

# 死荷重および有限変形の影響を考慮した 長径間トラス橋の自由振動について

會 田 忠 義\*・河 内 建\*\*

On the Free Vibration of the Long Span Truss Bridges considering  
the Effects of Dead Load and Finite Deformation.

By Tadayoshi AIDA and Ken KOUCHI.

## Abstract

This paper presents a three-dimensional analysis of free vibration of the long span truss bridges considering the effects of dead load and finite deformation.

Applying the proposed method to Tenmon bridge (three span continuous truss bridge), its vibration characteristics were analyzed and compared with those obtained by site observations. From these studies, it was found that dead load and finite deformation had little effect on the vibration characteristics. Therefore, in practice, analyzing the free vibration, we can neglect the effects of them.

## 1. ま え が き

橋梁の振動解析にあたって、比較的剛性の乏しい構造においては線型化された有限変形理論が適用されている。特に、つり橋では死荷重の影響を考慮した有限変形理論による解析が一般である。しかし、トラス橋は一般に剛性が大であるため変形の影響を考慮する必要がない。天草連絡道路一号橋でも鉛直方向の剛性は大きく、活荷重による中央スパンの中央のたわみは27.3 cm (設計段階) である。しかし、横方向の剛性は比較的小さく、風荷重による水平たわみは中央スパン中央の上節点で49.0cm, 下節点で84.3cm (設計段階) である<sup>1)</sup>。これらの点を考慮して、本研究では、水平振動についてのみ、しかも、剛性が小さく横断面の柔らかい下路トラス橋の場合について、死荷重の影響を考慮した有限変形理論による自由振動解析法を示し、天草一号橋に適用し、微小振動理論による結果および実測結果との比較検討を行った。

本研究で適用した線型化した有限変形理論とは後藤によって示された二次剛性行列<sup>2)</sup>中、死荷重部材力に関する項のみを取り、部材力増加に関する項を無視した線型剛性行列を用いる変形法理論である。

本研究で引用する微小振動理論による結果は著者の

一人の會田がすでに明らかにした解析法<sup>3)</sup>によるもので、本研究の振動解析法は同一の手法によるものである。

## 2. 運動方程式

運動方程式をたてるにあたって、変形の影響はトラス部材に対してのみ考慮し、床板、垂直材および橋脚には考慮しない。解析上のモデル化は微小振動理論と同一である。

トラスげたが自由振動し、 $i$  番目の横断面に次の変位および変形が生じた場合を想定する。

横断面の重心の橋軸に直角な水平変位…… $U_i$   
 横断面の重心の橋軸に直角な鉛直変位…… $W_i$   
 横断面の鉛直せん断変形 …… $\theta_i$   
 横断面の水平せん断変形 …… $\Gamma_i$   
 横断面の四隅の節点の橋軸方向の変位…… $V_{4i+m}$

一横断面で次の運動方程式が成立する。

- ①横断面の重心の橋軸に直角な水平の運動方程式
- ②横断面の重心の橋軸に直角な鉛直の運動方程式
- ③横断面の鉛直せん断の運動方程式
- ④横断面の水平せん断の運動方程式
- ⑤横断面の四隅の各節点の橋軸方向の運動方程式

\* 土木工学科

\*\* 日本道路公団

2.1 トラスの部材応力および床板の応力

上記の変位および変形が*i*番目の横断面に生じたとき、横断面の四隅の節点変位( $\bar{u}_{4i+m}, \bar{v}_{4i+m}, \bar{w}_{4i+m}$ )および床板の水平変位( $\delta_i$ )ならびに回転変位( $\varphi_i$ )は Fig. 1 を参照すると、次式で表わされる。

