

## 二次元壁面噴流の乱流特性

山田英巳\*・八幡森作\*\*・大坂英雄\*・影山芳郎\*

Turbulent Properties of Two-Dimensional Turbulent Wall Jet

Hidemi YAMADA, Shinsaku YAHATA, Hideo OSAKA and Yoshiro KAGEYAMA

### Abstract

Measurements of fluctuating properties of two-dimensional turbulent wall jet without an external stream are reported. The turbulent properties include the three fluctuating components of velocity, the local turbulent shear stress. The measurements were carried out for values of non-dimensional distance,  $x/S$ , between 35 and 95, and at a constant Reynolds number  $U_0 S / \nu = 2 \times 10^4$  with a turbulence level of approximately 0.4 percent. The behaviour of turbulent properties of wall jet was discussed in some detail on the basis of the experimental results. Furthermore, it was found that the rate of growth of turbulent flow field was different from that of mean field.

### 1. まえがき

壁面噴流は狭いスリットから流出し壁面に沿って流れる剪断流であり、内層側で境界層的な性質、外層側で自由噴流的なそれを合わせ持った流れ場として一般に知られている。この研究は1934年の Föhrman<sup>1)</sup>により始まるが、1956年 Glauert<sup>2)</sup>が層流および乱流壁面噴流について理論的な解析を行なって以来比較的多くの研究が進められてきたといつてよい。この種の研究は実際的には航空機の翼面上の境界層制御あるいはタービン翼のフィルム冷却などに、基礎的には相似解の存在、乱流構造の詳細に関し重要である。

流体力学において境界値問題に対する相似解のアプローチは有効な手段であるが、この試みが壁面噴流において実質的に行なわれたのは Glauert によるものが最初である。そこでは壁面噴流に対して一つの相似解にまとめることができなく、最大速度をとる位置をはさんで内層側と外層側とに分離して取り扱っている。これを契機として以後の研究ではほとんど壁面噴流を2つの領域に区別し、内層側では Glauert の解を、外層側では自由噴流の解である Görtler<sup>3)</sup> の解を適用して進められてきた。しかしながら両者の解の結合点は最大速度をとる位置と外層分布の変曲点をとる位置の間に生じており、渦粘性を用いた解析が必ずしも良い

結果を与えない。すなわち、Mathieu<sup>4)</sup> によって最初に指摘されたように、最大速度をとる位置と剪断応力が零となる位置が一致しないため勾配拡散型のモデルを適用することのはずが問題となる。さらに最近 Kotsovinos<sup>5)</sup> により指摘されているように、初期条件、たとえばノズル形状、一様流の乱れ度により自由剪断流の拡がり割合がかなり異なることがわかっており、壁面噴流の場合も例外ではなく著者らもこれに関し一部報告<sup>6)</sup> をしている。乱流量に関してみると、Irwin,<sup>7)</sup> Whitelaw<sup>8)</sup> は外部に一様流を伴った壁面噴流に関し実験を行ない、相関、スペクトル解析から乱れエネルギーの収支について議論をしている。曲面壁に沿う噴流については Goldstein ら<sup>9)</sup> により詳しく乱流特性が測定されている。

以上の点を総括してみると、最も基本的と思われる静止流体中の平面壁面噴流の乱流特性を論じた研究<sup>9)</sup> が意外に少なく、また確固とした解析もなされていない。これは流れ場が自己保存的であるかどうかについての議見が確立していない、したがって壁面剪断応力の信頼における資料がないことによる境界層近似の妥当性、あるいは運動量保存に関する問題の未解決によるためと思われる。そこで本実験では、流れ場として壁面噴流の基本的なものと思われる圧力勾配のない静止流体中の平面壁面噴流をとり上げ、流れ場を解明することを目的とした。主として乱流成分の測定を行ない、overall な分布の相似性、乱れエネルギー収

