

組合繰返応力に対する耐久限度の条件式

第3報 振り，曲げ耐久限度

大 野 元 明

1. 緒 言

第1, 2報記述の耐久限度の条件, [平均応力の函数] × [繰返剪断歪エネルギー] + [係数] × [静荷重によるエネルギー] = 一定の仮説において疲労を起すのは繰返剪断歪エネルギーで二次元 (又は三次元) の場合は片振性を導入した広義のものを意味し, 平均応力の函数は静荷重に基く平均応力が繰返剪断変形の抵抗を左右するものとして実際の疲労エネルギーの効果を表す係数に相当しており, 第2項の係数は両エネルギーの対立比率を意味する常数係数である。これ等の函数, 係数, 右辺の一定値は材料の内的, 外的条件が同一の場合は各材料の種別によって定るということを表わしている。この仮説に従って第1, 2報に掲げた基本条件式はその後の研究により部分的には2, 3修正を必要とする個所もある, その中で片振性を表す常数 n は前報では材料及び応力の大きさによって定める常数としたがこれは簡単のため材料のみによって定める常数と訂正する。応力の大きさに全然関係しない訳ではないが降伏点を超える静過大応力の範囲にて静エネルギー項に対してのみ僅少の修正を行う程度に止める。

その他基本的には重要な訂正事項はない故本文においては基本公式の再掲は省略する。

曲げ, 振りのような不均等応力の繰返しについては従来種々研究されており且つ難解な事柄も多分にあるが, ここではエネルギー条件の見地から疲労層を仮定する, 即ち疲労は破断を生ずる附近の層に起り従って耐久性はその層に与えられる疲労エネルギーによって決定されることを意味する。静振りや静曲げ降伏の場合にも矢張りこの様な層を考えることが出来るが繰返応力の場合と同一なものではなく従って耐久限度の相互関係は静降伏点の相互関係とは自ら異なるものである。

2. 繰返振り耐久限度 両振 τ_w 片振 τ_u

i 鋼

疲労は既述のように破断を生ずる附近の層に与えられる繰返剪断歪エネルギーによって起ると考えるとき繰返振りに対してはこの層の決め方に種々の方法が考えられるものと思う。然しここでは疲労は横断面全体の関与するものとして軸表面から横方向に中心に向う楔型層を仮定する。これは宛も円錐ころを挟めたような層で軟鋼丸棒の振り降伏の際の歪模様などにも見られるような層である。而して疲労はこの層全体に作用する剪断歪エネルギー量で決定され, これが一定限度以上であれば疲労破壊を起すものとする。然し疲労層は常に上記の楔型横層に生ずるとは限らず時には軟鋼丸棒の縦方向降伏歪模様に見られるような縦楔層に生ずる場合も考えられる。今上記二つの場合の層についての平均剪断歪エネルギーを計算すれば, τ_R を振り応力として

$$W = \frac{\tau_R^2}{2G} \int_0^R \frac{1}{R^2} (rd\theta)^2 \cdot r^2 \cdot dr / \int_0^R (rd\theta)^2 dr = \frac{3}{5} \frac{\tau_R^2}{2G} \quad (1)$$

$$W' = \frac{\tau_R^2}{2G} \int_0^R \frac{r^2}{R^2} 2\pi r dr / \pi R^2 = \frac{1}{2} \frac{\tau_R^2}{2G} \quad (1)'$$

である。繰返振りでは振り変位が比較的小なるため静振り降伏の場合と異り (1)(1)' から直に均等

エネルギーへの換算係数を $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{2}$ と定めることが出来るであろう, 従って振り耐久限度と均等剪断耐久限度の関係は

$$\tau_w = \sqrt{\frac{5}{3}} \tau_{w0} \quad \text{及び} \quad \tau_u = \sqrt{\frac{5}{3}} \tau_{u0} \quad (2)$$

$$\tau_w = \sqrt{2} \tau_{w0} \quad \text{及び} \quad \tau_u = \sqrt{2} \tau_{u0} \quad (2)'$$

となり, (2)(2)' と第1報(19) $\sigma_w = \sqrt{1+n+n^2} \cdot \tau_{w0}$ から

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{3}{5}} \sqrt{1+n+n^2} \cdot \tau_w \quad (3)$$

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{1}{2}} \sqrt{1+n+n^2} \cdot \tau_w \quad (3)'$$

但し n = 材料によって決る定数

σ_w = 引-圧耐久限度

となる。炭素鋼をC%に応じて仮にA~Eの5種別に分ちA鋼(0.15% C)で $n=1$ としE鋼(0.9% C)で $n=0.8$ とすれば(3)から

$$\sigma_w = 1.34 \tau_w \cdots \cdots A\text{鋼} \quad \tau_w = 1.21 \tau_{w0} \cdots \cdots E\text{鋼} \quad (4)$$

