

## 砂の応力～ひずみ挙動について

三浦 哲彦\*・岡田 進\*\*

## On the Stress-Strain Behavior of a Sand

Norihiko MIURA and Susumu OKADA

## Abstract

Some experimental results are presented to show that there exists a remarkable similarity between the response of a sand at high pressures and that of a normally consolidated clay at ordinary pressures. It is postulated, on this experimental fact, that a sand under high stresses is an isotropic hardening material as an intact clay may be, hence, the critical state concept is introduced for investigating the stress-strain behavior of a sand subjected to high pressures.

Two kinds of high pressure triaxial compression tests, of which shear conditions are drained and constant volume, are performed on the Toyoura sand of dense state. It is shown that the predicted stress-strain relations, which are resulted from the theoretical equations that have been developed by Roscoe et al., are reasonably comparable with the observed stress-strain relations.

## 記号説明

- $e, e_0$ : 間げき比, 初期間げき比  
 $p$ : 有効平均応力  
 $p_0$ : 当該の yield locus と正規圧密曲線との交点における  $p$  値  
 $p_e$ : 等価圧密圧力 (正規圧密曲線上のその間げき比に対応する圧力  $p$ )  
 $v$ : 体積ひずみ  
 $\delta E$ : 試料単位体積当りの全エネルギー変化 ( $=\delta U + \delta W$ )  
 $\delta U$ : 試料単位体積当りの可逆的エネルギー変化  
 $\delta W$ : 試料単位体積当りの不可逆的エネルギー変化  
 $\Gamma$ :  $p=1$  における限界間げき比  
 $\epsilon$ : せん断ひずみ ( $=\epsilon_1 - v/3$ )  
 $\epsilon_1$ : 最大主ひずみ  
 $\epsilon_3$ : 最小主ひずみ  
 $\eta$ : 応力比 ( $=q/p$ )  
 $\kappa, \lambda, M$ : 材料定数  
 $\sigma_1$ : 有効最大主応力  
 $\sigma_3$ : 有効最小主応力

$\psi$ : ひずみ増分比 ( $=1/(\delta e^p / \delta v^p)$ )

サブスクリプト  $r$ : 可逆的变化に関する表示

サブスクリプト  $p$ : 不可逆的变化に関する表示

## 1. まえがき

土の応力と変形の関係を明らかにすることは、土質力学の最も重要な課題の一つであり、その究極の目的である普遍的な土の構成法則の確立に向って多くの研究が進められている。この問題に対するアプローチの仕方の一つは Rowe の研究<sup>1)</sup>に代表され、また他の一つは Roscoe を中心とした研究<sup>2) 3)</sup>に代表されているといえよう。前者は、土を不連続体であるとして微視的考察に基礎を置き、その主たる研究対象に砂のような軟化性の材料を選んでいるが、後者は、巨視的に見れば土は連続体であるという考えに立ち、主として正規圧密粘土のような硬化性材料を取扱っていて、両者は際立った対照を見せている。

さて、筆者の一人は、広範な拘束圧の下での砂のせん断特性について検討を重ねてきたが、その中で次のことが観察されている<sup>4) 5)</sup>。a) ある値を越えた拘束圧の下で、砂はせん断中に体積膨張をきたさなくなり、また、応力～ひずみ曲線はピークを示さなくなる。b)  $e \sim \log_{10} p$  曲線は、ある圧力付近で急にその勾配を

\* 土木工学科

\*\* 名古屋大学大学院

変えるが、これは粒子破碎に原因して不可逆的な間げき比の変化を意味する。

上述の2つの実験事実はともに、高圧下の砂の挙動と通常の圧力条件下での粘土の挙動との類似性を示唆するものである。もし両者の応力～ひずみ挙動の類似性が一貫したものであるならば、正規圧密粘土または軽く過圧密された粘土に対して Roscoe らが発展させてきた応力～ひずみ式を、高圧下の砂のそれに適用することが可能となろう。本研究のおもな目的は、上述の可能性を確かめることにある。以下、高圧下の砂の応力～ひずみ挙動に対する Roscoe らの理論式の適合性を調べていくが、その前に、この理論の基礎となっている critical state の概念について少し述べておきたい。

2. Critical state について

ある応力条件下における土の状態を表わす1つの方法として、 $p, q, e$  の3次元空間が用いられる (Fig. 1)。Roscoe ら<sup>2)</sup> は、せん断変形を受けている土要素は、ある限界状態 (critical state) に達し、そこでは  $p, q, e$  の変化なしに連続的な変形が始まるであろうと考えた。さて、正規圧密粘土が等方圧力  $p$  ( $q=0$ ) の増加によって不可逆的に体積を減じるとき、その軌跡は AC 曲線上にある。この線上の土要素が軸差応力  $q$  を受けてせん断変形するとき、それは曲面 (ACEF はそ

