

直交異方性板理論の桁橋構造への適用に 関する実験的研究 (續報)

米 沢 博

学生 原 家利 学生 松浦美郎
 学生 山根 治 学生 渡辺隆司

1. まえがき

近時、欧米並びにわが国においては、橋梁の重量軽減を目的として、その設計合理化に関する研究が盛んに行われている。その例をあげると、等方性連続板理論、格子理論などによる計算、合成桁、梶子桁、箱桁など新形式の橋梁の採用、高張力鋼、P.Sコンクリートの使用、熔接橋梁の普及など多々あげられるが、直交異方性板理論の桁橋構造への適用に関する研究も、その重要な役割を果すものの一つと考えられる。

著者の一人は直交異方性板理論の桁橋構造への適用に関して、理論的並びに実験的研究を種々行ってきた。(1)-(7) それらの研究において、理論式の誘導、その適用にあたって用いる仮定に対する検討、模形桁橋及び実際に架設された桁橋に対する載荷試験結果との比較などを行つたが、その後行い得た理論解の適用にあたり用いた仮定に対する検討や、また適用しなかつた形式の橋梁に対する載荷試験結果との比較などを述べて、従来の研究に対する続報としたいと考える。

2. D_x , D_y , H 並びに境界条件に関する実験的考察

直交異方性板の撓み曲面の微分方程式は周知のように次式であらわされる。

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q$$

上式で D_x , D_y はそれぞれ x , y 方向の板の曲げ剛さであり、 H は次式であらわされる。

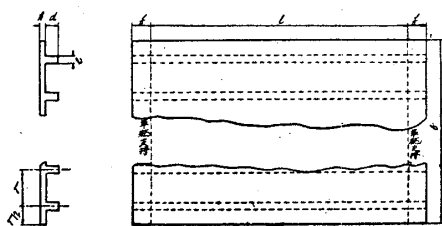
$$H = 4C + \nu_x D_x + \nu_y D_y$$

ここで C は振り剛さ、 ν_x , ν_y はそれぞれ x , y 方向のポアソン比である。上の微分方程式の解は $H^2 < D_x \cdot D_y$, $H^2 = D_x \cdot D_y$, $H^2 > D_x \cdot D_y$ に従

つてそれぞれ異つた形をとる。すなわち $H^2 + a \cdot D_x \cdot D_y$ とおくと、まず a の決定が必要となるわけである。 H の決め方としては、一応近似的に $H^2 = D_x \cdot D_y$ とするか、 $H = 0$ とするか、あるいはその中間として $H^2 = a \cdot D_x \cdot D_y$ として a を適当に仮定するかである。実際の橋梁においては、厳密には $H^2 = a \cdot D_x \cdot D_y$ となるであろうが、この a は各橋梁によつて異なるもので、それを一々実験により決定してから計算を行うのでは実用的でないから、ここでは一応 $H^2 = D_x \cdot D_y$ と $H^2 = 0$ の二つの場合を考える。

境界条件としては、相対する2辺が橋台上で単純支持されており、他の2辺が問題になる。すなわち、この2辺を自由とするか、あるいは耳桁にて弾性梁支持と考えるかであるが、いまの場合主桁並列形式で耳桁も中桁も同一断面の場合とすれば、この2辺は自由辺と考えてさしつかえないであろう。自由辺と考えると、この自由辺も直交異方性板の性質を有すると考えて、直交異方性板の自由辺の境界条件を用いるか(純然たる直交異方性板であればもちろんこれをとるべきである)、あるいは自由辺のみは等方性板の性質を多く有していると考えて、等方性板の自由辺の境界条件を用いるか、この両者によつて結果にどの程度の差を生ずるかが問題になる。

これらの問題は実験により検討すべきものであつて、さきには $H^2 = D_x \cdot D_y$ で自由辺は等方性板の性質を有すると考えた場合について述べたので(2)、ここではさらに同じ鑄鉄製模型16個に対し、 $H = 0$ すなわち $a = 0$ あるいは $a = 1$ で、自由辺も直交異方性板の性質を有すると考えて計算した結果と、載荷試験結果の比較を行つてみる。使用した模型の寸法を図-1、表-



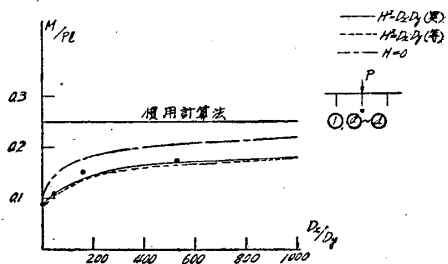
第 1 図

表一 1 模型の寸法

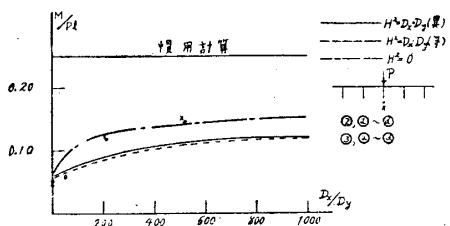
模 番 形 号	①				②				③				④			
	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d
d cm	8	5	3	1	5	3.5	2	0.5	5	3.5	2	0.5	5	3.5	2	0.5
l //	36				40				40				40			
b //	18				20				20				20			
λ //	6				4				4				2.5			
e //	1.6				1				1				1			
h //	0.8				0.5				0.5				0.5			
f //	2				2.5				2.5				2.5			
桁 数	3				5				5				8			
床板支承部ハンチの	なし				なし				あり				なし			