で, これ等は H.F.Moor, 西原氏その他の実験結果と比較される。(H.F.Moor……熔鉄 1.33, 炭素鋼1.31 西原……瑞典鋼1.237, st.50.11, 0.44% C 1.55等)

片振振り耐久限度 τ_u は第1報(1), (7)の式に

$$\tau_1 = \tau_{u0} \quad \sigma_2 = -n\tau_{u0} \quad \sigma_{m1} = \frac{\tau_{u0}}{2} \quad \sigma_{m2} = -\frac{n}{2} \tau_{u0} \quad \text{を入れて}$$

$$W_1 = \left[1 + \alpha(1-n) \frac{\tau_{u0}}{\sigma_u} - \beta(1-n)^2 \left(\frac{\tau_{u0}}{\sigma_u} \right)^2 \right] 2(1+n+n^2) \tau_{u0}^2 + \frac{\rho}{4} (1+n+n^2) \tau_{u0}^2 = 8\sigma_w^2 \quad (5)$$

となり, これから求められる τ_{u0} と (2)から算出される。A鋼の場合は $n=1, \rho=1.025$ として上式は簡単に第1報(16)となり

$$\tau_{u0} = 1.155 \left(1 + \frac{\rho}{8} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \sigma_w = 1.084 \sigma_w$$

これと(4)より $\tau_u/\tau_w = 1.88$ となる。 $\tau_u/\tau_w \left(= \frac{\tau_{u0}}{\tau_{w0}} \right)$ の値は鋼では1.9前後になる

ことは第1報にも記述した通りであるが延性材料の中でも軽合金等で n が1よりも大なる場合にこの比率が2或はそれよりも幾分高く算出される。(iii項)。次に両振振り耐久限度 τ_w と材料の静引張強さ σ_B , 振り強さ τ_B との関係は如何になるか, τ_B は第1報(12)の

$$\sigma_B = \sqrt{8\sigma_w^2/1.73\rho} \quad \rho = \text{材料によって決る値, 与えられ, これと(3)から}$$

$$\tau_w = \sqrt{\frac{5}{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+n+n^2}} \sqrt{\frac{1.73\rho}{8}} \cdot \tau_B = 0.6 \sqrt{\frac{\rho}{1+n+n^2}} \cdot \sigma_B \quad (6)$$

となり A鋼($\rho=1.025, n=1$)…… $\tau_w = 0.35\sigma_B$

E鋼($\rho=0.356, n=0.8$)…… $\tau_w = 0.28\sigma_B$

の様に算出され、C%を横軸に τ_w/τ_B を縦軸に示すと第1図(a)となる。

次に基本式第1報(3), (7)より静荷重が降伏点を超えた場合に適用される式

$$W_1' = \left[1 + \alpha(1-n) \frac{2\tau_{m0}}{\sigma_u} - \beta(1-n)^2 \left(\frac{2\tau_{m0}}{\sigma_u} \right)^2 \right] 2(1+n+n^2)\tau_u^2 \sigma_1 + 1.73\rho(1+n^2+0.6n)\tau_{m0}^2 = 8\sigma_w^2 \quad (7)$$

が得られ、これから $\tau_{u01}-\tau_{m0}$ 限界線の τ_{m0} 軸上の点 τ_{B0} は

$$\tau_{B0} = \sqrt{\frac{8}{1.73\rho} \cdot \frac{\sigma_w}{\sqrt{1+n^2+0.6n}}} = \frac{\sigma_B}{\sqrt{1+n^2+0.6n}} \quad (8)$$

であるから τ_{B0} の代りに $\sqrt{3/5} \cdot \tau_B$ を入れて

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt{1+n^2+0.6n} \cdot \tau_B \quad (9)$$

が得られる。A鋼 ($n=1$) …… $\sigma_B/\tau_B=1.248$ E鋼 ($n=0.8$) …… $\sigma_B/\tau_B=1.12$ であり、これを図示すると第1図(b)となってC%の低い範囲で計算値が幾分高い感がないでもない、従って n の値を過大静応力の範囲に対してのみ若干の修正を施して $n_1=0.8n$ を使用すれば実験値と合致せしめられる。この修正を基本条件式に採り入れて第1報(3)の第2項中の n を n_1 で書き直せば上記(7)の第2項の n が n_1 で書き直される。

