)}} \times \left\langle \int D_z z F \left(\xi^{t+1} m(t) + z \sqrt{\alpha R(t)} \right) \right\rangle_{\xi}, \quad (10)$$

$$q(t+1) = \left\langle \int D_z F \left(\xi^{t+1} m(t) + z \sqrt{\alpha R(t)} \right)^2 \right\rangle_{\xi}, \quad (11)$$

と記述できる．ここで， $D_z \equiv \frac{dz}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{1}{2}z^2)$ とし，積分区間は $(-\infty, \infty)$ とする．また， $\langle \cdot \rangle_{\xi}$ は ξ に関する平均を表す．

3.2 想起過程

図 1 は想起過程をオーバラップ $m(t)$ とクロストークノイズの分散 $R(t)$ で示したものである．図 1(a) は計算機シミュレーションの結果であり，図 1(b) は巨視的状态方程式より得られた結果である．それぞれ，記憶率 $\alpha = 0.10$ ，非単調性 $\theta = 1.30$ ，温度 $T = 0.25$ とし，初期オーバラップが $m(0) = 0.1, 0.2, 1.0$ のときの想起過程を示している．計算機シミュレーションに用いたニューロン数は $N = 30,000$ である．図 1(b) の P, P', Q は不動点を表す．不動点 Q は不変直線 $m = 0$ 上の安定ノードである．不動点 P は $m > 0$ の安定ノードである．また，両者の間の不動点 P' は，不安定ノードとなる． $m > 0$ のアトラクタに引き込まれた

とき，想起成功したことになる．ここで， $m = 0$ 上のアトラクタを非想起アトラクタと呼び， $m > 0$ のアトラクタを想起アトラクタと呼ぶことにする．初期状態 $m(0) = 0.1$ の場合，想起に失敗し， R 方向に振動しながら非想起アトラクタへ引き込まれる．一方，初期状態 $m(0) > 0.2$ とした場合， R 軸方向の振動を伴いながら， $m = 1$ 付近の想起アトラクタへ引き込まれる．図 1 より，計算機シミュレーションと理論の結果がよく一致していることが分かる．すなわち，統計神経力学を用いた議論が可能である．

4. アナログ値モデルの分岐図

図 1 より，非想起アトラクタと想起アトラクタが存在することが分かる．そこで，記憶率 α と非単調性 θ の 2 係数空間において，これらのアトラクタが，どのような分岐構造をもつかを明らかにする．本章では， $T > 0$ のアナログ値モデルの場合について，分岐構造を調べる

4.1 2 係数分岐図

図 2 はアナログ値モデルの周期アトラクタやカオスアトラクタの領域を表す α と θ に対する 2 係数分岐図である．横軸は非単調性 θ ($0 \sim 2.0$) であり，縦軸は記憶率 α ($0.0001 \sim 0.4$) である．ここでは， $T = 0.10$ とした．図 2(a) は非想起アトラクタの分岐図である．図中の数字は各領域の周期を表し，白色の領域は 8 周

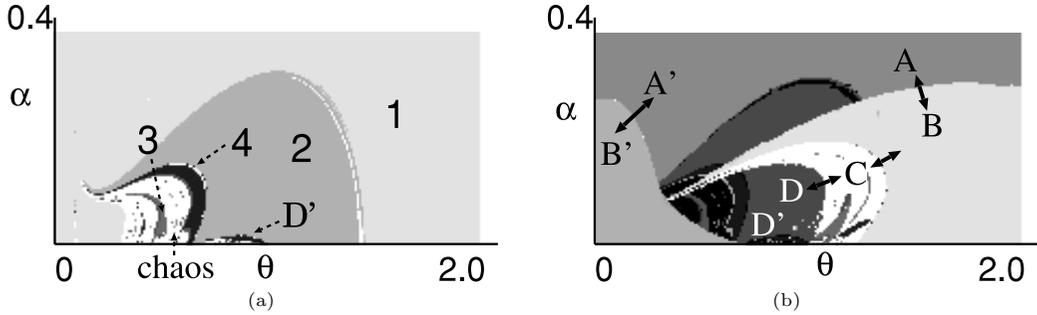


図 2 $T = 0.10$ に対する (θ, α) の 2 係数分岐図. (a) 不変直線 $m = 0$ 上のアトラクタと, (b) $m > 0$ のアトラクタの分岐図. 図中の数字は各領域の周期を表す.

Fig.2 Two-parameters bifurcation diagrams of parameters (θ, α) for $T = 0.10$: (a) diagram for attractors on invariant line $m = 0$, and (b) one for $m > 0$. Numbers denote the period of attractors in each area.