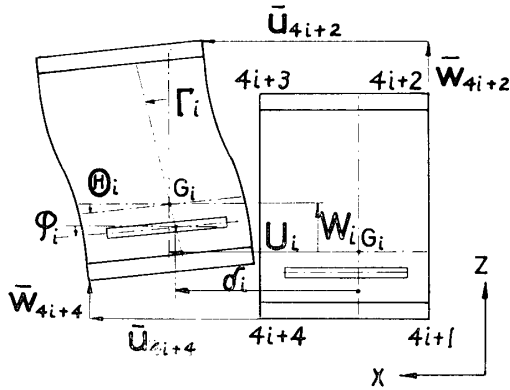


Fig. 1 Displacements and deformations of cross section

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_{4i+m} &= U_i + \Gamma_i e_{v,4i+m} \\ \bar{v}_{4i+m} &= V_{4i+m} \\ \bar{w}_{4i+m} &= W_i - \Theta_i e_{h,4i+m} \\ \delta &= U_i - \Gamma_i e_{zi} \\ \varphi_i &= \Theta_i \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、 $e_{v,4i+m} = z_{4i+m} - z_{Gi}$ ,  $e_{h,4i+m} = x_{4i+m} - x_{Gi}$   
 $e_{zi} = z_{Gi} - z_{si}$

節点  $4i+m$ , 横断面の重心  $G_i$  および床板の重心の座標をそれぞれ  $(x_{4i+m}, y_{4i+m}, z_{4i+m})$ ,  $(x_{Gi}, y_{Gi}, z_{Gi})$  および  $(x_{si}, y_{si}, z_{si})$  とする。

今、隣接する  $i-1, i$  および  $i+1$  番目の横断面のそれぞれの中に任意節点  $j, k$  および  $l$  をとる。節点  $k$  と  $j$  を結ぶ部材の  $k$  点において、先行荷重 (死荷重) による部材力  $\bar{N}_{kj}$  が生じているところに、振動により  $N_{kj}$  なる部材力が生じた場合を想定する。本研究では、 $\bar{N}_{kj}$  は死荷重部材力をとるため既知である。

$N_{kj}$  は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} N_{kj} &= K_{kj} (-U_{i-1} \lambda_{jk} - U_i \lambda_{kj} - W_{i-1} \nu_{jk} - W_i \nu_{kj} \\ &+ \Theta_{i-1} e_{hj} \nu_{kj} + \Theta_i e_{hk} \nu_{kj} - \Gamma_{i-1} e_{vj} \lambda_{jk} - \Gamma_i e_{vk} \lambda_{kj} \\ &- V_j \mu_{jk} - V_k \mu_{kj}) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $K_{kj} = EA_{kj} / l_{kj}$ ,  $\lambda_{kj} = (x_j - x_k) / l_{kj}$

$$\mu_{kj} = (y_j - y_k) / l_{kj}, \nu_{kj} = (z_j - z_k) / l_{kj}$$

一方、床板に生ずる曲げモーメント  $M_i$  およびねじりモーメント  $M_{Ti}$ ,  $M_{Ti}^2$  は微小振動理論と同様、次式で表わされる。

$$\begin{aligned} M_i &= -\frac{EJ_s}{\lambda^2} (U_{i-1} - 2U_i + U_{i+1} - \Gamma_{i-1} e_{zi-1} \\ &+ 2\Gamma_i e_{zi} - \Gamma_{i+1} e_{zi+1}) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} M_{Ti}^2 &= -\frac{GJ_s}{\lambda} (\Theta_{i-1} - \Theta_i), M_{Ti} = -\frac{GJ_s}{\lambda} (\Theta_i - \Theta_{i+1}) \end{aligned} \quad (4)$$

2.2 運動方程式

*i* 番目の横断面に、既述の変位および変形が生ずると、Fig. 2 に示す復元力および復元モーメントが生ずる。図中、 $K'_{vm}, K'_{hm}$ , および  $K'_{im}$  ( $m=1, 2, 3, 4$ ) はそれぞれ節点  $4i+m$  ( $m=1, 2, 3, 4$ ) に作用する鉛直、水平および橋軸方向の復元力であり、 $R'_i$  および  $M_{Ti}$  は床板による水平方向の復元力および復元モーメントである。