に示す。

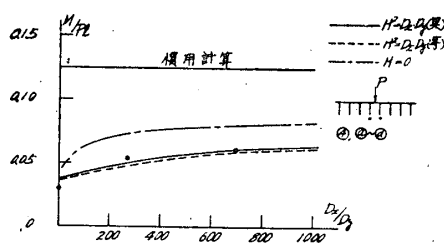
まず中央桁に荷重した場合の計算値及び測定値を図-2 a, b, c に示す。図には参考のため慣用計算法による値が示してある。



第 2 図 a



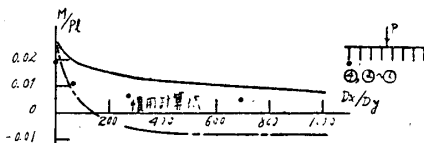
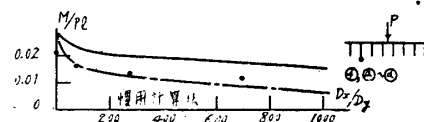
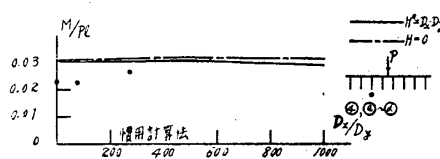
第 2 図 b



第 2 図 c

図の曲線にて、実線は $H^2=D_x \cdot D_y$ でかつ自由辺の境界条件に直交異方性板の境界条件を用いたものである。慣用計算法による計算値が測定値と全く合わないで、非常に過大な値を与えているが、これは荷重が載荷桁以外の桁へも相当分配されるためである。境界条件として直交異方性板の条件を用いた場合と、等方性板の条件を使った場合では殆んど差がなく、測定値は大体において $H^2=D_x \cdot D_y$ と $H=0$ の場合の中間で、かつ $H^2=D_x \cdot D_y$ の理論値に近い値を示している。載荷桁においては $H=0$ とした論理値が、 $H^2=D_x \cdot D_y$ の理論値より大きくなるのは、 $H=0$ の場合は桁の捩り抵抗を0としたためであつて、始めから予想される結果である。

次に板中央に荷重した場合の中央桁以外の桁の曲げモーメントについて比較したものの1例を図-3 に示す。この場合は慣用計算による値



第 3 図

はいずれも0になるのに対し、理論結果、実験

結果ともに載荷桁以外の桁も荷重を分担することをよくあらわしている。なお外側の桁へ行くに従って、 $H=0$ とした場合の値が $H^2=D_x \cdot D_y$ とした場合の値より小さくなるが、このことから床板がなくて振りに対する抵抗を無視し得る格子構造などには、 $H=0$ とした計算が適当であろうと判断される。

次に試験機の関係上、模型①、②、③、④、のa、b、cに対しては行い得なかつた、耳桁の載荷実験に対する理論値との比較を、模型①に対しては行い得たので、これを図-4、a、b、c、

に示す。耳桁に載荷した場合もよく測定値と理論値は一致している。

3. 梯子形式桁橋への適用

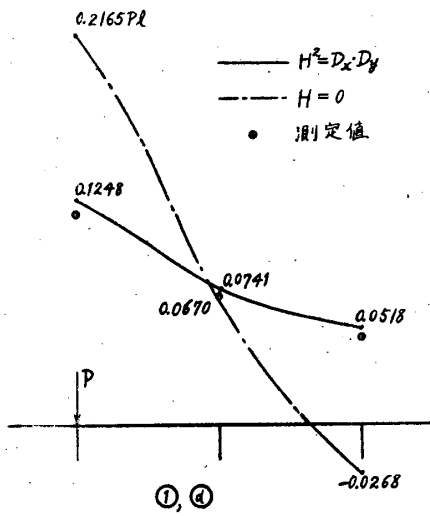
2本の主桁と床板、横桁よりなる桁橋構造を一応すべて梯子桁構造とよぶことにする。主桁が2本の場合と、3本以上の場合とで、直交異方性板理論を適用する上に、本質的な相違があるわけではないが、主桁2本のような極端に桁数の少ない場合、すなわち桁橋構造全体を直交異方性板と見なして意味のある極限として、梯子桁構造への適用を理論的並びに実験的に検討してみたいと思う。

一方梯子桁に該当する実際の桁橋構造として、2本のプレートガーダー、もしくは箱桁を横桁、床板もしくは床板のみで緊結したプレートガーダー橋、箱桁橋や、2本主桁の鉄筋コンクリート橋は割合多く存在するものであつて、これら2本の主桁間の荷重分担率の実情は、慣用計算法における単純梁の支点反力の計算式から得られる分担率のように、簡単なものでないことは容易に判断される。