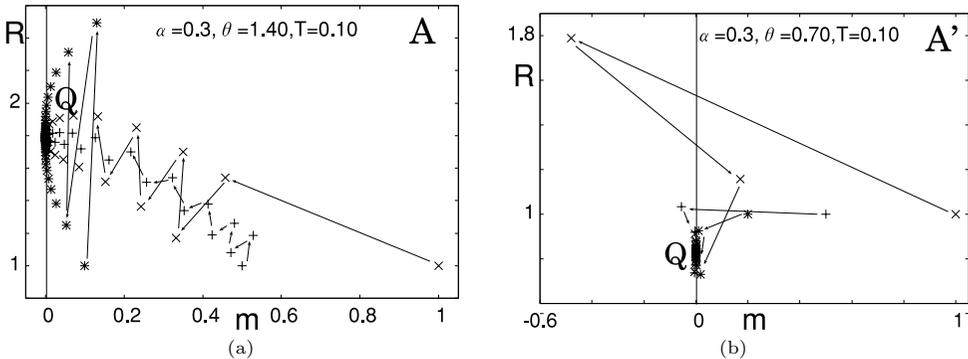


図 3 $T = 0.10$ における (a) 領域 A ($\alpha = 0.3, \theta = 1.4$) と (b) 領域 A' ($\alpha = 0.3, \theta = 0.7$) の想起過程

Fig.3 Trajectories with $T = 0.10$ in (a) the region A ($\alpha = 0.3, \theta = 1.4$), and (b) the region A' ($\alpha = 0.3, \theta = 0.7$).

期以上のアトラクタ, または, 準周期アトラクタ, カオスアトラクタが存在する領域を表す. 非想起アトラクタは, θ の減少に伴い, 1 周期アトラクタが 2 周期アトラクタへと変化し, 周期倍分岐でカオスへ変化する. また, 図中の D' で示した領域では 4 周期以上のアトラクタが存在する. この領域は 2 値モデルでは見られない.

図 2(b) は想起アトラクタの分岐図である. この分岐図は非想起アトラクタの分岐図に重ねて示している. 領域 A, A', D, D' には想起アトラクタが存在せず, 非想起アトラクタのみが存在する. 一方, 領域 B, B', C には想起アトラクタが存在し, 非想起アトラクタと共存する. これらの領域の境界 (図中の両矢印) では固有の分岐現象が見られる. どのような分岐が起きているかは, 4.3 で述べる.

4.2 各領域の想起過程

アトラクタの共存関係は, 2 係数分岐図の各領域で異なるため, 各領域の典型的な想起過程を示す. 図 3 に領域 A 及び A' における想起過程を示す. いずれも, 1 周期の非想起アトラクタ Q のみが存在する. この場合, 想起アトラクタは存在せず, 初期状態によらず想起に失敗する. ここで, 領域 A' のアトラクタ Q はクロストークノイズの分散 R が $R < 1$ と取る. 2 値モデルでは $R < 1$ となるアトラクタは存在せず, アナログ値モデルに現れる固有のアトラクタである.

図 4 は領域 B 及び B' における想起過程を示す. 領域 B では, $m = 1$ 付近の 1 周期の想起アトラクタ P と 1 周期の非想起アトラクタが共存する. この場合, 初期状態が記憶パターンに十分近ければ想起アトラクタ P に引き込まれ, 想起に成功する. 記憶パターンを

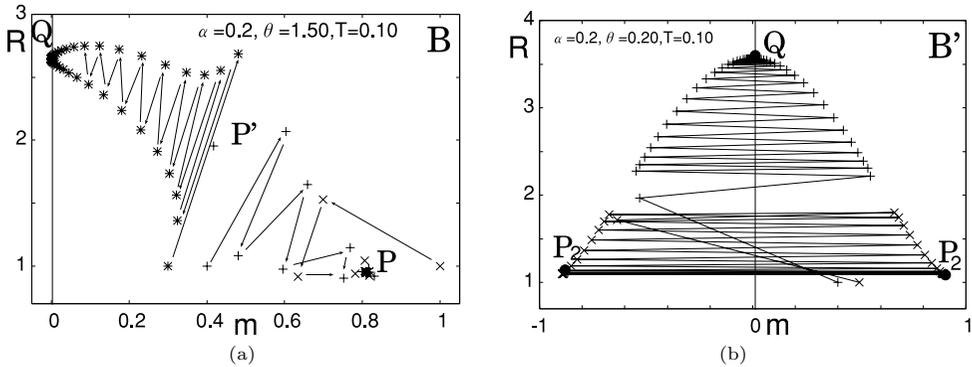


図 4 $T = 0.10$ における (a) 領域 $B(\alpha = 0.2, \theta = 1.5)$ と (b) 領域 $B'(\alpha = 0.2, \theta = 0.2)$ の想起過程

Fig. 4 Trajectories with $T = 0.10$ in (a) the region $B(\alpha = 0.2, \theta = 1.5)$, and (b) the region $B'(\alpha = 0.2, \theta = 0.2)$.