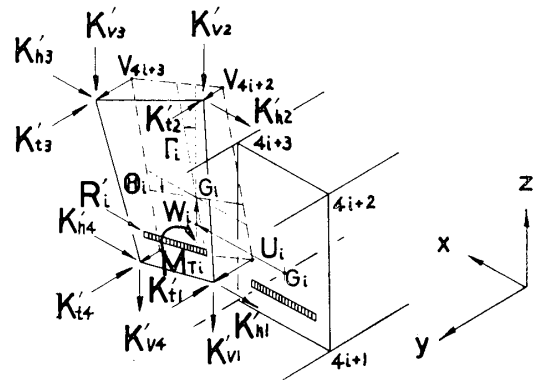


Fig. 2 Restoring forces and moments

運動方程式は微小振動理論と同様、次式で表わされる。

*i* 番目の横断面の自由振動の水平および鉛直方向の運動方程式は

$$\mathcal{M}_i \frac{d^2 U_i}{dt^2} = -(K'_{h1} + K'_{h2} + K'_{h3} + K'_{h4}) - R'_i \quad (5)$$

$$\mathcal{M}_i \frac{d^2 W_i}{dt^2} = -(K'_{v1} + K'_{v2} + K'_{v3} + K'_{v4}) \quad (6)$$

横断面の重心を通る橋軸まわりの鉛直せん断の運動方程式は

$$\mathcal{I}_i^v \frac{d^2 \Theta_i}{dt^2} = -M_i^v + \Sigma \bar{M} - M_{Ti} \quad (7)$$

横断面の重心を通る橋軸まわりの水平せん断の運動方程式は

$$\mathcal{I}_i^h \frac{d^2 \Gamma_i}{dt^2} = -M_i^h - \Sigma h_0 \bar{Q} + R'_i e_{zi} \quad (8)$$

式(7)および(8)中、 $M_i^v, M_i^h, \Sigma \bar{M}$  および  $\Sigma h_0 \bar{Q}$  は次の値をもつ。

$$M_i^v = -\sum_{m=1}^4 e_{h,4i+m} K'_{vm}$$

$$M_i^h = \sum_{m=1}^4 e_{v,4i+m} K'_{hm}$$

横断面を構成している上下の水平材に垂直材が剛結されている場合、

$$\sum \bar{M} = \sum h_0 \bar{Q} = \frac{24EI(\Gamma_i - \Theta_i)}{h_0}$$

横断面を構成している垂直材が下の水平材には剛結され、上の水平材にはヒンジ結合されている場合、

$$\sum M = \sum h_0 Q = \frac{6EI(\Gamma_i - \Theta_i)}{h_0}$$

節点  $4i+m$  の橋軸方向の運動方程式は

$$m_{4i+m} \frac{d^2 V_{4i+m}}{dt^2} = -K_{tm}' \quad (9)$$

以上の運動方程式における復元力および復元モーメント中、 $R'_i$  および  $M_{Ti}$  は微小振動理論と同様で、それぞれ式(10)および(11)で表わされる。

$$R_i' = \frac{EI_s}{\lambda^3} (k_1 U_{i-2} - k_2 U_{i-1} + k_3 U_i - k_4 U_{i+1} + k_5 U_{i+2} - k_1 \Gamma_{i-2} e_{zi-2} + k_2 \Gamma_{i-1} e_{zi-1} - k_3 \Gamma_i e_{zi} + k_4 \Gamma_{i+1} e_{zi+1} - k_5 \Gamma_{i+2} e_{zi+2}) \quad (10)$$

$$M_{Ti} = -\frac{GJ_s}{\lambda} (j_1 \theta_{i-1} - j_2 \theta_i + j_3 \theta_{i+1}) \quad (11)$$

トラス部材による復元力は次のように求められる。

節点  $j$  および  $k$  を結ぶ部材の節点  $k$  における死荷重部材力を  $\bar{N}_{kj}$ 、振動による部材力を  $N_{kj}$  とするとき、Fig. 3 に示されるように、変形後、節点  $k$  における  $x$ ,  $y$  および  $z$  軸方向の部材力成分はそれぞれ次式で表わされる。