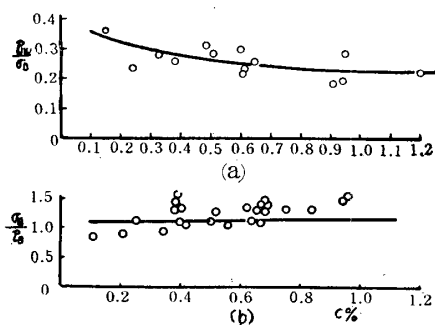
次に τ_w と振り強さ τ_B との関係を求めるには(6)と(9)及び n の修正値 n_1 を用いて

$$\tau_w = 0.465 \sqrt{\frac{1+0.6n_1+n_1^2}{1+n+n^2}} \rho \cdot \tau_B$$

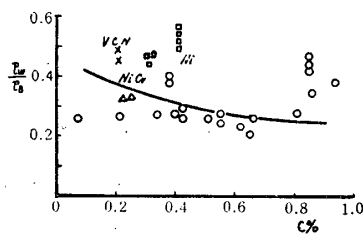
となり、A鋼 ($\rho=1.025, n=1, n_1=0.8$) …… $\tau_w/\tau_B=0.39$

E鋼 ($\rho=0.536, n=0.8, n_1=0.64$) …… $\tau_w/\tau_B=0.25$

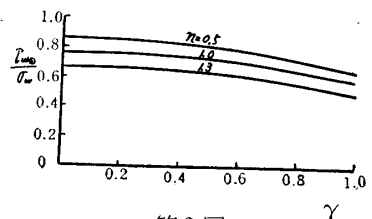
が得られ、C%について図示すれば第2図の様になり軟鋼、Ni-Cr鋼については実験値の平均と合致する。



第1図
(6), (9)式と実験値



第2図
(10)式と実験値(学振金材)



第3図
円筒の振り耐久限度

円筒の繰返振りは丸棒の場合と同一の原理に基づいて外縁から中心に到る楔型横層の円筒に含まれる部分を疲労層として内外径比 γ を用いて両振振り耐久限度 $\tau_{w\odot}$ は

$$\tau_{w\odot} = \sqrt{\frac{5}{3} \frac{1-\gamma^3}{(1+n+n^2)(1-\gamma^5)}} \cdot \sigma_w \quad (11)$$

で表される。これを γ についで図示すると第3図の様になり H. J. Gough の実験値などと大体一致している。

ii 鋳鉄

鋳鉄丸棒の繰返振りにおいても疲労層は鋼の場合と同一に考えてよいと思う、鋼と異なる点は繰返剪断歪エネルギーの二主応力の効き方が引張の方へ偏ることによってこの取扱い方は前報記述の様に常数值 n が鋼のときよりも低く0.5~0.6程度に採られることである。(2)及び第2報(2)より

$$\tau_w = \sqrt{\frac{5}{3}} \cdot \tau_{w0} = \sqrt{\frac{5}{3}} \frac{1}{\sqrt{1+n+n^2}} \sigma_w \quad (12)$$

で鋼の(3)と同一である。計算例の鋳鉄(第2報参照)で $n=0.5$ とすれば

$$\tau_w = \sqrt{\frac{5}{3}} \times 0.756 \sigma_w = 0.978 \sigma_w \text{ or } \sigma_w = 1.02 \tau_w \quad (13)$$

即ち両振振り耐久限度と引圧耐久限度は略々相等しい、この鋳鉄では片振振り耐久限度 τ_u は第2報(9)にこの材料の諸常数を入れた式

$$\left[1 + 0.5 \frac{\tau_{u0}}{\sigma_u} - 0.0625 \left(\frac{\tau_{u0}}{\sigma_u} \right)^2 + 0.003125 \left(\frac{\tau_{u0}}{\sigma_u} \right)^3 \right] \tau_{u0}^2 + 0.063 \tau_{u0}^2 = 1.077 c_u^2$$

を解いて $\tau_{u0} = 0.86 \sigma_u$ 但し $\sigma_u = 1.46 \sigma_w$ (前報(16))

となる故

$$\tau_u = \sqrt{\frac{5}{3}} \cdot \tau_{u0} = 1.61 \sigma_w \quad (14)$$

が得られ(13), (14)から $\tau_u/\tau_w = 1.65$ となって鋼の場合に比して著しく小さくなる。Gc12, Gc24 などの実験値の平均はこれと大体合っている。

鋳鉄丸棒に平均振り τ_m を与えこれを中心として両振振りを作用させた場合の基礎式は第2報(23)で与えられる。 τ_m を増大した極限は静振り破断を起すときで第2報(23)と静振りにおいて最大の引張歪エネルギーを有する螺旋面層の平均引張歪エネルギー $0.48 \frac{\tau_m^2}{2E}$ (計算の詳細は省く)

から

$$\rho_1 \times 0.48 \tau_m^2 = 8 \sigma_w^2 \text{ or } \tau_m = 4.38 \sigma_w \quad (\rho_1 = 0.88) \quad (15)$$