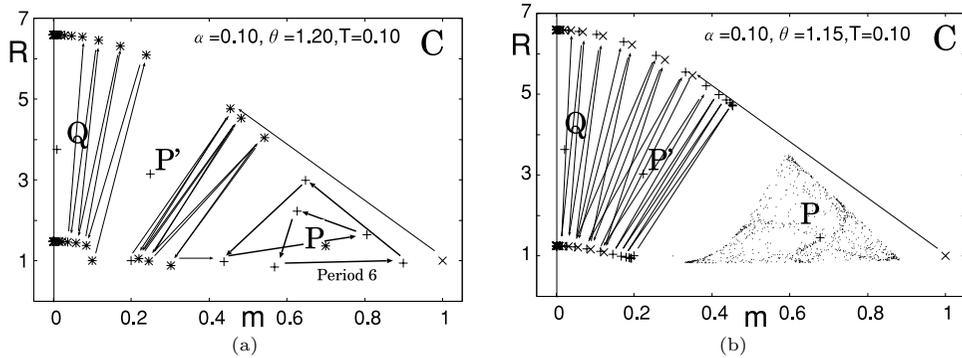


図 5 $T = 0.10$ における領域 C の P, Q 周辺の想起過程 : (a) 6 周期アトラクタ ($\alpha = 0.1, \theta = 1.20$) と (b) カオスアトラクタ ($\alpha = 0.1, \theta = 1.15$)

Fig. 5 Trajectories around P and Q with $T = 0.10$ in the region C : (a) a period-6 attractor ($\alpha = 0.1, \theta = 1.20$), and (b) a chaos attractor ($\alpha = 0.1, \theta = 1.15$).

想起したい場合は、領域 B を用いることになる。また、領域 B' では、符号反転 2 周期アトラクタ P_2 と非想起アトラクタ Q が共存する。アトラクタ P_2 は直線 $m = \pm 1$ の付近にあり、状態が符号反転するアトラクタである。アトラクタ P_2 へ引き込まれるとき、記憶パターンとその反転パターンが交互に出現する。

図 5 は領域 C における想起過程を示す。記憶パターンに対応する不動点は不安定であり、その周辺に発生する想起アトラクタに引き込まれる。想起アトラクタは、不動点 P の周辺に、周期アトラクタ (図 5 (a)) や準周期アトラクタ、更にカオスアトラクタ (図 5 (b)) として現れる。本モデルのカオス的な振舞いは、オーバーラップの値がカオス的に変化しているのであり、アトラクタ間をカオス的に遍歴しているのではないことに注意する。また、オーバーラップが 1 に十分近い初

期状態では想起に失敗し、中間値の場合のみ想起成功する。

図 6 は領域 D 及び D' における想起過程を示す。図 6 (a) より、領域 D では想起アトラクタは存在せず、非想起アトラクタ Q へ引き込まれる。この場合、初期状態によらず想起に失敗する。また、図 6 (b) より、領域 D' では 2 周期非想起アトラクタと 4 周期非想起アトラクタが共存し、双安定領域が存在する。初期状態が $m(0) \geq 0.7$ の場合、4 周期非想起アトラクタへ引き込まれ、初期状態が $m(0) < 0.7$ の場合、2 周期非想起アトラクタに引き込まれる。すなわち、初期状態によって引き込まれるアトラクタが異なる。

4.3 分岐現象

上記で示した非想起アトラクタと想起アトラクタの共存関係は、各領域 A, B, C, D のそれぞれの境界で

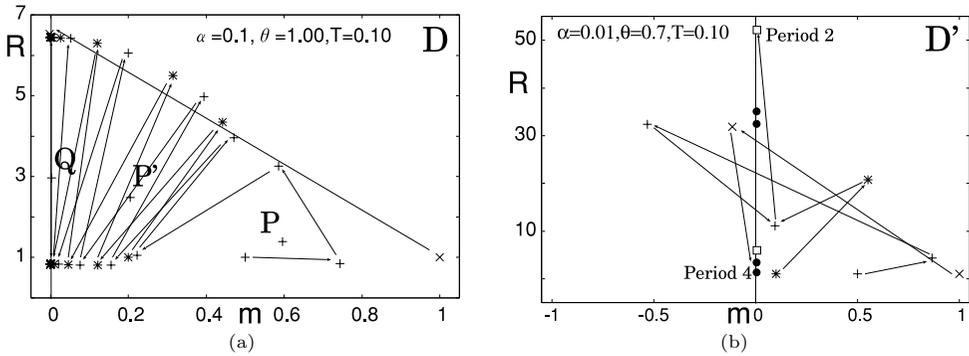


図 6 $T = 0.10$ における想起過程: (a) 領域 $D(\alpha = 0.1, \theta = 1.00)$ と (b) 領域 $D'(\alpha = 0.01, \theta = 0.7)$. 不変直線 $m = 0$ 上の \times は 2 周期アトラクタを表し, $+$ は 4 周期アトラクタを表す. 領域 D' では 4 周期アトラクタと 2 周期アトラクタが共存する

Fig. 6 Trajectories with $T = 0.10$ in (a) the region $D (\alpha = 0.1, \theta = 1.00)$, and (b) the region $D' (\alpha = 0.01, \theta = 0.7)$. Squares on the invariant line $m = 0$ denote a period-2 attractor, and circles denote a period-4 attractor. Both the period-4 attractor and the period-2 attractor coexist in this region D' .

生じる固有の分岐現象により形成されている. 領域 $A \rightarrow B$ では 1 周期アトラクタ P とサドルノード P' がサドルノード分岐により発生する. $B \rightarrow A$ では記憶パターンに対応する P が消滅するため, これ以上の記憶容量では記憶パターンを想起することができない. すなわち, $B \rightarrow A$ の境界であるサドルノード分岐集合は記憶容量を表す. 一方, $A' \rightarrow B'$ は 2 周期アトラクタ P_2 とサドルノード P'_2 がサドルノード分岐により発生する.