合理的な分担率を計算する方法として、格子理論の適用も考えられるが、梯子桁の場合、横桁の数が相当多いのが普通であつて、これを忠実に格子理論によつて解析することは複雑になるのを避けられない。これに対して、直交異方性板理論を適用すれば、横桁の数やその有無に関係なくすべて一様に、かつ他の桁橋構造と全く同様に扱ひ得る利点がある。ただ主桁が2本と云うように極端な場合でも、直交異方性板とみなして解析した結果が、果して実情をよく表わし得るかどうか問題になるだけである。以下実際に架設された鉄筋コンクリート桁橋への適用結果について述べる。

a) 梯子桁構造への適用

載荷橋梁はスパン23m、主桁間隔2.3mの図-5に示すような梯子桁で、岩国市内錦川に架設中出水のため被災した行波橋のゲルバー桁礎着スパンの部分で、床板の施工前に被災したため、2本の主桁と横桁のみよりなつている。被



第4図 a

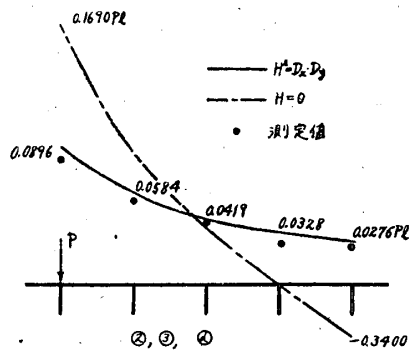


図-4 b

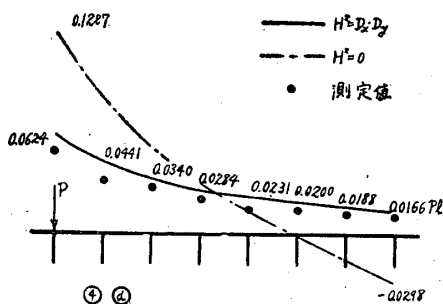


図-4 c

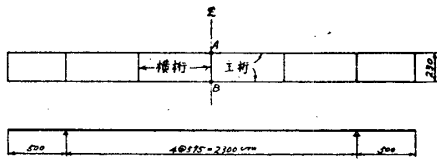


図 - 5 行波橋礎差桁

災橋梁を対象として計算結果との比較を行うのは適当でないかも知れぬが、載荷試験の結果は、主桁に部分的には Crack が発生していたにもかかわらず、全体的には十分な強度をみとめたので、一応この結果について述べる。主桁の断面二次モーメント $6.2 \times 10^8 \text{cm}^4$ 、横桁 $3.83 \times 10^8 \text{cm}^4$ より $\frac{D_x}{D_y} \approx 8$ を得る。 $H^2 = D_x \cdot D_y$, $\nu = 0$ として直交異方性板理論により、主桁のスパン中央の撓みの影響線を、スパン中央断面に対して求めると図-6 のようになる。図に記入して

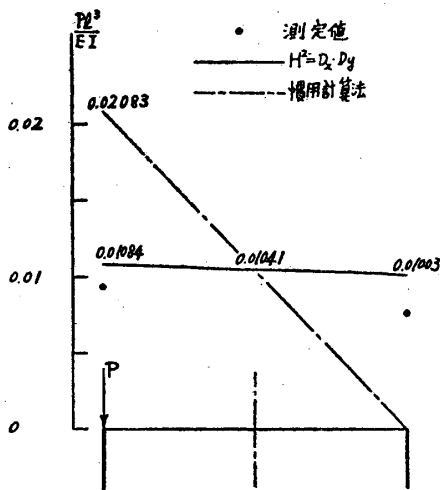


図 - 6 主桁の撓みの影響線

ある慣用計算法による影響線とは著るしい相違を示すことがわかる。

次にスパン中央の点 A, B に交互に 1t の載荷を行つて、点 A, B の撓みを 1/100mm ダイヤルゲージで測定した結果を図-6 に記入しておいた。図からわかるように、慣用計算法による計算値は、測定値と全く合わないのに対して、直交異方性板理論による計算値は相当よい結果を与えている。

なお以上二つの場合に対する計算はいずれも $H^2 = D_x \cdot D_y$ として行つたが、 $H = 0$ とすると慣用計算法による結果に近くなり、測定結果か

ら判断して不適當なことがわかる。

b) 合成梯子桁橋への適用

載荷試験を行つた橋梁は行波橋のうちで被災せずすでに完成した単純桁の部分であつて、図-7 に示すように主桁 2 本、横桁 1 本で、スパン

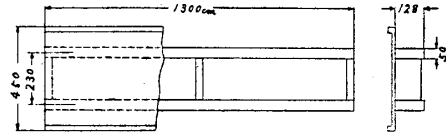


図 - 7 行波橋単純

ン 13m、幅員 4.5m の鉄筋コンクリート橋である。主桁の慣性モーメント $20.9 \times 10^8 \text{cm}^4$ 、 $\frac{D_x}{D_y} \approx 2.5$ の直交異方性板として、主桁のスパン中央の撓みの影響線を、1/2 断面並びに 1/5 断面に対して求めたものを図-8 に示す。載荷されない