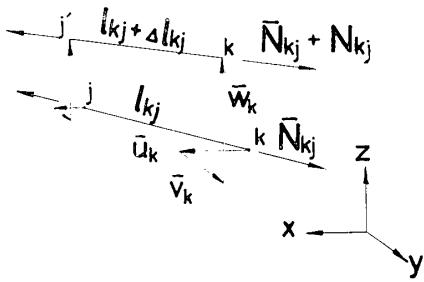


Fig. 3 Forces and displacements of member  $j-k$

$$\left. \begin{aligned} X_{kj} &= N_{kj} \lambda_{kj} + \Delta \lambda_{kj} (\bar{N}_{kj} + N_{kj}) \\ Y_{kj} &= N_{kj} \nu_{kj} + \Delta \nu_{kj} (\bar{N}_{kj} + N_{kj}) \\ Z_{kj} &= N_{kj} \mu_{kj} + \Delta \mu_{kj} (\bar{N}_{kj} + N_{kj}) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

ここで、 $\Delta \lambda_{kj}$ ,  $\Delta \mu_{kj}$ , および  $\Delta \nu_{kj}$  は変形による方向余弦の増分で、それぞれ、次式で表わされる。

$$\Delta \lambda_{kj} = (1 - \lambda_{kj}^2) \frac{\bar{u}_j - \bar{u}_k}{l_{kj}} - \lambda_{kj} \mu_{kj} \frac{\bar{v}_j - \bar{v}_k}{l_{kj}} - \lambda_{kj} \nu_{kj} \frac{\bar{w}_j - \bar{w}_k}{l_{kj}}$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta \mu_{kj} &= -\lambda_{kj} \mu_{kj} \frac{\bar{u}_j - \bar{u}_k}{l_{kj}} + (1 - \mu_{kj}^2) \frac{\bar{v}_j - \bar{v}_k}{l_{kj}} - \mu_{kj} \nu_{kj} \frac{\bar{w}_j - \bar{w}_k}{l_{kj}} \\ \Delta \nu_{kj} &= -\lambda_{kj} \nu_{kj} \frac{\bar{u}_j - \bar{u}_k}{l_{kj}} - \mu_{kj} \nu_{kj} \frac{\bar{v}_j - \bar{v}_k}{l_{kj}} + (1 - \nu_{kj}^2) \frac{\bar{w}_j - \bar{w}_k}{l_{kj}} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

以上より明らかなように、 $i$  番目の横断面の節点  $k$  に作用する復元力は次式となる。

$$K'_{hm} = -\sum_{n=1}^4 \{N_{kj} \lambda_{kj} + N_{kt} \lambda_{kt} + \Delta \lambda_{kj} (\bar{N}_{kj} + N_{kj}) + \Delta \lambda_{kt} (\bar{N}_{kt} + N_{kt})\} \quad (14)$$

$$K'_{vm} = -\sum_{n=1}^4 \{N_{kj} \nu_{kj} + N_{kt} \nu_{kt} + \Delta \nu_{kj} (\bar{N}_{kj} + N_{kj}) + \Delta \nu_{kt} (\bar{N}_{kt} + N_{kt})\} \quad (15)$$

$$K'_{tm} = -\sum_{n=1}^4 \{N_{kj} \mu_{kj} + N_{kt} \mu_{kt} + \Delta \mu_{kj} (\bar{N}_{kj} + N_{kj}) + \Delta \mu_{kt} (\bar{N}_{kt} + N_{kt})\} \quad (16)$$

式(14)~(16)中、第三項以下の  $\bar{N} + N$  に関する項は非線型であるため、本研究では、 $\bar{N}$  に比べて  $N$  は小さいものと見なし、 $\bar{N}$  のみを考慮して線型化した。

以上の復元力および復元モーメントを運動方程式に代入し、横断面の変位および変形を次に示す周期関数で表わすと、一横断面の合計 8 個の運動方程式は式(17)のように行列表示される。

$$\left. \begin{aligned} U_i &= u_i e^{i\omega t}, & W_i &= w_i e^{i\omega t} \\ \Theta_i &= \theta_i e^{i\omega t}, & \Gamma_i &= \gamma_i e^{i\omega t} \\ V_k &= v_k e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$${}_1 D_i X_{i-2} + (A_i + A_i^0 + {}_2 D_i) X_{i-1} + (B_i + B_i^0 + {}_3 D_i - \omega^2 W_i) X_i + (C_i + C_i^0 + {}_4 D_i) X_{i+1} + {}_5 D_i X_{i+2} = 0 \quad (17)$$