の一部を示す) 上を通過して critical state に達する。この曲面は state boundary surface と呼ばれ、その内側 (D, B など) にある土要素は弾性的挙動を示すと考える。このようにして形成される critical state line (EF はその一部) を、 $p\sim q$  面および  $e\sim \ln p$  面に投影すると、critical state を規定する2つの線型関係が得られる。

$$q = Mp \tag{1}$$

$$e = \Gamma - \lambda \ln p \tag{2}$$

ここに  $M$  (ミュー) は土の内部摩擦角  $\phi'$  に関連する定数、 $\Gamma$  は  $p=1$  のときの間げき比 (critical void ratio), また、 $\lambda$  は材料定数であり、正規圧密曲線を  $e\sim \ln p$  面に投影して得られる直線 (Terzaghi の式) の勾配と同じ値をとる。  $e\sim \ln p$  平面上において、critical state line より原点側にある土の状態を 'dry' または 'denser than critical', それと正規圧密曲線との間にあるとき 'wet' または 'looser than critical' と呼ばれる。

さて、Fig. 1 A 点にある土要素について、等方的に一度  $p$  を減少させ、そのうち  $p_A$  より大きな圧力まで再負荷すると、その径路は  $A\rightarrow B\rightarrow A\rightarrow C$  ようになり、A 点は降伏点となる。弾性領域内での A, B を含む曲線 (膨張曲線) は、前と同様に、 $e\sim \ln p$  平面上で直線関係にあると仮定すれば、 $\kappa$  を材料定数として次式を得る。

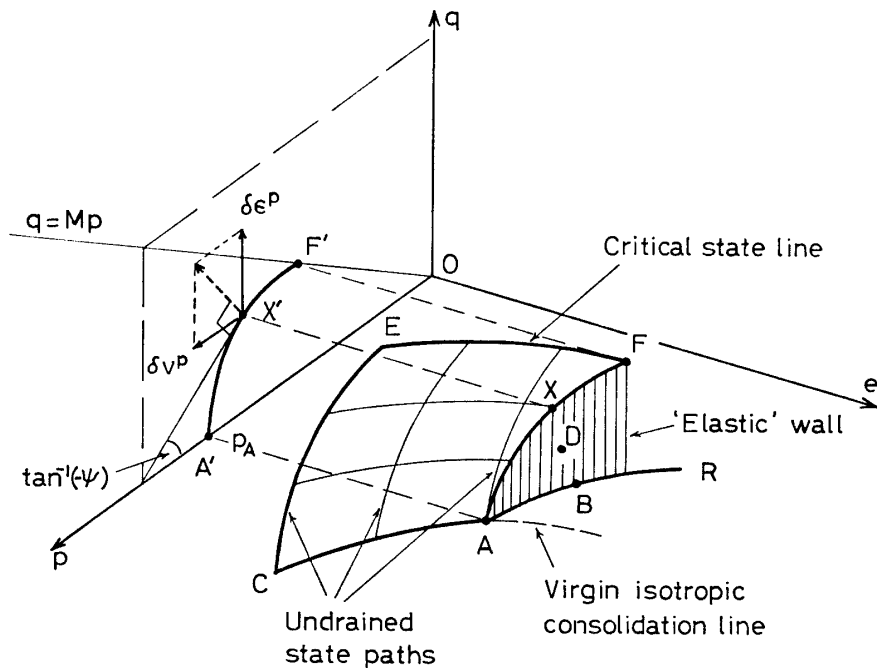


Fig. 1 Part of state boundary surface showing current 'elastic limit' line AF and yield locus A'F' (after Roscoe and Burland<sup>3)</sup>)

$$\delta v^r = \frac{\kappa}{1+e} \frac{\delta p}{p} \quad (3)$$

膨張曲線  $ABR$  上に垂直に立てた面を 'elastic wall' と称し、弾性限界を示す曲線  $AXF$  を  $p \sim q$  面に投影したものを yield locus と呼んでいる。elastic wall 内では  $\delta v^p = 0$ 、ゆえに  $\delta v = \delta v^r$ 。Roscoe ら<sup>6)</sup> は、1つのステップとして、 $\delta \varepsilon^r$  は弾性領域の内外を問わず  $\delta \varepsilon^r = 0$  と仮定しており、したがって elastic wall 内では、 $\delta \varepsilon = \delta \varepsilon^r = \delta \varepsilon^p = 0$ 。

次に、土が state boundary surface 上の一点  $X$ 、すなわち yield locus 上の  $X'$  点 (Fig. 1) にあるとして、これに、その合応力増分が外向きになるような、微小応力増分 ( $\delta p$ ,  $\delta q$ ) が加えられたとする。このとき土要素が Drucker の安定条件<sup>7)</sup> を満たすならば、ひずみ増分ベクトルは  $X'$  点において  $A'F'$  に垂直でなければならない。すなわち垂直条件は、

$$\frac{\delta \varepsilon^p}{\delta v^p} = - \left( \frac{dp}{dq} \right)_{A'F'} = \frac{1}{\psi^r} \quad (4)$$

さて、Hvorslev<sup>8)</sup> の等価圧密圧力に相当するパラメータ  $p_e$  を考えると、state boundary surface は ( $p/p_e$ ,  $q/p_e$ ) 図上で1本の曲線として表わすことができる。すなわち、連続する yield loci は幾何学的に相似であり、したがって  $\psi$  は  $q/p$  ( $=\eta$ ) のみの関数として表わすことができる。このパラメータ  $\psi$  を用いて、yield locus およびひずみ増分の式が具体的に与えられる。