この τ_m を τ_B で記し第2報(18)のこの鋳鉄の $\sigma_B = 3.026 \sigma_w$ の関係から τ_B と σ_B の関係をみると

$$\tau_B = 1.44 \sigma_B \quad (16)$$

となる。この平均振りが作用するときの両振耐久限界は第2報(23)において τ_{m0} の代りに $\sqrt{0.48} \tau_m$

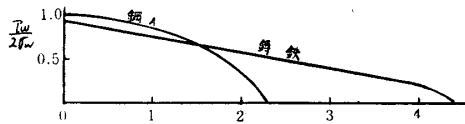
を入れ τ_{u01} の代りに $\sqrt{3/5} \tau_{u1}$ を入れて得られ

る。限界線は第4図の様な直線的限界となって鋼の場合の曲線的限界線の形と著しく異なる。

(16)に關聯して τ_w と σ_B の関係を求めてみよう、(12)及び第2報(6)から

$$\tau_w = \sqrt{\frac{5}{3}} \frac{1}{\sqrt{1+n+n^2}} \sqrt{\frac{\rho_1}{8}} \sigma_B = 0.565 \sqrt{\frac{\rho_1}{1+n+n^2}} \sigma_B \quad (17)$$

またこれに(16)を入れると



第4図 平均振りと耐久限界

$$\tau_w = 0.391 \sqrt{\frac{\rho_1}{1+n+n^2}} \cdot \tau_B \quad (18)$$

となり上例の鋳鉄では $\rho_1=0.88$, $n=0.5$ を入れると $\tau_w/\sigma_B=0.4$ $\tau_w/\tau_B=0.3$ を得る。 G_{e12} , G_{e24} についての P. Ludwik の実験結果は τ_w/τ_B が 0.387 及び 0.32 となっていて上記計算値とほぼ合致している。

第 1 表

材 料	処 理	τ_w/σ_B	τ_w/τ_B	σ_B/τ_B
独乙系合金	砂型鑄造	0.222	0.386	1.74
デュラルミン	焼 鈍	0.114	0.179	1.57
〃 9812B	圧 延	0.424	0.283	1.17
デュラルミン		0.197	0.265	1.345
〃 681B	プ レ ス	0.145	0.194	1.340
〃		0.193	0.257	1.33
黄銅MS60	焼 鈍	0.25	0.238	
黄 銅		0.232	0.332	1.43
鈍 解 銅	常温圧延	0.162	0.192	1.185
〃		0.206	0.3	1.455
モネルメタル	高温圧延	0.222	0.289	1.30

(学振金材)

iii 軽合金, 銅合金など

デュラルミン, 超デュラルミン, 黄銅などは延性材料として鋼と同様な条件式に適用されるのであるがこれ等の材料中には n の値が 1 よりも大なるものが存在する。 $n > 1$ の場合は剪断歪エネルギー項中にて正の σ_1 に対する負の σ_2 の影響が鋼の場合よりも大となり, これは基本的には圧縮に対する変形が同大の引張に対する変形よりも大きくなる様な材料に相当するものと考えられ従ってまたこの様な材料では単純応力の繰返しに対する耐久限度線図も平均応力の圧縮側において上昇度が低く材料によっては寧ろ低下する傾向があるものと推定される。例えば, 西原氏の

実験結果に見るデュラルミン, 超デュラルミンの耐久限度線図はその好例ではないかと思う。

これ等の材料に対しては第 2 報第 4 図に記した様に基本条件式の平均応力の函数 $f(\sigma_{m\phi})$, $f(\sigma_{m'\phi})$ はその傾斜が小となる。

片振剪断耐久限度 τ_{u0} を求めるには $\sigma_{m1} + \sigma_{m2} = (1-n)\tau_{m0}$ が負となる故第 1 報(2)によって

$$W_2 = \left[1 - \alpha' (n-1) \frac{\tau_{u0}}{\sigma_{-u}} + \beta' (n-1)^2 \left(\frac{\tau_{u0}}{\sigma_{-u}} \right)^2 \right] 2(1+n+n^2)\tau_{u0}^2 + \frac{\rho}{4} (1+n+n^2)\tau_{u0}^2 = C \quad (19)$$

で計算を行う。今デュラルミンの一例として

$$\alpha = 0.3361, \beta = 0.0461, \alpha' = 0.4549, \beta' = 0.1180, \rho = 0.36$$

と定め $n=1.1$ として上式を計算すると

$$\tau_{u0} = 0.48\sigma_{-u} = 1.142\sigma_w \quad \text{但し} \quad \sigma_{-u} = 2.38\sigma_w$$