領域 $B \rightarrow C$ では, 1 周期アトラクタ P は領域 C との境界において, NS (Neimark-Sacker) 分岐により準周期アトラクタ及びカオスアトラクタへ変化する. 準周期アトラクタは何らかの周期アトラクタへ位相ロックした後, 再び NS 分岐によって, より複雑な準周期アトラクタへ変化する. 領域 $C \rightarrow D$ では, 不動点 P 周辺のアトラクタは消滅し, 非想起アトラクタに引き込まれる.

4.4 分岐構造に対する温度 T の影響

前節より, 非単調性 θ と記憶率 α において, アトラクタの分岐構造や各領域の共存関係が分かった. 各領域 A, B, C, D のそれぞれの境界は, 温度 T によって変化する. そこで, 温度 T によるアトラクタの生成や消滅過程, 及び共存領域の変化を明らかにする.

図 7 と図 8 は $T \geq 0$ の場合における非想起アトラクタ及び想起アトラクタの 2 係数分岐図である. $T = 0.0$ のときは 2 値モデルに対応する. 横軸は非単調性 θ ($0 \sim 1.695$) であり, 縦軸は記憶率

α ($0.0001 \sim 0.37$) である. 縦軸は対数目盛で表している. 各領域の色はアトラクタの周期を表す. 青色は 1 周期アトラクタ, 赤色は 2 周期アトラクタ, 緑は 3 周期アトラクタ, 黄色は 4 周期アトラクタ, 紫は 5 周期アトラクタ, 水色は 6 周期アトラクタ, 黒色は 8 周期以上のアトラクタあるいはカオスアトラクタが存在する領域を表す.

図 7 は非想起アトラクタに対する分岐図である. アナログ値モデルでは, 2 値モデルでは見られない領域 D' が $\theta = 0.95$ 付近にあり, 双安定領域が存在する (図 7(b)). また, フィッシュフック構造が見られる. $T \geq 0.25$ で双安定領域は消滅する. 図 8 は想起アトラクタに対する分岐図である. T の増加に伴い, 領域 C は大きくなり (図 8(d)), $T = 0.33$ で孤立円周状になる (図 8(e)). $T \geq 0.40$ で消滅する.

ここで, アナログ値モデルの 2 係数分岐図の構造を考えてみたい. 図 7 で示したように, 双安定領域があり, 図 8 で示したように, 領域 B, C が曲がった構造をしている. これらのことから, パラメータ空間は図 9 に示したような構造をしていると考えられる. 図中の領域 B, C は, それぞれ図 2(b) の領域 B, C に対応する.