\* 機械工学科

\*\* 大学院機械工学専攻

支に現われる各項のうち主要な項の評価、運動量の保存に関する検討をした。なお初期条件による差異を少なくするため、トリッピングワイヤにより乱流遷移点を固定している。

### 主要記号

$x$	スリットの位置から平板に沿って測った距離
$y$	壁面から垂直な方向に測った距離
$z$	$x, y$ に垂直な方向に測った距離
$U, V$	$x$ および $y$ 方向の平均速度
$U_0$	ノズルスリットからの流出速度
$U_\infty$	$x$ の一定断面で $b_\infty$ となる位置の $U$ の値
$\sqrt{\bar{w}^2}$	$x$ 方向の乱れ強さ
$\sqrt{\bar{v}^2}$	$y$ 方向の乱れ強さ
$\sqrt{\bar{w}^2}$	$z$ 方向の乱れ強さ
$S$	スリット高さ (=10mm)
$b_m$	$x$ の一定断面において $U_m$ となる位置の $y$ の値
$b_2$	$x$ の一定断面において $(1/2) \cdot U_m$ となる位置の $y$ の値
$b'_{u_m}$	$x$ の一定断面において $\sqrt{\bar{w}^2}$ の値が最大となる位置の $y$ の値
$b_\infty$	$x$ の一定断面において $q^2$ がノズルスリット出口での $\bar{q}^2$ の値に等しくなる位置の $y$ の値
$\bar{q}^2$	乱れエネルギー ( $=\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2$ )
$a_1$	構造パラメータ ( $=\bar{u}'\bar{v}'/\bar{q}^2$ )
$c_{f0}$	壁面摩擦係数 ( $=\tau_w/(1/2) \cdot \rho U_0^2$ , $\tau_w$ は壁面摩擦応力)
$F_{me}$	$x$ の一定断面内の平均流エネルギー流束 $\left(=\int_0^{b_\infty} (1/2) \cdot U^3 dy / (U_0^3 S)\right)$
$F_{te}$	$x$ の一定断面内の乱れエネルギー流束 $\left(=\int_0^{b_\infty} (1/2) \cdot U \cdot \bar{q}^2 dy / (U_0^3 S)\right)$
$P'_u$	$\bar{w}^2$ の生成項 $\left(=(S/U_0^3) \cdot (\bar{u}'\bar{v}' \cdot \partial U / \partial y + \bar{w}^2 \cdot \partial U / \partial x)\right)$
$P'_v$	$\bar{v}^2$ の生成項 ( $= (S/U_0^3) \cdot (-\bar{v}^2 \cdot \partial U / \partial x)$ )
$M$	$x$ の一定断面内の運動量
添字 $m$	最大値

## 2. 実験装置および方法

測定に用いた装置は Osaka-Yamada<sup>6)</sup> が行なった実験と同一のものを使用しており、流れは  $300 \times 300\text{mm}$  の集合胴（4枚の金網を設置）から  $10 \times 300\text{mm}$  まで絞られ、長さ約 50mm の平行部を有するスリットから流出する。測定平板は全長 1,670mm、幅 300mm の

アルミ製平板であり、流れ方向 ( $x$  方向) に 15箇所、横方向 ( $z$  方向) の 3 箇所に  $\phi 0.8$  の静圧孔が設けられている。

$x$  の数断面で二次元性を確認した後、X型プローブによる定温度型熱線流速計を使用して中心断面の  $z=0\text{mm}$  について平均流および 3 方向の乱れ強さの測定を壁面に垂直な方向 ( $y$  方向) に関し行なった。熱線センサは受感部 1mm (アスペクト比 200) を除いて銅メッキを施した線径 5μm の 2 本のタンクステン線から成っており、それぞれの線は熱線支持棒に約 45° 傾けて X型にハンダ付けされている。実験には熱線のハンダ付けがなされるたびに、そのワイヤ狭角があらかじめ万能投影器によって許容範囲内であることを確認したものを使用した。プローブは望遠鏡の視野内において壁面に垂直に立てたゲージの目盛と熱線が一致するように方向位置を決定した。測定にあたっては一時ノズルスリット中心位置の一様流中にプローブを移動し、それぞれの流速計の線形・ゲイン調整を行なった後、再び測定断面に戻した。レイノルズ応力はそれぞれの流速計からの信号を自作の加減乗算回路に入力し、アナログ演算処理して求めた。また、壁面摩擦応力は外径 0.97mm のプレストン管によって求めた。

実験はレイノルズ数  $R_e = U_0 S / \nu = 2.0 \times 10^4$  の一定のもとで行なわれ、このときのノズル出口主流における乱れ強さは  $\sqrt{\bar{w}^2} / U_0 = 0.004$  であった。なお、測定範囲は壁面噴流が発達したと思われるノズル幅の 35 倍から 95 倍下流までとした。

## 3. 実験結果および考察

### 3.1 平均速度分布

平均速度  $U$  の  $y$  方向分布を Fig. 1(a) に示す。測定値は一般に用いられる断面内最大速度  $U_m$  と半値幅  $b_2$  で無次元化され、Schwarz-Cosart<sup>10)</sup> や Wilson-Goldstein<sup>9)</sup> の結果と比較されている。この平均速度は  $x/S = 35 \sim 95$  の領域で他研究者の結果ともほとんど一致し、良好な相似形分布となっていることがわかる。