### 3. 応力～ひずみ式について

前章で概観した考え方を基にして、ひずみ増分式や state boundary surface の式などが与えられるが、その詳細については文献<sup>3), 9)</sup>などを参照されたい。これらの式を実際の土の現象に適用する場合に、土要素に関する仕事式をどのような関数で表わすかが1つの問題として残されている。せん断中の土について、その単位体積当りに外部からなされる仕事の変化量は、一般に、

$$\begin{aligned} \delta E' &= \delta U + \delta W \\ &= (p\delta v^r + q\delta \varepsilon^r) + (p\delta v^p + q\delta \varepsilon^p) \end{aligned} \quad (5)$$

上式右辺の、 $\delta U$  および  $\delta W$  に対する Roscoe らの1つの考え方は次のようである。等方性の弾塑性材料に対して、 $\delta \varepsilon^r = 0$  とおくことはまず妥当であるから、

$$\delta U = \frac{\kappa}{1+e} \delta p \quad (6)$$

次に  $\delta W$  については次のように仮定する。

$$\delta W = p\delta v^p + q\delta \varepsilon = Mp\delta \varepsilon \quad (7)$$

これらの関係を(4)式に入れて

$$\frac{1}{\psi^r} = \frac{d\varepsilon}{dv^p} = \frac{1}{M-\eta} \quad (8)$$

以上の式を基にすれば、ひずみ増分式は次のように与えられる。

$$\delta \varepsilon = \frac{\lambda - \kappa}{1+e} \left[ \frac{p\delta \eta + M\delta p}{Mp(M-\eta)} \right] \quad (9)$$

$$\delta v = \frac{1}{1+e} \left( \frac{\lambda - \kappa}{M} \delta \eta + \lambda \frac{\delta p}{p} \right) \quad (10)$$

また、yield locus ならびに state boundary surface に対する式は、各々次のようである。

$$\eta = M \ln \frac{p_0}{p} \quad (11)$$

$$\eta = \frac{M}{1 - (\kappa/\lambda)} \ln \frac{p_e}{p} \quad (12)$$

さて、上述の理論式は正規圧密粘土についての実験データと必ずしも良い一致を示さないことから、Burland<sup>10)</sup> は、 $\delta \varepsilon^r = 0$  についてはそのまま認めて、 $\delta W$  に関して次の式を提案した。

$$\delta W = p\sqrt{[(\delta v^p)^2 + (M \cdot \delta \varepsilon^p)^2]} \quad (13)$$

これを(5)式右辺の  $\delta W$  として用いると、垂直条件式は  $M$  および  $\eta$  の関数として次のように表わされる。

$$\frac{1}{\psi^r} = \frac{d\varepsilon}{dv^p} = \frac{2\eta}{M^2 - \eta^2} \quad (14)$$

そして、これを用いたひずみ増分式は

$$\delta \varepsilon = \frac{\lambda - \kappa}{1+e} \left( \frac{2\eta}{M^2 - \eta^2} \right) \left( \frac{2\eta\delta \eta}{M^2 + \eta^2} + \frac{\delta p}{p} \right) \quad (15)$$

$$\delta v = \frac{1}{1+e} \left[ (\lambda - \kappa) \frac{2\eta\delta \eta}{M^2 + \eta^2} + \lambda \frac{\delta p}{p} \right] \quad (16)$$

また、yield locus ならびに state boundary surface に対する式は次のように与えられる。

$$\frac{p}{p_0} = \frac{M^2}{M^2 + \eta^2} \quad (17)$$

$$\frac{p}{p_e} = \left( \frac{M^2}{M^2 + \eta^2} \right)^{(1-\kappa/\lambda)} \quad (18)$$

なお、(17)式に  $\eta = q/p$  を入れて書きかえると、

$$\left( \frac{p}{p_0} - \frac{1}{2} \right)^2 + \left( \frac{1}{M} \cdot \frac{q}{p_0} \right)^2 = \left( \frac{M}{2} \right)^2 \quad (19)$$

となつて、( $p/p_0$ ,  $q/p_0$ ) 図上にプロットすれば、yield locus は ( $p/p_0 = 0.5$ ,  $q = 0$ ) を中心とする楕円になる

ことが分かる。

上述の考え方をさらにおし進めて、Roscoe & Burland<sup>2)</sup> は、state boundary surface より下側のある範囲に対しては不可逆的せん断ひずみ ( $\epsilon^p$ )<sub>v,p</sub> の発生を認めるような新しい yield locus を提案している。この方法によって、( $\epsilon^p$ )<sub>v,p</sub> の値を予測することはできるが、new yield locus そのものが定式化されたわけではない。そこで、本文においては Burland の新仕事式に基づく諸式 ((15)~(19)式) を中心にして、高压三軸圧縮試験結果に対するこれらの理論式の適用性について調べていくことにする。

#### 4. 豊浦砂の諸定数について

##### 4.1 砂と粘土の $e \sim \log_{10} p$ 関係の類似性

2.で述べたように、定数  $\lambda$  および  $\kappa$  は、上の等方圧縮試験結果を  $e \sim \ln p$  (または  $\log_{10} p$ ) 図上にプロットし、その正規圧密曲線または膨張(除荷-再負荷)曲線の勾配によって与えられる。Roscoe らの初期の論文においては、前述の2種類の線はきれいな直線になりしたがって降伏点も明確に決まるという前提の下に議論が進められた。実際には、典型的な正規圧密粘土においてさえ、そのように明確な関係は得られないが、それにもかかわらずこの仮定は一つの近似として広く認められている。