5. アトラクタ共存の解析

アナログ値モデルは, 温度 T によってアトラクタの分岐構造や共存領域が変化する. 特にアナログ値モデルの場合, 2 値モデルと比べ, アトラクタの共存領域

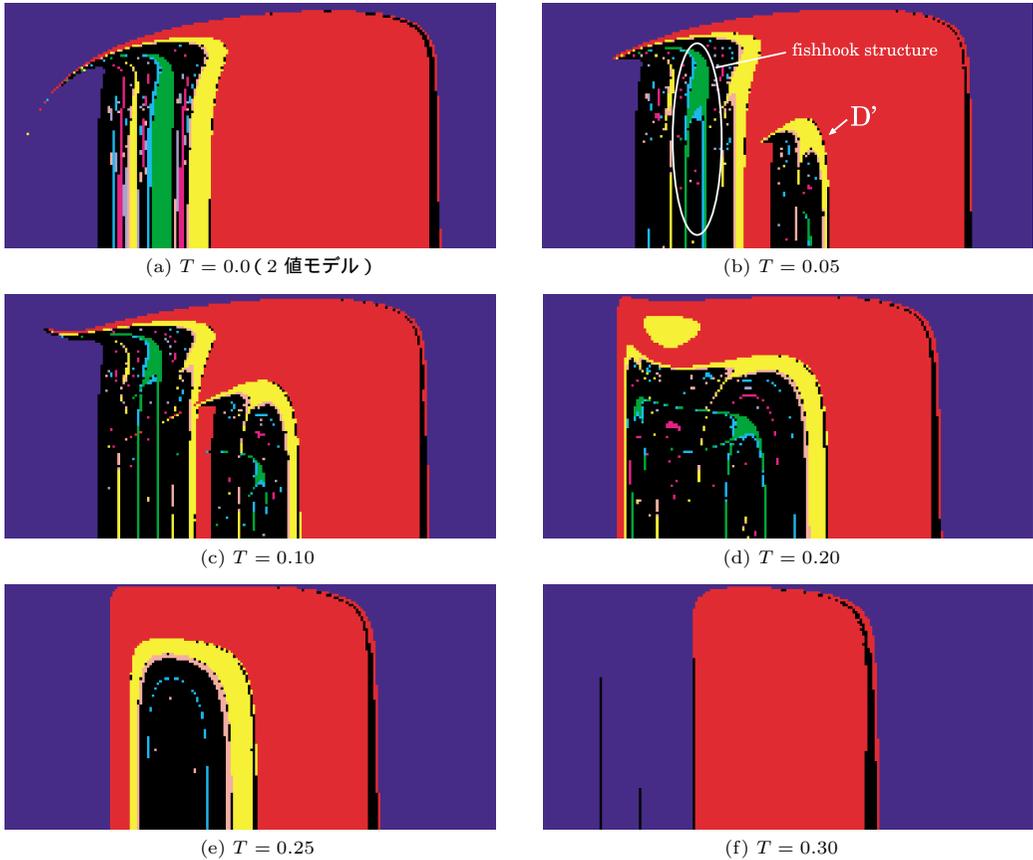


図 7 不変直線 $m = 0$ に対する 2 係数分岐図．横軸は θ ($0 < \theta \leq 1.695$) であり，縦軸は α ($0.0001 < \alpha < 0.37$) である．縦軸は対数目盛で表示している．

Fig. 7 Two-parameters bifurcation diagrams on invariant line $m = 0$. The abscissa denotes θ ($0 < \theta \leq 1.695$) and the ordinate denotes α ($0.0001 < \alpha < 0.37$) on a logarithmic scale.

が大きい．アトラクタの共存領域の構造について，想起過程や引込領域から明らかにする．

5.1 想起過程

まず，1 周期想起アトラクタ P と符号反転 2 周期アトラクタ P_2 が共存しない場合について議論する．2 係数分岐図上の領域 B 及び B' の想起過程 (図 4) に着目する．領域 B では， R 方向に振動しながら，1 周期想起アトラクタ P へ引き込まれる (図 4(a))．想起可能な限界値を示す臨界オーバーラップは $m_c \approx 0.3$ である．この場合，臨界オーバーラップ m_c を決定することができる．すなわち，区間 $(m_c, 1]$ の初期オーバーラップは，想起アトラクタへ引き込まれる．これは単調素子モデルでも見られる典型的な想起過程である．また，領域 B' では m 方向に振動しながら符号反転 2

周期アトラクタ P_2 へ引き込まれる (図 4(b))．臨界オーバーラップは $m_c \approx 0.4$ である．

一方，アトラクタが共存する場合，想起過程が複雑となる．図 8(c) のパラメータ領域 X に着目する．記憶率 $\alpha = 0.01$ ，非単調性 $\theta = 0.27$ ， $T = 0.25$ であり，1 周期想起アトラクタ P と符号反転 2 周期アトラクタ P_2 が共存する．図 10 に X の想起過程を示す．この領域では，オーバーラップ m やクロストークノイズの分散 R が非常に小さくなるので，縦軸は対数目盛で表し，横軸を実効オーバーラップ g で表していることに注意する．1 周期想起アトラクタ P は，実効オーバーラップが $g \approx 1$ となっているため，想起に成功している．また，クロストークノイズの分散は $R < 1$ となっている．初期オーバーラップが $g(0) > 0.25$ の場

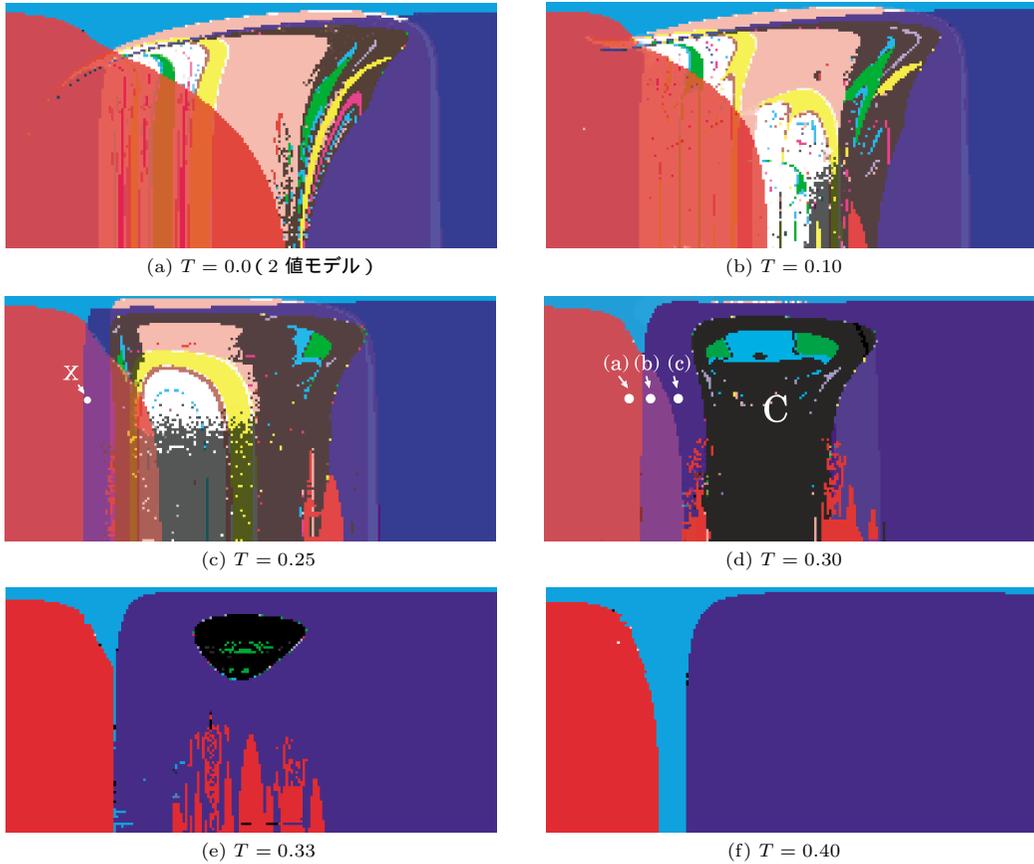


図 8 $m > 0$ に対する 2 係数分岐図．横軸は θ ($0 < \theta \leq 1.695$) であり，縦軸は α ($0.0001 < \alpha < 0.37$) である．縦軸は対数目盛で表示している．