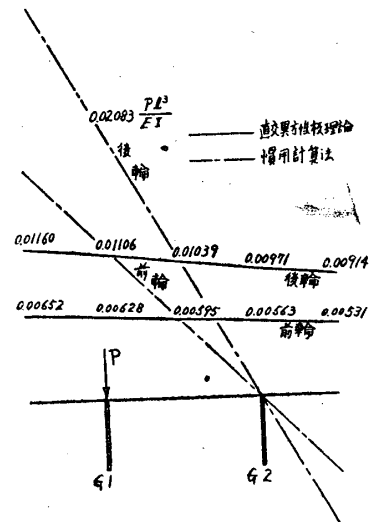


図 - 8 桁主桁の撓みの影響線

桁も相当撓み、この点慣用計算法による結果とは著るしく異つた結果となる。いま試験自動車 (ダンプカー前輪 2.50t 後輪 4.46t) が図-9 の

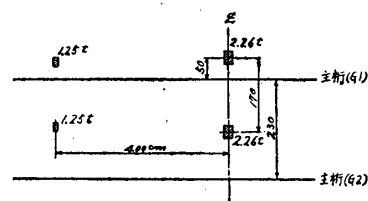


図 - 9 載荷状態

ように載つた場合の、各主桁のスパン中央の撓みの測定値、慣用計算法による値並びに直交異

方性板理論による影響線(図-8)より得た値を表-2に示す。

表-2 橋みの測定値と計算値

	測定値	慣用計算法	直交異方性板理論
G 1	0.275	0.329	0.214
G 2	0.187	0.082	0.200

以上実際に架設された梯子桁橋に対して直交異方性板理論を適用し、載荷試験と比較した結果、直交異方性板理論は梯子桁並びに合成梯子桁構造に対し十分適用し得ること、かつこの場合も $H^2 = D_x \cdot D_y$, $\nu = 0$ として計算してよいことが明らかになった。

なおこれらの載荷試験は、箱桁構造の場合について行つたわけではないが、2本の箱桁を主桁とした桁橋構造に対しても、主桁間の荷重の分担率を決定する上には同様に有効に適用できるものと考えらる。

4. 上路プレートガーダー橋床組への適用

さき下路プレートガーダー橋の床組並びに主桁に適用して好結果を得たので⁽⁵⁾、ここでは上路プレートガーダー橋への適用例として、山口県関彦橋の応力解析結果を例にとつて、測定値と理論値の比較を行つてみる。

関彦橋は図-10に示すような、スパン31m有効幅員6m

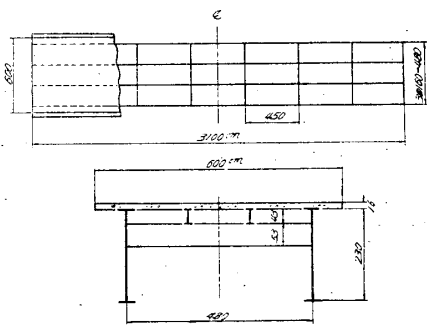


図-10

の全溶接上路プレートガーダー橋である。試験自動車には9.91tのトラック(後輪7.96t、前輪1.95t)を使用しその載荷状態を図-11に示す。図にて点a(縦桁のスパン中央から1mの点)、b(横桁のスパン中央)は応力測定を行つた断面を示す。直交異方性板理論による計算を行うにあたり、下路橋と同様に考えて、 $D_x/D_y=1.42$ の直交異方性板が橋台上にて単純支持され、他