さて、筆者の一人は先に、飽和豊浦砂について 500 kg/cm<sup>2</sup> までの等方圧縮試験を行ない、その  $e \sim \log_{10} p$  曲線がある高い圧力において急に勾配が変わることを示し、その点の一つの降伏応力であることを指摘した<sup>1)</sup>。そして、この降伏は粒子破碎の直接の結果とし

て生じることがその後明らかになった。さて、もし砂に正規圧密曲線があるとするなら、それは粒子破碎を生じる以前の曲線がそれに相当する、と考えるのが普通である。ところがこれに対して、粒子破碎を生じる前の曲線はいわゆる膨張曲線に対応し、粒子破碎を生じつつ不可逆的に体積を減少させていく過程こそ正規圧密曲線に相当するのではないか、という指摘が橋口によってなされた<sup>12)</sup>。一方、Schofield and Wroth はその著書<sup>9)</sup>の中で、Granta-gravel (彼らは理想的な剛塑性材料をこのように別称している)の理論式に基づく応力~ひずみ曲線と、高压三軸圧縮試験によって得られた応力~ひずみ曲線とのパターンの類似性を示している。

高压下の砂の挙動に対する上述の指摘が、当を得たものであることは次の実験によって確かめられ、その結果に基づいて定数  $\lambda$  と  $\kappa$  が定められる。

##### 4.2 等方圧縮試験による豊浦砂の $\lambda, \kappa$ の決定

実験に用いた豊浦砂の諸性質ならびに、飽和密づめ供試体 (50mm $\phi$ ×130mmH) の作製方法については文献<sup>4)</sup>に詳しく述べているのでここでは省略する。この供試体について、高压三軸圧縮試験機を用いて最大 525kg/cm<sup>2</sup> までの等方圧力の負荷-除荷を繰返す、という試験を行なった。圧力の増減に伴う供試体積の変化は、それに接続したビューレットの水位の変動を読みとることによって測定した。これらのデータを整理して供試体の間げき比を計算する際に、メンブレンミスフィットの補正<sup>13)</sup>を行なった。なお、高压下における砂の圧縮性は、負荷時間に大きく依存するので、その結果をせん断試験データの解決に用いるためには、

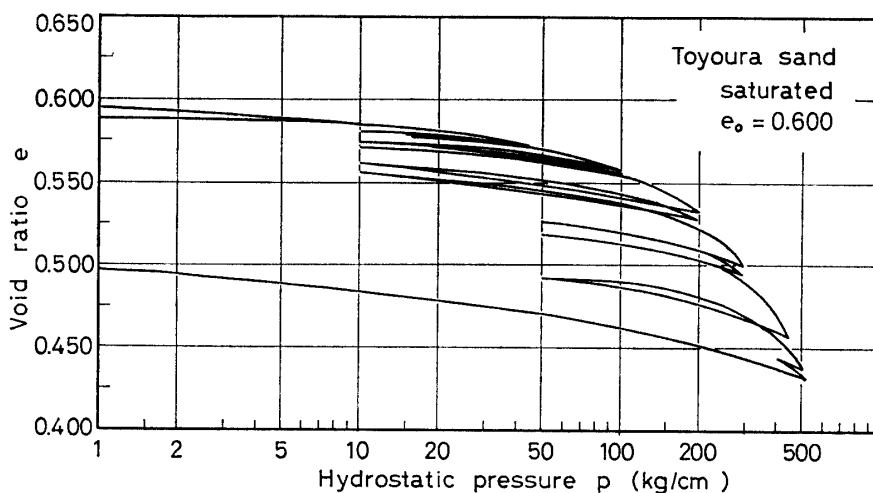


Fig. 2 Relationship between void ratio  $e$  and hydrostatic pressure in logarithm  $\log_{10} p$  on the Toyoura sand.

せん断中の平均主応力の時間変化に相応する速度で連続的に圧力を変化させるような等方圧縮試験が望まれる。しかしこのような実験を行なうのは実際には困難であるので、次の方法で負荷除荷試験を行なった：負荷または除荷の1行程を5段階に分け、各ステップで圧力を保持し、記録紙上の体積変化曲線がやや落ち着いたところで次のステップに移る；ある行程の最終段階では、供試体の体積変化が1時間当たり  $0.1\text{cm}^3$  以下になるまで圧力を保持する。