両振剪断耐久限度は $\tau_{w0} = \sigma_w / \sqrt{1+n+n^2} = 0.55\sigma_w$ となって $\tau_{u0}/\tau_{w0} = 2.07$ と算出され鋼の場合の 1.9 前後の値より少し高くなる。この他の例として超デュラルミンに対して同様な計算を行ってみると矢張り 2.0 程度になる様である。

耐久条件式を更に検討するため(9)(10)によって

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_B}{\tau_B} &= \sqrt{\frac{3}{5}} \sqrt{1+n_1^2+0.6n_1} = 1.18 \quad (n_1=0.8n \text{ として}) \\ \frac{\tau_w}{\tau_B} &= 0.465 \sqrt{\frac{1+n_1^2+0.6n_1}{1+n^2+n}} \rho = 0.242 \quad (\rho=0.36) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

となり第 1 表の実験結果と大体一致している。

3. 繰返曲げ耐久限度 σ_w'' 回転曲げ耐久限度 σ_w'

i 鋼

丸棒に繰返曲げを加える際の疲労は中立面が存在して変形の自由を拘束するため中立面及び横断面と45度をなす最大剪断応力によって疲労が起り且つこれは共轭二方向に重複されるという仮定を設ける。基本条件式は八面体剪断応力歪のエネルギー式であるから繰返曲げと単純均等応力の繰返しの場合とのエネルギー関係を求めるには丸棒の平均曲げ応力 $\sigma_b^2/8E$ に八面体剪断応力と最大剪断応力との関係を導入して

$$\frac{\tau_{45}^2}{8G} \times 2 = \frac{\tau_{oct}^2}{2G} \quad \tau_{45} = \frac{\sigma_b}{2} \quad \tau_{oct} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma$$

但し σ = 引張応力 σ_b = 曲げ応力

から $\sigma_b = \frac{4}{3} \sigma = 1.333\sigma$ となり、これが直に鋼の両振曲げ耐久限度 σ_w'' と引一圧耐久限度 σ_w との関係を与えるものとして

$$\sigma_w'' = 1.333\sigma_w \quad (21)$$

とする。これは丸棒の曲げ降伏点と引張降伏点の関係とは全く異なるものである。降伏の場合は塑性流れを生じてエネルギー関係も異っている。(21)は炭素鋼、特殊鋼全般に適用しても実用上は差支えないが高炭素鋼などでは中立面の位置も変移するなどのため1,333の数値よりは幾分低くなることも考慮すべきである。 w'' と σ_w との関係は(21)と(3)から

$$\sigma_w'' = \sqrt{\frac{3}{5}} \times 1.333 \sqrt{1+n+n^2} \cdot \tau_w = 1.03 \sqrt{1+n+n^2} \tau_w \quad (22)$$

で与えられ、 $n = 1 \dots \dots \dots \sigma_w'' = 1.786\tau_w$

$$n = 0.8 \dots \dots \dots \sigma_w'' = 1.613\tau_w$$

となる。(22)の関係は組合曲振り耐久限界に関する多くの実験結果と対照することが出来る。(21)、(22)等の耐久限度の相互関係は、言うまでもなく実験的にも確定されているものではなくて数多の実験値の平均的なものと比較されるべきものである。

回転曲げ疲労は横断面上の各部分が中心よりの距離に比例した正負応力の繰返しを受けるもので横断面層全体に就てのエネルギー関係は繰返曲げと同一であるから

$$\sigma_w' \doteq \sigma_w'' \quad (23)$$

とする。但し疲労進行過程は両者において異なるため常に同一値とするには幾分難点もある。西原氏の実験結果では σ_w'' の方が幾分高くなっている様である。疲労破壊を生じた試験片の破面は両振曲げでは中立面層部に急進破面となるので若しこの部分を除外して平均エネルギーを比較してみると $\sigma_w'' > \sigma_w'$ の関係が算出され実験結果とも大体合致する様である。

さて炭素鋼において引張強さ σ_B は前記の $\sigma_B = \sqrt{8\sigma_w^2/1.73\rho}$ で $\rho = 1 \sim 0.53$ として $\sigma_B \doteq 2 \sim 3\sigma_w$ であり、これと(21)、(22)から

$$\sigma_B = 1.5 \sim 2.2\sigma_w' \text{ or } \sigma_w' = 0.68 \sim 0.445\sigma_B \quad (24)$$