Fig. 8 Two-parameters bifurcation diagrams in $m > 0$. The abscissa denotes θ ($0 < \theta \leq 1.695$) and the ordinate denotes α ($0.0001 < \alpha < 0.37$) on a logarithmic scale.

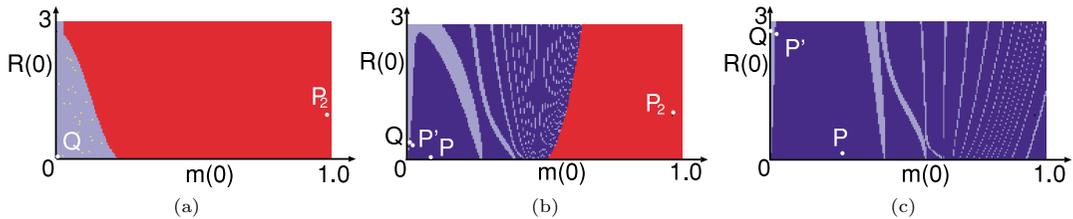


図 11 $T = 0.30, \alpha = 0.01$ のときのアトラクタの引込領域．それぞれ，(a) $\theta = 0.25$ ，(b) $\theta = 0.35$ ，(c) $\theta = 0.45$ の引込領域である．

Fig. 11 Basin of attractions with $T = 0.30, \alpha = 0.01$ for (a) $\theta = 0.25$ ，(b) $\theta = 0.35$ ，and (c) $\theta = 0.45$ ，respectively.

合，符号反転 2 周期アトラクタへ引き込まれる．また， $0.05 < g(0) < 0.07$ 及び $0.20 < g(0) < 0.206$ の場合，1 周期想起アトラクタ P に引き込まれる．このとき，想起アトラクタ P の引込領域が二つあることに注意す

る．一方， $0.07 < g(0) < 0.20$ ， $0.206 < g(0) < 0.25$ 及び $g(0) < 0.05$ では 1 周期非想起アトラクタ Q に引き込まれる．このようにアトラクタが共存する場合，アトラクタの引込領域は複数存在する．すなわち，所

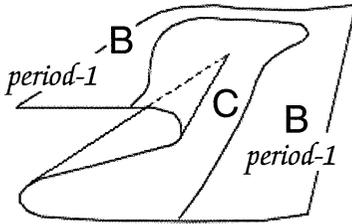


図 9 $T = 0.30$ における 2 係数分岐図の構造
Fig. 9 Schematic diagram of the two-parameters bifurcation diagrams with $T = 0.30$.

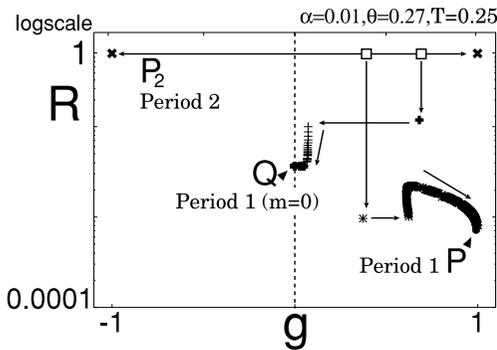


図 10 $\alpha = 0.01, \theta = 0.27, T = 0.25$ における様々な初期状態からの想起過程. $g \neq 0$ には, $R \ll 1$ となる 1 周期想起アトラクタ P と符号反転 2 周期アトラクタ P_2 が共存する.
Fig. 10 Trajectories for various initial states for $\alpha = 0.01, \theta = 0.27$, and $T = 0.25$. In the case of $g \neq 0$, both a period-1 attractor P and a period-2 attractor P_2 coexist.