の2辺は主桁

($I=8.69 \times 10^3 \text{ cm}^4$)にて

弾性梁支持されているとして、

図-11の点a(縦桁)の桁一本あたりの

曲げモーメントの影響線を、荷重①の場合の後輪、

前輪の位置の断面に対して

求めると、図-12のようになる。同様に

して点b(横桁)における横桁1本あたりの

曲げモーメントの影響線を、荷重②、

③の場合の後輪、前輪の位置の断面に対して

求めたものを図-13に示す。図-12、13には参考のため慣用計算による値を示しておいたが、縦桁、横桁いづれに対しても

慣用計算による値と、直交異方性板理論による値は著るしく相違することが分る。つぎに、

これらの影響線を用いて、図-11のように試験自動車が載つた場合

に対して、慣用計算法並びに直交異方性板理論による応力比を求めると表-3のようになる。

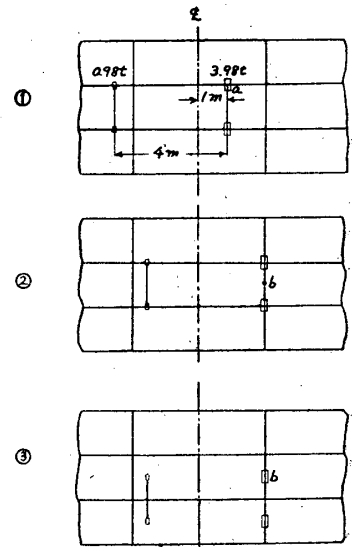


図-11 載荷状態

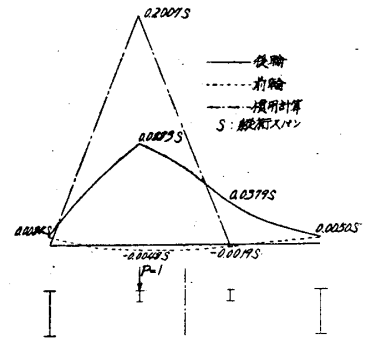


図-12 縦桁の影響線

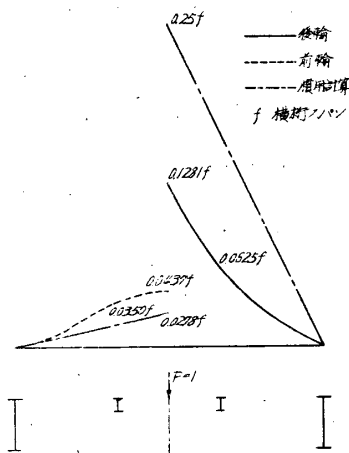


図-13 横桁の影響線

れに対しても慣用計算による値と、直交異方性板理論による値は著るしく相違することが分る。つぎに、これらの影響線を用いて、図-11のように試験自動車が載つた場合

に対して、慣用計算法並びに直交異方性板理論による応力比を求めると表-3のようになる。

表一三 関彦橋の応力比

		慣用計算法	直交異方性板理論
①	縦桁 a	25 %	68 %
②	横桁 b	29 %	70 %
③	横桁 b	30 %	64 %

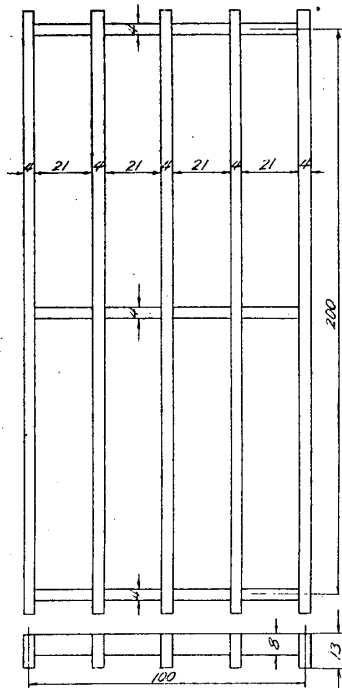
慣用計算法による応力比が非常に小さいのに対して、直交異方性板理論による応力比は相当満足すべき値を与えていることがわかる。

上路並びに下路プレートガーダー橋に対して直交異方性板理論を適用すれば、比較的簡単に縦桁、横桁、主桁間の荷重分担作用を加味した計算が行われ、かつ慣用計算法に比べて、はるかに実測応力に近い値が得られる。また等方性連続板理論によると、横桁、主桁の計算を行うには2方向連続板理論によらねばならず、實際上計算が困難であるのに対して、直交異方性板理論によると、これらの計算が同時に行い得る利点がある。また D_x, D_y などの決め方も、ここでのべたような値を用いれば、実用上十分なことは載荷試験の結果との比較でわかる。

5. 格子桁構造への適用

さきにスパン3m, 巾員1.5mの大形模型につき載荷試験との比較を行ったので⁽⁵⁾、ここでは図一14に示すような小形鋼製模型について、さらに詳細にわたる検討を加えたい。

直交異方性板理論を格子桁構造に適用する場合に、最も問題になるのは横桁方向の曲げ剛さ D_y の決め方である。すなわち桁の圧縮突縁

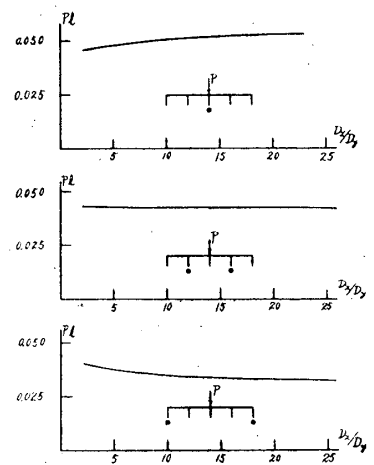


図一14 格子桁模型

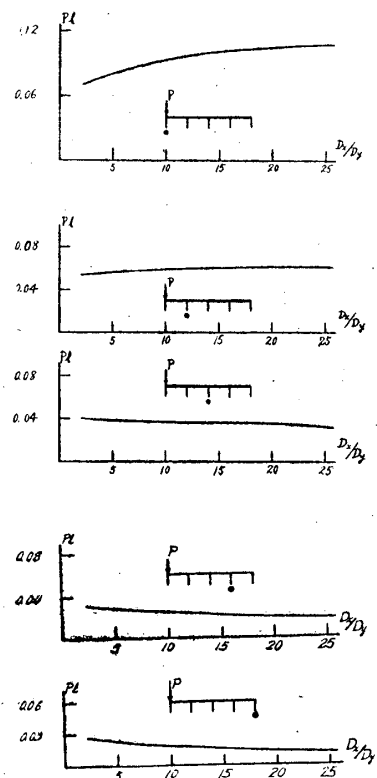
有効幅の決め方によつて $\frac{D_x}{D_y}$ の値が相当広範囲に変化するもので、そのため主桁の曲げモーメントがどの程度変化するかを計算によつて調べてみる。いま $\frac{D_x}{D_y} = 2 \sim 23$ の間で変化させた場合に対して、図一14の模型格子桁の耳桁並びに中央桁のスパン中央に、 $P=2cq, \frac{c}{l}=0.125$ の荷重が載つた場合の桁1本あたりの曲げモーメントの値を、 $H^2 = D_x \cdot D_y$ として計算すると、図一15a b のようになる。図より $\frac{D_x}{D_y}$ がこのように変化しても、桁1本あたりの曲げモーメントには大して変化のないことがわかる。