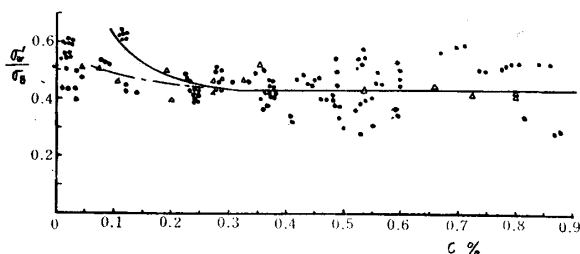
となり第5図の多数の実験値と比較することが出来る。

円筒の回転曲げ耐久限度 $\sigma_{w\phi}'$ は内外径比を γ とすると

$$\sigma_{w\phi}' = 1.333(1+\gamma^2)^{\frac{1}{2}} \sigma_w \quad (25)$$

で同一円筒の繰返振り耐久限度 $\tau_{w\phi}$ との関係は(11)、(25)から

$$\sigma'_{w\odot} = 1.03 \sqrt{\frac{(1+n+n^2)(1-\gamma^5)}{(1-\gamma^3)(1+\gamma^2)}} \tau_{w\odot} \quad (26)$$



第5図 炭素鋼の σ'_w/σ_B {学振金材
小野}

で表され γ の増大と共に $\sigma_{w\odot}/\tau_{w\odot}$ は緩慢な曲線で低下する。円筒の回転曲げについては中西氏の所論もあり実験としては石橋氏の行われたものがあるが詳細な検討は別の機会に譲る。丸棒の片振曲げは中立面を境界として引張応力側の疲労によって決るものと考えられ耐久限度は片振引張耐久限度 σ_u と比較され、(21)の関係に準じて $\sigma_{wu}=1.333\sigma_u$ で示さ

れ、曲げ耐久限度線図は引一圧耐久限度線図に平行ということになるが圧縮側の影響を採入れれば平行線から幾分外側へ偏ることになる。

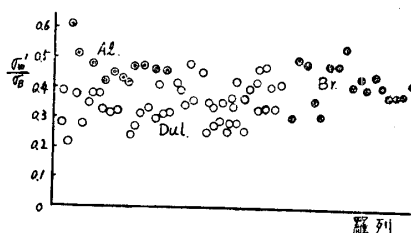
ii 鋳鉄，軽合金など

鋳鉄丸棒を曲げる時の応力分布は鋼の場合と異り中立軸に対して非対称で引張の領域の方が圧縮のそれよりも広がるため断面全体として片振引張の側へ幾分近寄ることになるから前記(21)の関係より低下するであろう。このような脆性材料について応力歪線図を基にしてエネルギー換算値を求めることは不可能ではないがここでは実験結果に主体をおいてこれを定めることにする。西原氏の実験例では $\sigma'_w = \sigma_w$ があり小野氏の実験例には $\sigma'_w = 1.25\sigma_w$ のものもある。 σ'_w/σ_B を多くの実験値について羅列してみると(図を省略する)平均値は約0.4位で一方 σ_B/σ_w は平均的に見て約3程度であるからここではT・C 3%程度のものに対して

$$\sigma'_w = 1.25\sigma_w$$

を平均的關係と見做しておく。

デュラルミンなどの軽合金では炭素鋼と同様に(21)，(23)を適用する，然し2，iii項記述のように $n > 1$ の材料では鋳鉄の場合とは逆に曲げによって応力分布が圧縮側の方へ広がる関係から矢張り(21)の関係により幾分低くなるものも生ずることになるが，ほとんど鋼と同様に考えてよい。第6図の σ'_w/σ_B から仮に $\sigma'_w = 0.35\sigma_B$ を採り別の西原氏の実験値を参照して $\sigma_B = 3.5 \sim$



第6図
軽，銅合金の σ'_w/σ_B (学振金材)

4.5 σ_w としてみれば $\sigma'_w = 1.225 \sim 1.575\sigma_w$ となり平均は(23)と略合致している。

黄銅やアルミニウムに対して図から $\sigma'_w = 0.4\sigma_B$ と採って(21)の関係から σ_B を算出すると $\sigma_B = 3.22\sigma_w$ となってこのような材料では計算例のデュラルミンと同様な引一圧耐久限度線図が得られるものと推定される。

4. 組合曲振り耐久限度

均等引張圧縮と両振剪断の組合せ耐久限界式第2報(25)及び引一圧耐久限度と両振剪断耐久限度との関係式第1報(19)を再記すると

$$(1+n^2)\sigma_{w1}^2 + 2(1+n+n^2)\tau_{w01}^2 + (1-n^2)\sigma_{w1}\sqrt{\sigma_{w1}^2 + 4\tau_{w01}^2} = 2\sigma_w^2 \quad (27)$$

$$\sigma_w = \sqrt{1+n+n^2} \cdot \tau_{w0} \quad (28)$$

但し σ_{w1} = 組合引一圧耐久限度

τ_{w01} = 組合両振剪断耐久限度

σ_w = 引一圧耐久限度

τ_{w0} = 両振剪断耐久限度

n = 材料によって定る定数

でこれに $\tau_{w1} = \sqrt{\frac{5}{3}} \tau_{w01}$ $\sigma_{w1}'' = 1.333\sigma_w$ $\sigma = \sqrt{\frac{5}{3}} \tau_{w0}$ を適用すれば組合曲振り耐久