式中、 $\omega$  は円振動数、 $X_i$  は  $i$  番目の横断面の変位ベクトルで式(18)で表わされ、 $W_i$  は質量分布を表わす対角行列である。

$$X_i = [u^i, w_i, \theta^i, \gamma^i, v_{4i+1}, v_{4i+2}, v_{4i+3}, v_{4i+4}]^T \quad (18)$$

${}_1 D_i, {}_2 D_i, {}_3 D_i, {}_4 D_i$ , および  ${}_5 D_i$  はそれぞれ床板の剛性に関する  $8 \times 8$  の正方行列で微小振動理論と同一値をもつ。 $A_i, A_i^0, B_i, B_i^0, C_i$  および  $C_i^0$  はトラス部材の剛性に関する  $8 \times 8$  の行列である。この中、 $A_i, B_i$  および  $C_i$  は微小振動理論と同一値をもつが、 $A_i^0, B_i^0$  および  $C_i^0$  は式(14)~(16)において第三項以下の死荷重部材応力  $\bar{N}$  に関する  $8 \times 8$  の正方行列で、それぞれ、次に示す要素をもつ。

$$A_i^0 = [a_{ij}] \quad (19)$$

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= \sum_{mn} \alpha_{kj}^0, & a_{12} &= \sum_{mn} \gamma_{kj}^0, & a_{13} &= -\sum_{mn} e_{hj} \gamma_{kj}^0 \\
 a_{14} &= \sum_{mn} e_{vj} \alpha_{kj}^0, & a_{1q} &= \sum_m \beta_{kj}^0 a_{21} = \sum_{mn} \alpha_{kj}^0 \\
 a_{22} &= \sum_{mn} \bar{\gamma}_{kj}^0, & a_{23} &= -\sum_{mn} e_{hj} \bar{\gamma}_{kj}^0, & a_{23} &= \sum_{mn} e_{vj} \bar{\alpha}_{kj}^0 \\
 a_{2q} &= \sum_{mn} \bar{\beta}_{kj}^0, & a_{31} &= -\sum_{mn} e_{hk} \bar{\alpha}_{kj}^0, & a_{32} &= -\sum_{mn} e_{hk} \bar{\gamma}_{kj}^0 \\
 a_{33} &= -\sum_{mn} e_{hj} e_{hk} \bar{\gamma}_{kj}^0, & a_{34} &= -\sum_{mn} e_{vj} e_{hk} \bar{\alpha}_{kj}^0 \\
 a_{3q} &= -\sum_m e_{hk} \bar{\beta}_{kj}^0, & a_{41} &= \sum_{mn} e_{vk} \alpha_{kj}^0, & a_{42} &= \sum_{mn} e_{vk} \\
 & \times \gamma_{kj}^0, & a_{43} &= -\sum_{mn} e_{hj} e_{vk} \bar{\gamma}_{kj}^0, & a_{44} &= \sum_{mn} e_{vj} e_{vk} \alpha_{kj}^0 \\
 a_{4q} &= \sum_n e_{vk} \beta_{kj}^0, & a_{p1} &= \sum_n \bar{\alpha}_{kj}^0, & a_{p2} &= \sum_n \bar{\gamma}_{kj}^0 \\
 a_{p3} &= -\sum_n e_{hj} \bar{\gamma}_{kj}^0, & a_{p4} &= \sum_n e_{vj} \bar{\alpha}_{kj}^0, & a_{pq} &= \bar{\beta}_{kj}^0
 \end{aligned}$$