望の記憶パターンを想起するには、初期状態を注意深く選ばなければならないことを意味する。

5.2 引込領域

前節より、アトラクタが共存する場合、初期状態に依存し、引き込まれるアトラクタが異なることや、クロストークノイズの分散が $R < 1$ となるアトラクタが存在することが分かった。このような現象は 2 値モデルでは見られない。そこで、各アトラクタがどのような初期値から想起可能であるかを、引込領域を描くことによって示す。

図 8 (d) の 2 係数空間上の三つパラメータ領域 (a), (b), (c) に着目する。(a) は $\theta = 0.25$ であり、符号反転 2 周期アトラクタ P_2 と非想起アトラクタ Q が共存する。(b) は $\theta = 0.35$ であり、符号反転 2 周期アトラクタ P_2 , 1 周期想起アトラクタ P 及び非想起アトラクタ Q が共存する。(c) は $\theta = 0.45$ であり、1 周期想起アトラクタ P と非想起アトラクタ Q が共存する。

記憶率はいずれも $\alpha = 0.01$ である。

図 11 はそれぞれ、(a), (b), (c) におけるアトラクタの引込領域を示す。横軸は初期オーバーラップ $m(0)$ を表し、縦軸はクロストークノイズの分散 $R(0)$ である。図中の色は各アトラクタの引込領域を示す。それぞれ、赤色は P_2 、青色は P 、水色は Q の引込領域である。図中の P_2, P, Q はアトラクタの位置を示す。 P' は不安定ノードの位置を示す。

図 11 (a) では、 P_2 と Q の引込領域が単調な構造をしている。このような場合には、臨界オーバーラップ m_c を一意に決めることができる。この場合、 $m_c \approx 0.15$ である。一方、図 11 (b) では P と Q の引込領域が相互に入り組んだ構造をしており、複雑な構造をとる。また、図 11 (c) では、 P_2 が存在しないにもかかわらず、 P と Q の引込領域が複雑な構造をとる。このように、初期オーバーラップが大きい領域においても、非想起アトラクタの引込領域が存在し、複雑な引込領域を形成していることが分かる。

6. 議論

アナログ値モデルにおける分岐図を構成し、アトラクタの消滅や生成過程を示した。また、アトラクタの共存関係に着目し、アトラクタの引込領域が複雑な構造をしていることを示した。更に、共存領域には $R \ll 1$ となるアトラクタが存在し、到達可能であることを示した。

6.1 写像の構造

アナログ値モデルの双安定領域 (図 7 (b)) は、2 値モデルでは見られない。アナログ値モデルと 2 値モデルの分岐構造の違いの要因についてクロストークノイズの分散 R の一次元写像より議論する。図 12 は不変直線 $m = 0$ 上における $R(t)$ の一次元写像である。実線はアナログ値モデル $T = 0.15$ の場合を表し、破線は 2 値モデル $T = 0$ の場合を表す。記憶率 $\alpha = 0.03$ 、非単調性 $\theta = 0.8$ である。2 値モデルの場合、原点近傍で 0 へ漸近せず単峰写像となり、2 周期アトラクタをとる。一方、アナログ値モデルの場合、原点近傍で 0 へ漸近し、双峰写像となり、4 周期アトラクタをとる。

6.2 $R \ll 1$ のアトラクタ

$R \ll 1$ となるアトラクタと超想起相について定常状態から議論する。これまでに、自己想起型連想記憶モデルに対して超想起相が示されている [16]。そこで、超想起相について考えてみたい。 $t \rightarrow \infty$ のとき、 $R(t) \rightarrow R, U(t) \rightarrow U, q(t) \rightarrow q$ へ収束すると仮定す

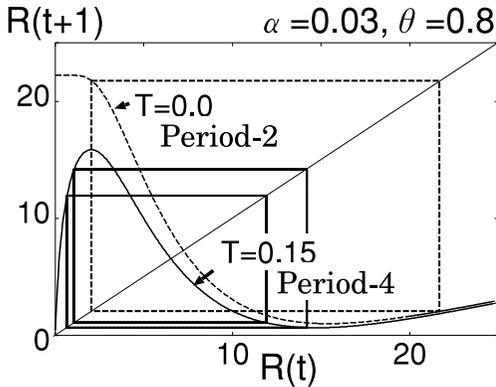


図 12 R の一次元写像．それぞれ、破線は 2 値モデル ($T = 0$) を表し、実線はアナログ値モデル ($T = 0.15$) を表す．

Fig. 12 A one-dimensional map of R . Broken and solid lines denote map of binary neurons model ($T = 0$) and one of analogue neurons model ($T = 0.15$), respectively.

ると、自己想起型モデルのクロストークノイズの分散 αR は、

$$R = \frac{q}{(1-U)^2}, \quad (12)$$

となる．これは $U \rightarrow \infty$ になることによって $R \rightarrow 0$ となることが可能となる．このことから自己想起型連想記憶モデルでは、 U が発散する場合において、超想起相が存在すると考えられる．

一方、系列想起型連想記憶モデルでは、

$$R = \frac{q}{1-U^2}, \quad (13)$$

となる [5], [6] . $R > 0$ より $|U| < 1$ を満たす必要がある．したがって、自己想起型連想記憶モデルと異なるメカニズムで、 $R \ll 1$ となるアトラクタが生じていることが分かる．実際、 $\alpha = 0.01, \theta = 0.27, T = 0.25$ の想起アトラクタの場合、 $q = 0.000779$ となり、 $R = 0.008106$ となる．このときのオーバーラップは $m = 0.026564$ となり小さい値をとるが、有効オーバーラップは $g = 0.996826$ となり想起に成功している．このように、アナログ値モデルでは $q \ll 1$ となるため、 $R \ll 1$ となるアトラクタを生じる．

6.3 カオスの役割

本モデルでは一つの系列 (アトラクタ) のみを想起し、そのオーバーラップの値がカオス的に変化する．この点は、アトラクタ間を遷移するカオスニューラルネットワーク等 [17] ~ [19] と異なる性質である．この