限界式が得られる。

西原一河本両氏の式に次のものがある。

$$(1+\phi^2)\sigma_{w1}^2 + 4\tau_{w01}^2 + (3\phi^2-1)\sigma_{w1}\sqrt{\sigma_{w1}^2 + 4\tau_{w01}^2} = 4\phi^2\sigma_w^2 \quad \phi = \frac{\tau_{w0}}{\sigma_w}$$

この式の ϕ と(28)を比較すると $1+n+n^2=1/\phi^2$ の関係があるが(27)の限界と上式の限界は全く同一ではない。然し

$$n=1 \text{ のとき } \phi = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ で共に } \sigma_{w1}^2 + 3\tau_{w01}^2 = \sigma_w^2$$

$$n=0 \cdots \cdots \phi=1 \cdots \cdots \sigma_{w1}^2 + 2\tau_{w01}^2 + \sigma_{w1}\sqrt{\sigma_{w1}^2 + 4\tau_{w01}^2} = 2\sigma_w^2$$

となって共に一致している。西原氏の式は $\phi \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$ の場合に適用するものとされているが(27)は広範囲の金属材料に適用されるべき性質のものであって今 $n=1.3$ ($\phi=0.5$ に当る)とすると

$$1.345\sigma_{w1}^2 + 3.99\tau_{w01}^2 - 0.345\sigma_{w1}\sqrt{\sigma_{w1}^2 + 4\tau_{w01}^2} = \sigma_w^2$$

となり $\sigma_{w1} = \tau_{w01}$ に対し $\sigma_{w1} = 0.467\sigma_w$, $\sigma_{w1} = 2\tau_{w01}$ に対し $\sigma_{w1} = 0.73\sigma_w$ となって第7図の様に最大剪断応力説 $\sigma_{w1}^2 + 4\tau_{w01}^2 = \sigma_w^2$ の限界と比較すれば上式の方が僅かに外側に出る程度で限界線は近似的に一致するとしても差支えない。

従って(27)は n を媒介として最大主応力説、剪断歪エネルギー説及び近似的に最大剪断応力説の限界を与えることになり、従来の実験結果を広く包含して鋼、鋳鉄、黄銅、デュラルミン、アルミニウムなどの広範囲に適用されることになる。第7図は n の値の変化と(27)の関係を示している。

(27)は $n=1$ のときは $\tau_{w0} = 0.577\sigma_w$ でこれに(2), (21), を入れると

$$\tau_w = 0.745 \times 0.749\sigma_w'' = 0.558\sigma_w''$$

$n=0.8$ を入れると限界は $n=1$ のときの外側に出て

$$\tau_w = \sqrt{\frac{5}{3}} \cdot \frac{\sigma_w}{\sqrt{1+n+n^2}} = 0.825\sigma_w = 0.618\sigma_w''$$

となってこれ等は Gough-Pollard, 西原, Findley 等の実験結果と照合することが出来る。軟鋼, 硬鋼 Ni-Cr 鋼などよく合致している。Ni-Cr 鋼などは低炭素鋼と同様に取扱われ本文中の A 鋼と略々同じ条件式で表されるものもある。西原氏の最硬鋼, Findley の硬鋼の実験値などは $n=0.8$ の場合の(27)の限界と略々一致している。

次に(27)を $2\sigma_w^2$ で除し

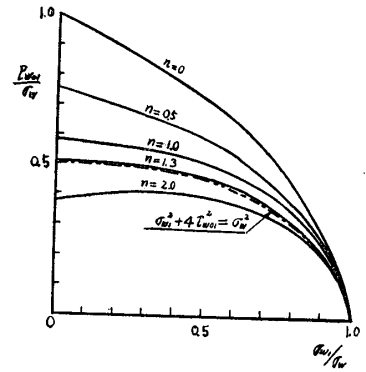
$$\frac{1+n^2}{2} \frac{\sigma_{w1}^2}{\sigma_w^2} + (1+n+n^2) \frac{\tau_{w01}^2}{\sigma_w^2} + \frac{1-n^2}{2} \frac{\sigma_{w1}}{\sigma_w} \sqrt{\left(\frac{\sigma_{w1}}{\sigma_w}\right)^2 + 4\left(\frac{\tau_{w01}}{\sigma_w}\right)^2} = 1$$