$$B_i^0 = [b_{ij}] \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
 b_{11} &= -\sum_{mn} (\alpha_{kj}^0 + \alpha_{kl}^0), & b_{12} &= -\sum_{mn} (\gamma_{kj}^0 + \gamma_{kl}^0) \\
 b_{13} &= \sum_{mn} e_{hk} (\gamma_{kj}^0 + \gamma_{kl}^0), & b_{14} &= -\sum_{mn} e_{vk} (\alpha_{kj}^0 + \alpha_{kl}^0) \\
 b_{1q} &= -\sum_n (\beta_{kj}^0 + \beta_{kl}^0), & b_{21} &= -\sum_{mn} (\alpha_{kj}^0 + \bar{\alpha}_{kl}^0) \\
 b_{22} &= -\sum_{mn} (\bar{\gamma}_{kj}^0 + \bar{\gamma}_{kl}^0), & b_{23} &= \sum_{mn} e_{hk} (\bar{\gamma}_{kj}^0 + \bar{\gamma}_{kl}^0) \\
 b_{24} &= -\sum_{mn} e_{vk} (\bar{\alpha}_{kj}^0 + \bar{\alpha}_{kl}^0), & b_{2q} &= -\sum_n (\bar{\beta}_{kj}^0 + \bar{\beta}_{kl}^0) \\
 b_{31} &= \sum_{mn} e_{hk} (\bar{\alpha}_{kj}^0 + \bar{\alpha}_{kl}^0), & b_{32} &= \sum_{mn} e_{hk} (\bar{\gamma}_{kj}^0 + \bar{\gamma}_{kl}^0) \\
 b_{33} &= -\sum_{mn} e_{hk}^2 (\bar{\gamma}_{kj}^0 + \bar{\gamma}_{kl}^0), & b_{34} &= \sum_{mn} e_{vk} e_{hk} (\bar{\alpha}_{kj}^0 \\
 & + \alpha_{kl}^0), & b_{3q} &= \sum_n e_{hk} (\bar{\beta}_{kj}^0 + \bar{\beta}_{kl}^0), & b_{41} &= -\sum_{mn} e_{vk} \\
 & \times (\alpha_{kj}^0 + \alpha_{kl}^0), & b_{42} &= -\sum_{mn} e_{vk} (\gamma_{kj}^0 + \gamma_{kl}^0) \\
 b_{43} &= \sum_{mn} e_{vk} e_{hk} (\gamma_{kj}^0 + \gamma_{kl}^0), & b_{44} &= -\sum_{mn} e_{vk}^2 (\alpha_{kj}^0 + \alpha_{kl}^0) \\
 b_{4q} &= -\sum_n e_{vk} (\beta_{kj}^0 + \beta_{kl}^0), & b_{p1} &= -\sum_n (\bar{\alpha}_{kj}^0 + \bar{\alpha}_{kl}^0) \\
 b_{p2} &= -\sum_n (\bar{\gamma}_{kj}^0 + \bar{\gamma}_{kl}^0), & b_{p3} &= \sum_{mn} e_{hk} (\bar{\gamma}_{kj}^0 + \bar{\gamma}_{kl}^0) \\
 b_{p4} &= -\sum_{mn} e_{vk} (\bar{\alpha}_{kj}^0 + \bar{\alpha}_{kl}^0), & b_{pq} &= -\sum_n (\bar{\beta}_{kj}^0 + \bar{\beta}_{kl}^0) \\
 C_i^0 &= [C_{ij}] \quad (21)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{11} &= \sum_{mn} \alpha_{kl}^0, & C_{12} &= \sum_{mn} \gamma_{kl}^0, & C_{13} &= -\sum_{mn} e_{hl} \gamma_{kl}^0 \\
 C_{14} &= \sum_{mn} e_{vj} \alpha_{kl}^0, & C_{1q} &= \sum_m \beta_{kl}^0, & C_{21} &= \sum_{mn} \bar{\alpha}_{kl}^0 \\
 C_{22} &= \sum_{mn} \bar{\gamma}_{kl}^0, & C_{23} &= -\sum_{mn} e_{hl} \bar{\gamma}_{kl}^0, & C_{24} &= \sum_{mn} e_{vl} \bar{\alpha}_{kl}^0 \\
 C_{2q} &= \sum_{mn} \bar{\beta}_{kl}^0, & C_{31} &= -\sum_{mn} e_{hk} \bar{\alpha}_{kl}^0, & C_{32} &= -\sum_{mn} e_{hk} \bar{\gamma}_{kl}^0 \\
 C_{33} &= \sum_{mn} e_{hl} e_{hk} \bar{\gamma}_{kl}^0, & C_{34} &= -\sum_{mn} e_{vl} e_{hk} \bar{\alpha}_{kl}^0 \\
 C_{3q} &= -\sum_m e_{hk} \bar{\beta}_{kl}^0, & C_{41} &= \sum_{mn} e_{vk} \alpha_{kl}^0, & C_{42} &= \sum_{mn} e_{vk} \gamma_{kl}^0 \\
 C_{43} &= -\sum_{mn} e_{hl} e_{vk} \gamma_{kl}^0, & C_{44} &= \sum_{mn} e_{vl} e_{vk} \alpha_{kl}^0 \\
 C_{4q} &= \sum_m e_{vk} \beta_{kl}^0, & C_{p1} &= \sum_n \bar{\alpha}_{kl}^0, & C_{p2} &= \sum_n \bar{\gamma}_{kl}^0 \\
 C_{p3} &= -\sum_{mn} e_{hl} \bar{\gamma}_{kl}^0, & C_{p4} &= \sum_{mn} e_{vl} \bar{\alpha}_{kl}^0, & C_{pq} &= \bar{\beta}_{kl}^0
 \end{aligned}$$