ようなカオスがどのような役割を果たすかは、連想記憶モデルをどのような処理に用いるかによって変わり得る．従来どおり、記憶パターンを想起することを目的とするならば、カオス領域は避けるべきである．一方、本モデルの出力が別のモジュールを制御するような場合には、カオスが何らかの情報処理に役立つ可能性がある．いずれにせよ、構成した分岐図より、どのようなパラメータ領域において、周期アトラクタやカオスが出現するかが分かる．

謝辞 本研究の一部は文部科学省科学研究費補助金 (若手研究 (B) No.16700210) によるものである．また、本研究を進めるにあたり岡田真人氏の助言に感謝する．

本研究では山口大学計算機クラスターシステムを利用した．

文 献

- [1] S. Amari and K. Maginu, "Statistical neurodynamics of associative memory," *Neural Netw.*, vol.1, pp.63-73, 1988.
- [2] S. Amari, "Statistical neurodynamics of various versions of correlation associative memory," *Proc. IEEE Conference on Neural Networks*, vol.1, pp.633-640, 1988.
- [3] M. Okada, "A hierarchy of macrodynamical equations for associative memory," *Neural Netw.*, vol.8, no.6, pp.833-838, 1995.
- [4] M. Okada, "Notions of associative memory and sparse coding," *Neural Netw.*, vol.9, no.8, pp.1429-1458, 1996.
- [5] 川村正樹, 岡田真人, "経路積分法による系列想起モデルの想起過程," *信学論 (D-II)*, vol.J84-D-II, no.10, pp.2302-2311, Oct. 2001.
- [6] M. Kawamura and M. Okada, "Transient dynamics for sequence processing neural networks," *J. Phys. A, Math. Gen.*, vol.35, pp.253-266, Jan. 2002.
- [7] A. Düring, A.C.C. Coolen, and D. Sherrington, "Phase diagram and storage capacity of sequence processing neural networks," *J. Phys. A, Math. Gen.*, vol.31, pp.8607-8621, 1998.
- [8] K. Katayama and T. Horiguchi, "Sequence processing neural network with a non-monotonic transfer function," *J. Phys. Jpn.*, vol.70, pp.1300-1314, 2001.
- [9] 森田昌彦, 吉澤修治, 中野馨, "自己相関連想記憶の想起過程とその改良," *信学論 (D-II)*, vol.J73-D-II, no.2, pp.232-242, Feb. 1990.
- [10] M. Morita, "Associative memory with nonmonotone dynamics," *Neural Netw.*, vol.6, pp.115-126, 1993.
- [11] H. Nishimori and I. Opris, "Retrieval process of an associative memory with a general input-output function," *Neural Netw.*, vol.6, pp.1060-1067, 1993.
- [12] M. Kawamura, R. Tokunaga, and M. Okada, "Low-

- dimensional chaos induced by frustration in a non-monotonic system,” *Europhys. Lett.*, vol.62, no.5, pp.657–663, Jan. 2003.
- [13] M. Kawamura, R. Tokunaga, and M. Okada, “Bifurcation analysis in an associative memory model,” *Phys. Rev. E*, vol.70, no.4, 046210, 2004.
- [14] M. Shiino and T. Fukai, “Self-consistent signal-to-noise analysis and its application to analogue neural networks with asymmetric connections,” *J. Phys. A, Math. Gen.*, vol.25, pp.375–381, 1992.
- [15] T. Fukai and M. Shiino, “Study of self-inhibited analogue neural networks using the self-consistent signal-to-noise analysis,” *J. Phys. A, Math. Gen.*, vol.25, pp.4799–4811, 1992.
- [16] M. Shiino and T. Fukai, “Onset of ‘super retrieval phase’ and enhancement of the storage capacity in neural networks of non-monotonic neurons,” *J. Phys. A, Math. Gen.*, vol.26, pp.831–841, 1993.
- [17] K. Aihara, T. Takabe, and M. Toyoda, “Chaotic neural networks,” *Phys. Lett. A*, vol.144, pp.333–340, 1990.
- [18] S. Nara and P. Davis, “Learning feature constraints in a chaotic neural memory,” *Phys. Rev. E*, vol.55, pp.826–830, 1997.
- [19] M. Adachi and K. Aihara, “Associative dynamics in a chaotic neural network,” *Neural Netw.*, vol.10, pp.83–98, 1997.

(平成 17 年 11 月 24 日受付, 18 年 4 月 20 日再受付)



橋口 健一 (学生員)

平 16 山口大・理・自然情報科学卒・平 18 同大大学院修士課程了。同年, 安川情報システム(株)入社。ニューラルネットワークに関する研究に従事。



川村 正樹 (正員)

平 6 筑波大・第三・情報卒・平 8 同大大学院修士課程了。平 11 同大学院博士課程了。博士(工学)。同年山口大・理助手。平 15 同大・理講師。平 18 同大大学院・理工講師, 現在に至る。ニューラルネットワーク, 記憶に関する研究に従事。平 15 本会回路とシステムワークショップ奨励賞受賞。日本神経回路学会, 日本物理学会各会員。