上述の方法で飽和密づめ豊浦砂に対する繰返し等方圧縮試験を行ない、Fig. 2 に示されるような結果を得た。この  $e \sim \log_{10} p$  曲線に見られる特徴の1つは、除荷曲線の勾配が先行荷重の大きさによらずほぼ一定値を示すことである。そして、除荷－負荷曲線からなるヒステリシスループは扁平でその面積も小さく、したがってこの過程での供試体の体積変化は、おおむね可逆的弾性的であると考えてよいように思われる。この除荷曲線の勾配に比べて、ある圧力以上での処女圧縮曲線の勾配は大きく、しかもそこでは不可逆的体積変化を生じていることはほぼ明らかである。本実験では、圧縮時間の選定が必ずしも適切でなかったためか、前述の圧縮過程における曲線勾配はさほど明確でない。しかし、数10個の供試体に対する圧縮試験の結果によれば、ゆるづめ供試体では圧力約  $100\text{kg}/\text{cm}^2$ 、また密づめ供試体では圧力約  $150\text{kg}/\text{cm}^2$  をそれぞれ越えるあたりから、 $e \sim \log_{10} p$  曲線の勾配は急速に変化しはじめ、これら2本の曲線は非常に高い圧力域では直線に近い1本の線上で重なることが分かっている。この高圧域における曲線の急な勾配は粒子破碎に起因するものであってそれが不可逆的現象であることは先に述べたとおりである。

以上のように、高圧力を受けた豊浦砂の  $e \sim \log_{10} p$  関係は、通常の応力範囲での粘土の  $e \sim \log_{10} p$  曲線と良い対応を示している。この実験事実から、Fig. 2 の除荷－再負荷曲線を正規圧密粘土の膨張曲線に、また、粒子破碎に起因する不可逆的圧縮過程を正規圧密曲線に、それぞれ対応するものとして、豊浦砂の  $\kappa$  および  $\lambda$  の値を求めた。これらの定数は間げき比と等方圧力の自然対数の関係から求められることに注意して、 $\kappa = 0.008 \sim 0.017$  および  $\lambda = 0.103$  を得た。これら2つの定数が、Wiener Tegel V および Weald Clay のそれら<sup>9)</sup> に近い値であることは注目される。

#### 4.3 材料定数 $M$ について

土の摩擦特性を表わす定数  $M$  は、その定義から、critical state における応力の大きさを知れば求められ

るはずである。しかし実際には、典型的な正規圧密粘土であっても、せん断試験によって試料を全体的に critical state に達せしめることが困難であり、したがって応力値から直接的に定数  $M$  を計算するのは適当でないと考えられている。試料が全体的に critical state に達し得ないのは、この状態に至る前にうすいすべり面が発生し、その近傍の土粒子が著しく配向したり吸水膨張して軟弱化することにおもな原因がある。このために、粘土の  $M$  値の妥当な決め方として、'wet' および 'dry' の1対の供試体についてのせん断試験に基づく方法が示されている<sup>9)</sup>。

これに対して砂は、たとえそれがゆるい状態であっても、通常の拘束圧の下では、'dry' あるいは 'denser than critical' の状態にあると考えられるので、その最大応力値を  $M$  の計算に用いることはもちろんできない。このような状態にある砂については、極限応力状態をもって critical state として差しつかえないであろう。ただし、ここでいう極限応力状態は、おそらく lubricated and free end<sup>14)</sup> を用いたせん断試験によってのみ得られるものであって、通常の試験で観察される単一せん断面が発生したあとの状態、いわゆる残留応力状態、とは区別しなければならぬと考える。

さて、本文で検討しようとしているのは、その挙動が正規圧密粘土のそれに類似していると予測される高圧下の砂についてである。そしてここでは、高圧下の砂の critical state そのものが明確にされないうまに  $M$  値を求めようとしているので問題はあがあるが、次の考えに従って  $M$  の値を一応定めた：Fig. 2 の  $e \sim \log_{10} p$  関係から、飽和密づめ砂の降伏応力は  $200\text{kg}/\text{cm}^2$  程度であろうと推定される；したがって、側圧 ( $\sigma_3$ ) 一定の排水条件でのせん断試験に基づいて  $M$  値を求めようとするとき、 $\sigma_3 < 100\text{kg}/\text{cm}^2$  の供試体ではその過圧密比 (OCR) は2以上となる；この場合は、denser than critical であるから、最大応力時ではなくむしろ残留応力状態の方が critical state により近いと考えられる；一方、 $\sigma_3 \geq 100\text{kg}/\text{cm}^2$  の供試体は、軽い過圧密または正規圧密状態にあると考えれば、それらは最大応力時またはそれを少し過ぎたところで critical state に達している、と思われる。

上述の考えに基づいて、排水せん断試験結果<sup>4)</sup> を  $p \sim q$  図上にプロットして直線をひき、その勾配から豊浦砂の材料定数  $M$  は1.235であろうと推定した。なお、これらの実験はいずれも、摩擦性ペDESTALを用いて行っており、非常に高い側圧条件の場合にも最大応力に達したあとに応力の低下が観測された。別の試料について、潤滑性ペDESTALを用いて実験した

結果によれば、それは摩擦性ペDESTALを使用した場合より若干大きめの最大応力値を与え、その後の応力低下もわずかであった<sup>15)</sup>。これらのことから、飽和豊浦砂の  $M$  値は前記の値より少し大きいかもしれない。

5. 実験値と理論値の比較

5.1  $\eta \sim \epsilon$  および  $\eta \sim v$  関係

飽和密づめ豊浦砂の3つの材料定数として、一応、 $\lambda=0.103$ ,  $\kappa=0.008 \sim 0.017$ , および  $M=1.235$  を得た。これらの値を(9), (10)または(15), (16)式に入れると、おのおのに対する応力比 $\sim$ せん断ひずみ(または体積ひずみ)曲線が描ける。なお、(9) $\sim$ (12)の各式は、理想的な弾塑性材料に対して1つのモデルを設定し、これについての応力 $\sim$ ひずみ増分関係等を与えたものであるが、このモデルはCam-clayと別称されている<sup>9)</sup>ので、以下本文においても同じ呼称を用いることにする。また、Burlandの仕事式((13)式)を採用したもう1つのモデルについては、単に修正モデル(式)と呼ぶことにする。