そこで一応図一14の非合成格子桁模型に対しては $\frac{D_x}{D_y} = 4.3$ としこの格子桁に厚さ2.35 mm の鋼板を合成した合成格子桁模型を $\frac{D_x}{D_y} = 3.2$ として計算を行う。

次に振りの影響をどのように考えるかが問題になる。両極端を考えて $H=0$ と $H^2 = D_x \cdot D_y$ の2つの場合の計算を行う。載荷試験は耳桁並びに中央桁のスパン中央に、非合成桁模型では $P=2cq=56 \text{ kg} (2c=5\text{cm})$ 合成桁模型に



図一15, a



図一15, b

は $P = 2cq = 88\text{kg}$ ($2c = 5\text{cm}$) の荷重を行い、各主桁のスパン中央の応力を測定した。(なおこの場合は模型が極めて小さい関係上、電気抵抗線歪計は gage length 4mm , gage factor 1.5 のものを使用した)。これらの計算結果及び測定結果を図-16, a, b, 17a, b に示す。中央桁に荷重した場合は $H^2 = D_x \cdot D_y$, $H = 0$ のいづれも大差なく、計算値と測定値は大體一致している。耳桁に荷重した場合は $H^2 = D_x \cdot D_y$ と $H = 0$ とでは相当な違いを示し測定値は大體その中間の値で、載荷桁においては大體 $H^2 =$

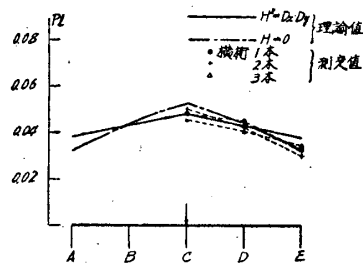


図-16 a

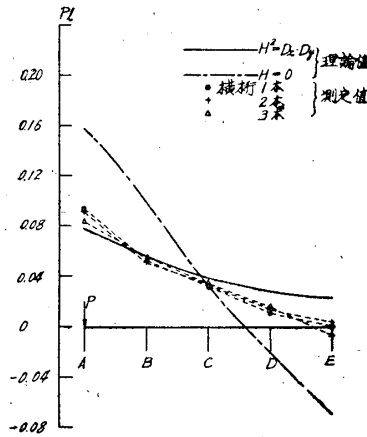


図-16 b

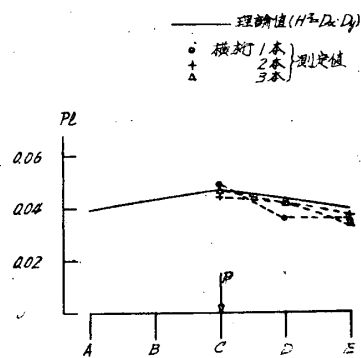


図-17 a

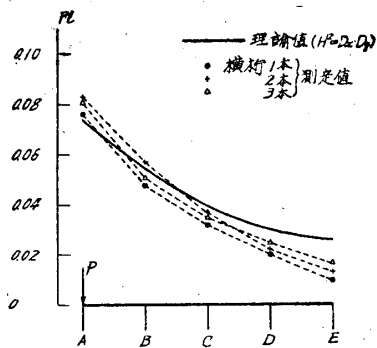


図-17 b

$D_x \cdot D_y$ に一致する。特に合成格子桁の場合は $H^2 = D_x \cdot D_y$ として実用上十分と考えられる。

6. P. C. 桁橋への適用

近時鉄筋コンクリート橋の重量の軽減化を目的として、P. C. 桁橋の普及は著るしいものがあるにかかわらず、その計算は従来の計算法をそのまま適用しており、合理的なものとは考えられない。その合理的な計算法として直交異方性板理論の適用を考えてみるわけであるが、ここで今までと異つた問題が生ずる。すなわち桁間隔や、桁の幅が普通の場合は、これまでの方法がそのまま適用できることは明かであるが、P. C. 桁橋には桁間隔が非常にせまく、かつ桁高に比較して桁の幅が大きいものが割合に多いようであつて、この場合換りに対する抵抗は非常に強いものとなり、 H の決め方が問題になるわけである。もちろんこのことは普通の鉄筋コンクリート橋に対しても、桁間隔が小さい場合には同様に問題になる。