これに $\sigma_1/\sigma_w = \sigma_{w1}''/\sigma_w''$ $\tau_{w01}/\tau_{w0} = \tau_{w1}/\tau_w$ $\tau_{w0}/\sigma_w = 1/\sqrt{1+n+n^2}$ を代入すれば

$$\frac{1+n^2\left(\frac{\sigma_{w1}''}{\sigma_w''}\right)^2}{2} + \left(\frac{\tau_{w1}}{\tau_w}\right)^2 + \frac{1-n^2}{2} \frac{\sigma_{w1}''}{\sigma_w''} \sqrt{\left(\frac{\sigma_{w1}''}{\sigma_w''}\right)^2 + \frac{4}{1+n+n^2} \left(\frac{\tau_{w1}}{\tau_w}\right)^2} = 1 \quad (29)$$

が得られこれを図示すると第8図となる。 n が1より大なるときは円の外側、 $n=1$ のときは円周上、 $n<1$ のときは円の内に境界線が存在する。Findley は実験結果を図に示す様に表している、軟鋼では円の上に載り硬鋼や Notched Steelでは円の内側、アルミニウムは僅かに外側に出ている。(29)に関連して σ_w''/w を与える式として(3) (21) 及び3, ii 項より次式を掲げておく

$$\left. \begin{aligned} \text{延性材料} \quad & \frac{\sigma_w''}{\tau_w} = (1 \sim 1.05) \sqrt{1+n+n^2} \\ \text{脆性材料} \quad & \frac{\sigma_w''}{\tau_w} = (0.75 \sim 1.0) \sqrt{1+n+n^2} \end{aligned} \right\} (30)$$

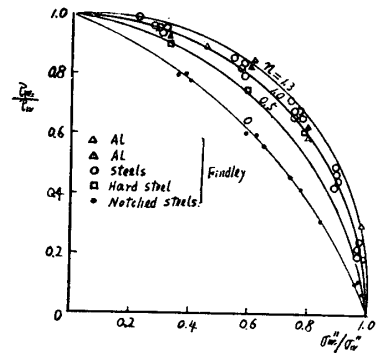


第7図 (27)とnとの関係

計算例の炭素鋼では上式の係数は1.03、鋳鉄では0.97に当てている。 n は平滑材においては材料のみによって決る常数として取扱われるが、第8図の Notched Steel の例に見る様にこの場合切欠材の切欠効果を表す係数として利用することも出来るであろう。

5. 結 言

振り疲労の基礎となる繰返単純剪断において $\sigma_1 = \tau$, $\sigma_2 = -n\tau$ の関係を導入することは既述のように応力は正負同大であっても変形は両者同一でなくそのためエネルギーが異なるという理由から負の主応力に n を乗ずることを意味している。 n は平滑材においては材料によって一定値をとるもので繰返応力をうけている材料の応力歪特性に関係したものである。基本条件式は疲労は八面体剪断応力歪のエネルギーによることを表しており単純引一圧ではこれが横断面層について



第8図 (27)式とnとの関係

一定限度に達したときが耐久限度に相当するが繰返振りでは半径に比例した応力分布に対して楔形層を疲労層とし層中の平均剪断歪エネルギーが疲労を決定するものとした。これに対し繰返曲げでは中立面の存在によって変形方向の自由が拘束され直角二方向の重複剪断となりその剪断歪の軸方向分変位が最大になる45°方向の最大剪断応力歪によるエネルギーの重複によるものと考えて換算エネルギー式に τ_{oct} と τ_{45} との比率を導入した。斯様にして求められた耐久限度の相互関係は詳細な検討は省略するが実験結果の平均とは大体合致している。

基本条件式を振り疲労に適用した場合の特性は平均振りが増大した場合の耐久限界に見られ小野、西原氏などの所論によるものとその傾向を同じくする以外に特に過大平均振りに対し求められる静振り強さはその材料の引張り強さ、両振振り耐久限度その他の諸量との関係においても実験結果の平均とはほぼ合致し条件式の実用価値を評価し得るものと思う。

組合曲振り耐久限界を与える(27), (28)又は(29), (30)は従来のもとは異り延性脆性材料の広範囲に適用されるもので疲労原理は何れも同様とする筆者の見解を示す一端でもある。

曲、振りの組合せには一方が静で他方が動の場合がありこれ等に関しては次報に述べる。

参 考 文 献

- 大 野：山口大学学報 8 卷 1 号 9 卷 1 号
：機械学会総会講演会前刷 昭 32, 33
- 西 原：機学会論文集 4-15 5-20 6-24 9-35
- 小 野：同 上 6-24 6-25
- 石 橋：同 上 7-29
- 中 西：同 上 18-65 18-68
- W. N. Findley ASME Aug. 1957