さて、(9), (10)式および(15), (16)式を積分するために、排水せん断試験の場合( $dq=3dp$ )には、 $dq = \eta dp + p d\eta$  すなわち  $dp/p = d\eta/(3-\eta)$  なる関係を用いて各式を書き変える。これらを  $\eta$  について積分すれば、Cam-clay 式(サブスクリプト C)に対しては、

$$\epsilon_c = \epsilon^p = \left( \frac{\lambda - \kappa}{1 + e} \right) \left\{ \frac{1}{3 - M} \ln \left( \frac{3 - \eta}{M - \eta} \right) - \frac{1}{M} \ln (M - \eta) + C_1 \right\} \quad (20)$$

$$v_c = \frac{1}{1 + e} \left\{ \frac{\lambda - \kappa}{M} \eta - \lambda \ln (3 - \eta) + C_2 \right\} \quad (21)$$

また、修正式(サブスクリプト B)については次式を得る。

$$\epsilon_B = \epsilon_B^p = \frac{2(\lambda - \kappa)}{1 + e} \left[ \frac{3}{2M(3 + M)} \ln (M + \eta) - \frac{3}{2M(3 - M)} \ln (M - \eta) - \frac{1}{M} \arctan \left( \frac{\eta}{M} \right) + \frac{3}{9 - M^2} \ln (3 - \eta) + C_3 \right] \quad (22)$$

$$v_B = \frac{1}{1 + e} \left\{ (\lambda - \kappa) \ln (M^2 + \eta^2) - \lambda \ln (3 - \eta) + C_4 \right\} \quad (23)$$

ここに、 $C$  は積分定数で、 $C_1 = -0.332$ ,  $C_2 = 0.113$ ,  $C_3 = -0.355$ , および  $C_4 = 0.073$  ( $\kappa = 0.008$ ) または  $0.077$

( $\kappa = 0.017$ ) である。

(20) $\sim$ (23)の各式に、3つの定数および間げき比  $e$  の値を代入し、応力比  $\eta$  の変化に伴う各ひずみ量の増加を調べると Fig. 3 および 4 のようになる。ここで、実線は  $\kappa$  の上限値  $0.017$ , 破線はその下限値をそ

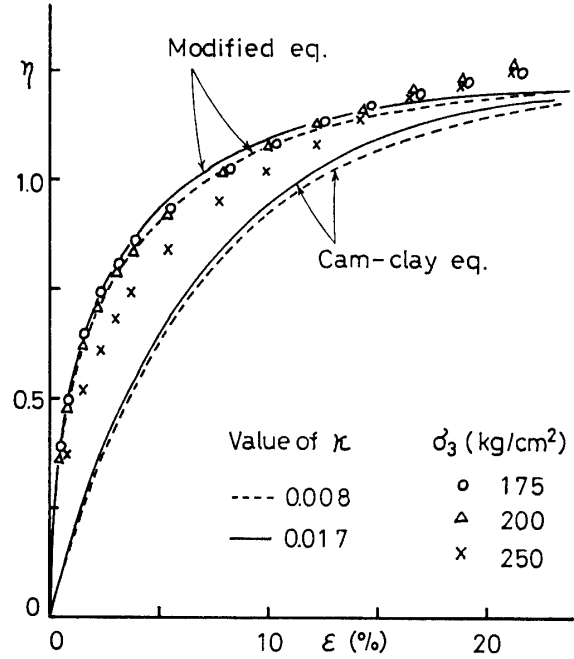


Fig. 3 Observed and predicted  $\eta \sim \epsilon$  relationships for drained triaxial tests on saturated Toyoura sand ( $e_0 \approx 0.61$ )

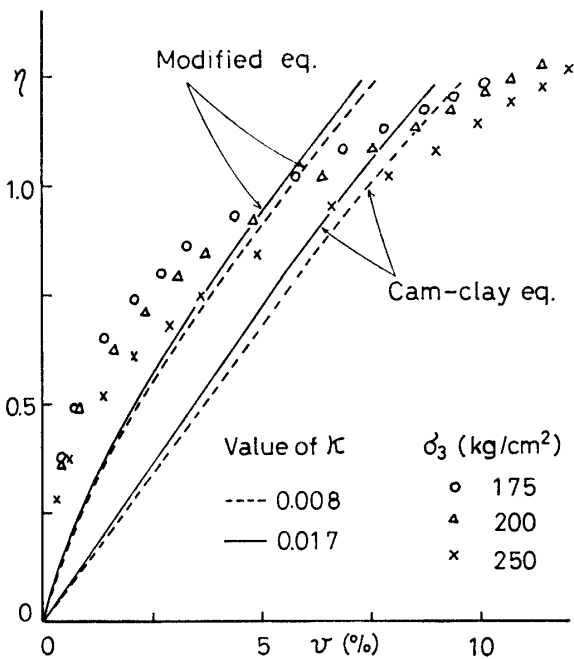


Fig. 4 Observed and predicted  $\eta \sim v$  relationships for drained triaxial tests on saturated Toyoura sand ( $e_0 \approx 0.61$ )