以上の各要素中に含まれる添字 p および q はそれぞれ  $p=m+4$ ,  $q=n+4$  で表わされ、 $\alpha^0, \beta^0, \dots$  は次の値をもつ。

$$\begin{aligned}
 \alpha_{kj}^0 &= F_{kj} (1 - \lambda_{kj}^2), & \beta_{kj}^0 &= -F_{kj} \lambda_{kj} \mu_{kj}, & \gamma_{kj}^0 &= \\
 & -F_{kj} \lambda_{kj} \nu_{kj}, & \bar{\alpha}_{kj}^0 &= -F_{kj} \lambda_{kj} \nu_{kj}, & \bar{\beta}_{kj}^0 &= -F_{kj} \mu_{kj} \\
 & \times \nu_{kj}, & \gamma_{kj}^0 &= F_{kj} (1 - \nu_{kj}^2), & \bar{\alpha}_{kj}^0 &= -F_{kj} \lambda_{kj} \mu_{kj}, & \bar{\beta}_{kj}^0 \\
 & = F_{kj} (1 - \mu_{kj}^2), & \bar{\gamma}_{kj}^0 &= -F_{kj} \mu_{kj} \nu_{kj}
 \end{aligned}$$

さらに、上記各要素には略号  $\sum_m = \sum_{m=1}^4$ ,  $\sum_n = \sum_{n=1}^4$ ,  $\sum_{mn} = \sum_{m=1}^4 \cdot \sum_{n=1}^4$  を用いている。

### 2・3 近似解析法における運動方程式

2 パネルごとの注目の横断面にトラス橋の質量を集中させ、運動方程式をたてる。この場合も、微小振動理論と同様、床板は注目の横断面でのみ支持されるものとする。すると、床板による復元力および復元モーメントは次で与えられる。

$$\begin{aligned}
 R'_i &= \frac{EI_s}{(2\lambda)^3} (k_1 U_{i-4} - k_2 U_{i-2} + k_3 U_i - k_4 U_{i+2} \\
 & + k_5 U_{i+4} - k_1 e_{zi-4} \Gamma_{i-4} + k_2 e_{zi-2} \Gamma_{i-2} - k_3 e_{zi} \Gamma_i \\
 & + k_4 e_{zi+2} \Gamma_{i+2} - k_5 e_{zi+4} \Gamma_{i+4}) \quad (22)
 \end{aligned}$$

$$M_{Ti} = -\frac{GJ_s}{(2\lambda)} (j_1 \theta_{i-2} - j_2 \theta_i + j_3 \theta_{i+2}) \quad (23)$$