いままではすべて $H = 0$, あるいは $H^2 = D_x \cdot D_y$ の場合を考えて来たが、換りに対する抵抗が増加すると、当然逆に $H^2 > D_x \cdot D_y$ の場合を検討せねばならぬことになる。K. Girkmann はその著書⁽⁸⁾の中で Rippen Platten に対しては $H^2 > D_x \cdot D_y$ として扱うべきであり、 H の決め方についても述べているが、実際の桁橋の H の決定は困難である。ここでは $H^2 > D_x \cdot D_y$ に対しては $a = 1.5, 2$ として計算し、 $H^2 = D_x \cdot D_y$ の場合との比較を、実際に架設された P. C. 単純桁橋に対する荷重試験結果によつて検討してみる。

荷重試験を行った P. C. 桁橋は大阪府昭平橋であつて、スパン 12m , 幅員 11m のビーム式ポストテンション桁であつて、 75.7cm 間隔に配置された15本の主桁と 3m 間隔にある3本の

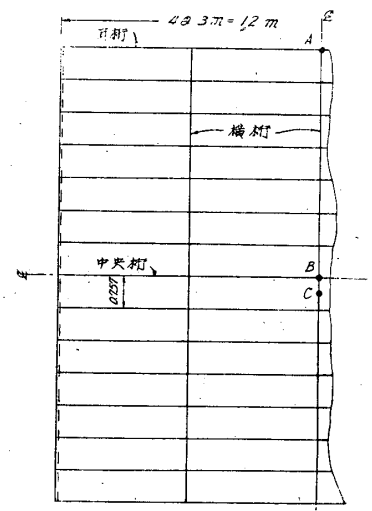


図 - 18

横桁より成り、図-18のような橋梁である。その主桁及び横桁断面を図-19に示す。主桁方向の曲げ剛さ D_x はこれから直ちに決定されるが

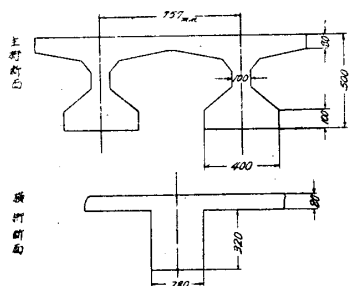


図-19

横桁方向の曲げ剛さ D_y の決定はこの場合有効巾の決め方、断面が各位置で異なることなどのため非常に困難である。有効

巾、断面のとり方で $\frac{D_x}{D_y} \cong 1.5 \sim 10$ 程度の変化をするが、これが曲げモーメントの分配にあまり影響せぬことはすでに述べた。ここでは一応 $\frac{D_x}{D_y} \cong 9.4$ なる値を採用する。この値を用いて、図-20に示すダンパー(19.9%)の後輪が点Aあるいは点B上にある場合の、点Aにおける撓

み比(測定値と計算値の比の%)及び点A、Bにおける応力比を計算すると表-4、5のようになる。表に

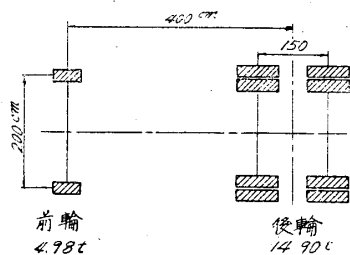


図-20

て慣用計算法とは載荷桁以外の桁の荷重分担を

表-4 撓み比

慣用計算	新示方書	$\alpha = 1$	$\alpha = 1.5$	$\alpha = 2$
12	23	62	63	66

表-5 応力比

	慣用計算	新示方書	$\alpha = 1$	$\alpha = 1.5$	$\alpha = 2$
耳桁	24	51	70	64	60
中央桁	12	26	68	71	75

考えず、輪荷重を集中荷重とする従来の計算法であり、新示方書とあるはその規定によるL荷重 $P=5t/m$ が幅員一つばいに載ったとして計算したものである。慣用計算法もしくは新示方書

の規定による計算では、いずれも測定値に対して計算値が過大なものとなっているに対して、直交異方性板理論によると両者は相当近い値を示している。また $H^2 = D_x \cdot D_y$ と、 $H^2 > D_x \cdot D_y$ とした場合で大差のないこと及び $H^2 = D_x \cdot D_y$ とした方が耳桁でも中央桁でも同程度の応力比を得ていることからみて、無理に α の決定が困難な $H^2 > D_x \cdot D_y$ を使用するよりも、 $H^2 = D_x \cdot D_y$ として計算した方が実用的なように思われる。なお点Bに後輪が載った場合の横桁上の点Cの応力比を求めると83% (測定応力15 kg/cm², 計算応力18.1kg/cm²)となる。P.C. 桁橋の横桁に対してはただ一つの測定値との比較であるが、すでに述べたように、鋼プレートガーダー橋の床板や横桁に適用して、充分満足すべき結果を得ていることなどから判断しても、直交異方性板理論がP.C. 桁橋の横桁の有効な計算法であると考えてさしつかえないであろう。