れぞれ用いて計算されたものである。これらの図にはまた、3つの拘束圧の下で行なった排水せん断試験の結果もプロットされている。材料定数を与えて描いた理論値と実験値とを比較して次のようにいえよう。まず、せん断ひずみ～応力比関係について、修正式の理論曲線は実験値とよく合っているとみてよいであろう。 $\kappa$  の上限値は下限値の約2倍であるにもかかわらず、対応する2本の曲線がそれほど離れないのは、それらの値が $\lambda$  の値に比べて小さいからである。修正式に対して、Cam-clay 式は過大な  $\varepsilon$  を与えるようである。このように、豊浦砂の実験値に対する適合性は、Cam-clay 式より修正式の方が優れているといえる。これと同じような傾向は、Roscoe & Burland が正規圧密されたカオリンについて示した実験値と前記の2式との比較においても見ることができる。次に、体積ひずみ ( $v$ )～応力比 ( $\eta$ ) 関係 (Fig. 4) については、 $\varepsilon$ ～ $\eta$  関係ほどの適合性は見られないものの、修正式はやはり Cam-clay 式よりは実験値に近い値を与えている。

上述のように、critical state の概念に沿って豊浦砂の3つの定数を決定し、それらを用いて2つの弾塑性モデルに基づく理論式を描いてみたところ、Burland の新仕事式を導入した修正式は実験データにほぼ近いひずみ～応力比曲線を与えることが分かった。

5.2 State boundary surface

State boundary surface は、具体的には、体積一定のせん断試験における有効応力径路によって与えられる。飽和粘土の場合には、圧密非排水せん断試験 (CU テスト) の有効応力径路を描けばよい。しかし、砂のように比較的粗い粒子からなる材料の CU 試験においては、たとえ排水径路は閉じられていても、試料空げきへのメンブレンの喰い込みを伴いつつ供試体は実質的に体積膨張をきたすことが知られている<sup>16)</sup>。このダイレイタンスー現象は供試体のせん断特性にかなりの影響を及ぼすので<sup>17)</sup>、これを防ぐために最近では排水条件での等体積せん断試験 (以下 CV 試験と略称) が行なわれるようになった。すなわち、排水せん断試験で用いる体積変化測定装置をそのままの形で利用し、せん断中にわずかな体積膨張 (または収縮) が生じたときに側圧  $\sigma_3$  を増加 (または減少) することによって、供試体の実質的な体積変化を許さない、というものである。

4. で触れた実験データに相応するよう、それらと同じ手順で密づめ飽和供試体 ( $e_0 \approx 0.61$ ) を作製した。この供試体を、まず、所定の等方圧力の下で十分に圧

縮し、しかるのちに軸差応力を加えた。せん断中の体積変化を0にすることは実際には不可能であるが、変動の幅をできるだけ小さくするために、体積変化を敏感に検知できるよう  $0.01 \text{ cm}^3$  まで読み取れるビューレットを用い、また、側圧を増減させる操作が容易であるように载荷速度を毎分0.02%に設定した。

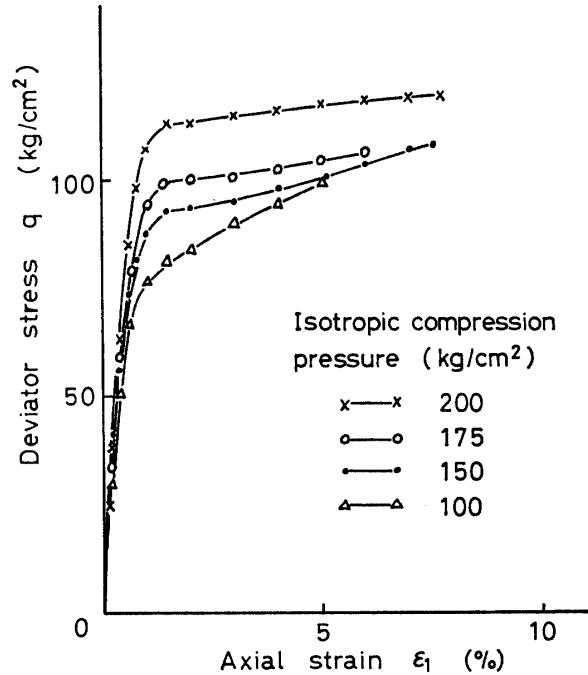


Fig. 5 Constant volume shear tests on saturated Toyoura sand ( $e_0 \approx 0.61$ )

CV 試験によって得られた飽和密づめ砂の応力～軸ひずみ曲線は Fig. 5 に示されるようであった。これらの実験データの中で、 $200 \text{ kg/cm}^2$  の等方圧力で圧