結局、i 番目の注目の横断面の合計 8 個の運動方程式は次のように行列表示される。

$$\begin{aligned}
 1D_i X_{i-4} - (\bar{A}_i \bar{B}_i^{-1} \bar{A}_i^{-1} - 2D_i) X_{i-2} + (\bar{B}_i - \bar{A}_i \bar{B}_i^{-1} \\
 \times \bar{C}_i - 1 - \bar{C}_i \bar{B}_i^{-1} \bar{A}_i + 1 + 3D_i - \omega^3 W_i) X_i - (\bar{C}_i \bar{B}_i^{-1} \\
 \times C_{i+1} - 4D_i) X_{i+2} + 5D_i X_{i+4} = 0 \quad (24)
 \end{aligned}$$

ここで、 $\bar{A}_i = A_i + A_i^0$ ,  $\bar{B}_i = B_i + B_i^0$

$$\bar{C}_i = C_i + C_i^0$$

$1D_i, 2D_i, 3D_i, 4D_i$  および  $5D_i$  は微小振動理論と同一値をもつ。

### 3. 天門橋への適用

本解析では、鉛直変位を無視し、水平、回転および橋軸方向の縦振動の固有周期およびモードを求めた。また、本橋は三角側に高さ 26.8m、大矢野側に高さ 23.8m の門型ラーメン橋脚をもつことから、橋脚の影響をも考慮した。ここで、橋脚は基礎地盤上に固定され、橋軸直角方向にのみせん断変形を起すものとした。

解析に必要なとされる死荷重部材力  $\bar{N}$  は、本橋がカンチレバーエレクションを採用しているため、中央径間の中央点より左側あるいは右側をそれぞれ張り出しばりとした場合の鋼重による部材力と、連続トラスに

Table 1 Natural periods of Tenmon bridge

Mode order	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Measured values	—	1.15	—	0.847	—	0.612	—	0.448	0.367
Theoretical values I	3.14	1.22	0.992	0.791	0.727	0.660	0.520	0.446	0.368
Theoretical values II	3.14	1.22	0.992	0.825	0.755	0.671	0.552	0.455	0.373

その他の死荷重が作用した場合の部材力の和である<sup>4)</sup>。

解析した結果、振動モードは微小振動理論の結果と全く同一となったので、ここでは省略し、固有周期を死荷重部材力および変形の影響を無視した場合（微小振動理論）およびこれらを考慮した場合ならびに実測値を示すと Table 1 の通りである。表中、理論値 I は死荷重および変形の影響を考慮した場合で、理論値 II は死荷重および変形の影響を無視した場合の値である。

これより明らかなように、低次振動では死荷重部材力および変形の影響はほとんど見られず、4 次以上の高次振動で影響が現われた。これらの影響を加味することにより固有周期は小さくなり実測値に近づくことが明らかになった。

#### 4. 結 び

線型化した有限変形理論を適用することにより、死荷重および変形の影響を考慮したトラス橋の自由振動の立体的解析法を横断面の形状変化を考慮した場合について示した。本解析法における運動方程式はこれらの影響を無視した微小振動理論による運動方程式に死

荷重部材力に関する項を付加するだけで簡単に表示された。また、本解析法はつり橋の補剛げたの曲げの影響を床板の影響と同じように取り扱うことにより、一般のつり橋の振動解析に適用され得る<sup>5)</sup>。

天草一号橋への適用結果、水平の低次振動はほとんど死荷重および変形の影響を受けず、高次振動はやや受ける程度で、実用上、このような長径間トラス橋でもこれらの影響を無視した微小振動理論により解析して差支えないといえる。

本研究の一部は昭和46年度の文部省科学研究費（一般研究）の補助を受けた。適用例の数値計算には九州大学大型計算機センターの FACOM 230-60 を用いた。

#### 参 考 文 献

- 1) 日本道路公団：工事報告天草五橋，日本道路公団（1967）p.81
- 2) 後藤茂夫：土木学会論文報告集，163，61（1969）
- 3) 村上 正，会田忠義：九州大学工学集報，44，486（1971）
- 4) 前出 1)，p. 74
- 5) 河内 建：長径間橋梁の立体的自由振動解析一特にトラス橋とつり橋について一，山口大学修士論文，（1972）

（昭和47年3月30日受理）