7. 結 言

直交異方性板理論を種々な形式の桁橋構造、すなわち主桁並列形式合成桁橋、上路あるいは下路プレートガーダー橋の主桁並びに床組、トラス橋床組、格子桁構造、梯子桁橋、P.C. 桁橋などに適用して満足すべき結果を得た。これらの理論的並びに実験的研究の結果から、直交異方性板理論はほとんどあらゆる形式の桁橋構造に適用して、非常に有効な計算法であると判断してさしつかえないものと思う。

この実験的研究を行うにあたって多大の御援助を頂いた大阪府道路課、岩国市土木港湾課、三菱下関造船所に対して感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- (1) 米沢: 「直交異方性板理論による鋼道路橋床板及び桁の曲げモーメントについて」土木学会誌 V. 39 N. 1 (昭.29)
- (2) 米沢: 「直交異方性板理論の桁橋構造への適用に関する実験的研究」土木学会誌 V. 39 N. 10 (昭.29)
- (3) 米沢: 「直交異方性板理論による桁橋構造の自由

振動に関する研究」土木学会誌 V. 40
 N. 2. (昭. 30)
 (4) 成昭, 米沢: 「両国橋載荷試験報告」道路 1955. 5
 月号
 (5) 成昭, 米沢: 「直交異方性板理論の鋼道路橋への
 適用に関する研究」土木学会誌 V. 40

N. 5 (昭. 30)
 (6) 米沢: 「直交異方性板理論の斜桁橋構造への適用
 に関する研究」土木学会誌 V. 40 N. 10
 (7) 米沢: 「直交異方性板理論の連続桁橋構造への適
 用に関する研究」土木学会誌 V. 40 N. 11
 (8) K. Girkmann: : Tlächentragwerke 1945

熱伝達における L^2 変換の應用 (第1報)

村 川 勝 彌

1. 緒 言

奥行き短い冷却器などでは流体が管の入口へ流入すると同時に熱伝達が行はれる。すなわち、助走区間(入口部分)の熱伝達が問題となり、これは現在の伝熱学においては興味のある課題となっている。次に非加熱助走区間を通過し終つて熱交換が起り自由対流を伴う強制流動熱伝達や、上述の助走区間の熱伝達を理論的に扱う際には熱交換の行はれる入口における流体の流速分布は一般に半径方向の函数である。著者は二重管内の助走区間の熱伝達や自由対流を伴う熱伝達を扱つて来たが、管入口における速度分布を半径方向の一般的な函数とにおいて流体力学の運動方程式と熱伝達のエネルギー式とを聯立に解くことは従来方法では解決できそうにないので新しく L^2 変換を熱伝達の問題に應用することを試みた。

第1報においては著者が9年前から扱つて来た自由対流熱伝達の研究の一部として二重管内における自由対流を伴う層流熱伝達⁽¹⁾について L^2 変換を應用した部分の要点だけを記述する。

2. 理論解析

以下においては熱伝達の理論解析の一部として L^2 変換を應用するまでの道づちの概略を附記する。

a. 流体力学の運動方程式

$$C_r \cdot \frac{\partial C_r}{\partial r} + C_z \cdot \frac{\partial C_r}{\partial Z} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} + \nu \left(\nabla^2 C_r - \frac{C_r}{r^2} \right) \dots \dots \dots (1)$$

$$C_r \cdot \frac{\partial C_z}{\partial r} + C_z \cdot \frac{\partial C_z}{\partial Z} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial Z} + \nu \nabla^2 C_z + g\beta \cdot (T - T_0) \dots \dots \dots (2)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \dots \dots \dots (3)$$

$$\text{連続の式} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot C_r) + \frac{\partial C_z}{\partial Z} = 0 \dots \dots \dots (4)$$

境界条件

$$(C_r)_{r=r_1} = 0 \dots \dots \dots (5), \quad (C_r)_{r=r_2} = 0 \dots \dots \dots (6)$$

$$(C_r)_{Z=0} = 0 \dots \dots \dots (7), \quad (C_z)_{r=r_1} = 0 \dots \dots \dots (8)$$

$$(C_z)_{r=r_2} = 0 \dots \dots \dots (9), \quad (C_z)_{Z=0} = F(r)^{(2)} \dots \dots \dots (10)$$

b. エネルギー式

$$C_r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + C_z \cdot \frac{\partial T}{\partial Z} = a \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} \right) \dots \dots \dots (11)$$

境界条件

$$(T)_{r=r_1} = f_1(Z) \dots \dots \dots (12), \quad (T)_{r=r_2} = f_2(Z) \dots \dots \dots (13)$$

$$(T)_{Z=0} = T_0 \dots \dots \dots (14)$$

(1)~(14) 式を聯立方程式として解いて温度 T を求めれば熱伝達の問題は解決するが特に (2) 式の

$$g\beta(T - T_0), \quad (10) \text{ 式の } (C_z)_{Z=0} = F(r),$$

(14) 式の $(T)_{Z=0} = T_0$ の項が含まれるので解析が困難となる。

そこで(1), (2)式より圧力 P の項を消去し(2)式より $g\beta T = \int_{r_1}^r [\quad] \cdot dr$ を求めて(11)式に代入して T を消去すれば積分微分方程式