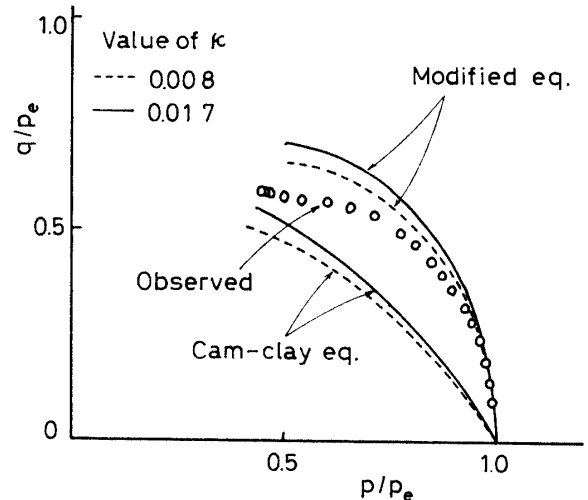


Fig. 6 Observed and predicted results of constant volume shear test on saturated Toyoura sand ( $e_0 \approx 0.60$ )

縮した供試体は正規圧縮曲線にほぼ達しているものと考えて、その応力径路軌跡、すなわち state boundary surface, を  $q/p_e \sim p/p_e$  図上にプロットすると Fig. 6 のようである。同図には、比較のために、(12)式および(16)式に基づく曲線も示されている。実測データは、critical state 付近では、Cam-clay 式の曲線に接近する傾向を示しているが、全体的に見れば修正式により近いことは明らかである。

## 6. 要 約

以上、critical state の概念に基づく Roscoe らの応力～ひずみ式は、高圧下の砂の応力～ひずみ挙動にも適用できるという前提の下に若干の検討を行ない、この考え方は大筋において肯定できるものであることを示し得たと考える。本研究で明らかにされたおもな点をあげると次のようである。

(1) 飽和豊浦砂の繰返し等方圧縮試験によって求めた  $e \sim \ln p$  曲線は、飽和粘土の  $e \sim \ln p$  曲線と類似のパターンを示す。すなわち、粘土の正規圧密曲線は、圧力の増加に伴って砂が粒子破碎を生じつつ間げき比を不可逆的に減少させる過程に対応し、また、両者の除荷～再負荷曲線（膨張曲線）は、それぞれの領域で試料は可逆的挙動を示すという点でよく類似している。砂の膨張曲線は、粒子破碎を生じる以前の初期載荷曲線にほぼ平行であり、後者は前者の中の1つであると考えられる。

(2)  $e \sim \ln p$  曲線の勾配から、飽和密づめ豊浦砂の材料定数  $\lambda$  および  $\kappa$  を求め、おのおの 0.103 および 0.008～0.017 を得た。もう1つの定数  $M$  は、側圧 25～500 kg/cm<sup>2</sup> の各条件下での排水せん断試験結果を  $p \sim q$  図上にプロットし、critical state と思われる各点を連ねた直線の勾配から、 $M=1.235$  を得た。

(3) 3つの材料定数を2つの弾塑性モデルの応力比～ひずみ式に入れて  $\eta \sim \varepsilon$  および  $\eta \sim v$  曲線を描き、排水せん断試験結果との適合性を調べた。さらに、2つのモデルによる state boundary surface と、排水条件下での等体積せん断試験による有効応力径路との比

較検討を行なった。その結果、Burland の新仕事式に基づく修正式を用いれば、高圧下の砂の応力～ひずみ挙動はある程度予測できることが明らかになった。

終りに、本研究は九州大学農学部橋口公一氏の御教示に負うところが大きいことを記し、感謝の意を表します。

## 参 考 文 献

- 1) P.W. Rowe: Proc. Roy. Soc., A269, 500 (1962)
- 2) K.H. Roscoe, A.N. Schofield and C.P. Wroth: Geotechnique, **8**, 71 (1958)
- 3) K.H. Roscoe and J.B. Burland: Engineering Plasticity, Cambridge Univ. Press (1968) p. 535.
- 4) N. Miura and T. Yamanouchi: Tech. Reps. of the Yamaguchi Univ., **1**, 271 (1973)
- 5) N. Miura and T. Yamanouchi: Tech. Reps. of the Yamaguchi Univ., **1**, 409 (1974)
- 6) K.H. Roscoe, A.N. Schofield and A. Thurairajah: Geotechnique, **13**, 211 (1963)
- 7) D.C. Drucker: Jour. Appl. Mech., Trans. A.S.M.E., **26**, 101 (1959)
- 8) M.J. Hvorslev: Res. Conf. Shear Strength of Cohesive Soils, Colorado (1960) p. 169.
- 9) A.N. Schofield and C.P. Wroth: Critical State Soil Mechanics, McGraw-Hill Book Company (1968)
- 10) J.B. Burland: Geotechnique, **15**, 211 (1965)
- 11) 三浦哲彦・山内豊聡: 第6回土質工学研究発表会, D-5 (1971)
- 12) 橋口公一: 私信 (1972)
- 13) 三浦哲彦・山本哲朗: 山口大学工学部研究報告, **25**, 179 (1975)
- 14) P.W. Rowe and L. Barden: Proc. ASCE, SM1, 1 (1964)
- 15) 三浦哲彦・山本哲朗・東島俊二: 第27回土木学会中国四国支部年次学術講演会, III-7 (1975)
- 16) P.L. Newland and B.H. Allely: Geotechnique, **9**, 174 (1959)
- 17) J. Fedá: Archiwum Hydrotechniki, TOM XVIII, 349 (1971)