平均速度  $V$  は  $U$  の測定値を用いて連続の式

$$V = - \int_0^y (\partial U / \partial x) dy$$

からの計算により求めた。その結果を Fig. 1(b) に示す。図中には計算精度の高いと思われる  $x/S = 55, 75$  断面の結果のみを示した。これについて Goldstein らも同様の手法で求めており、 $V$  の分布は平面壁面噴流の場合には相似形になると報告している。分布をみると、 $y/b_2 = 1$  あたりまでは Goldstein らの結果に比較的近い形状となっているが、下流側の断面では  $V = 0$

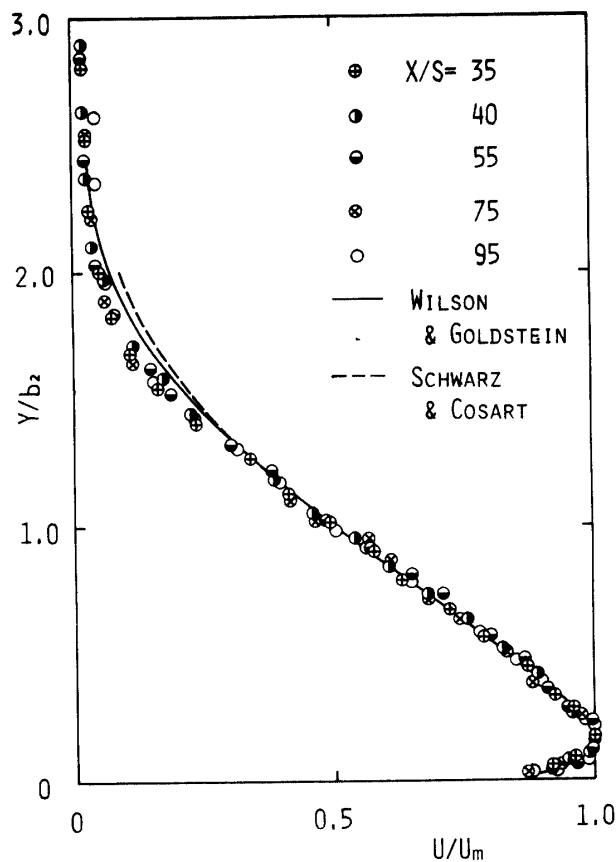


Fig. 1 Similarity of velocity distribution  
(a)  $U$  component

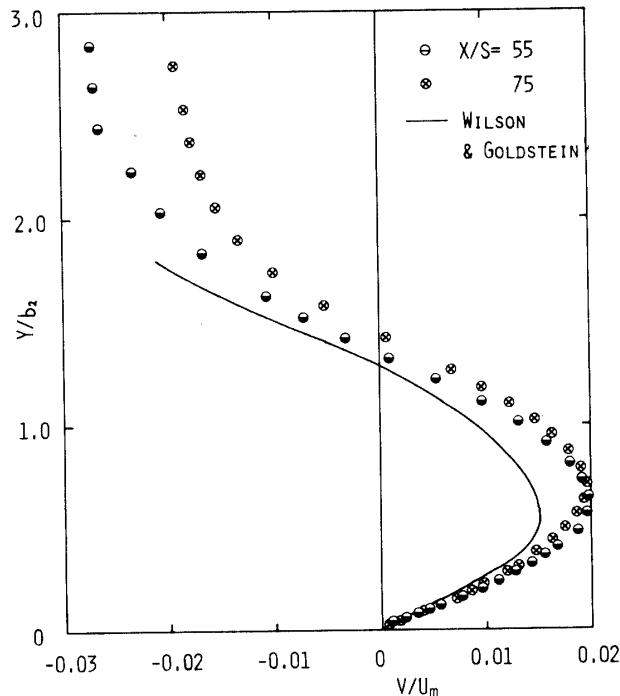


Fig. 1 (b)  $V$  component

となる  $y$  の位置は大きくなっている。外端での  $V$  の値

はその絶対値が小さくなっている。また、Goldstein らの結果に比べ最大値が少し大きめとなっているが、これは実験条件 (Goldstein らの実験は  $R_e = 1.32 \times 10^4$  であった) の差異によるものであろう。

### 3.2 乱れ強さ分布

Fig. 2 (a)(b)(c) に  $U_m, b_2$  で無次元化した 3 方向の乱れ強さ  $\sqrt{u'^2}$ ,  $\sqrt{v'^2}$ ,  $\sqrt{w'^2}$  の流れ方向への変化を示した。各乱れ強さはともに流れ方向にしだいに増大しており、Goldstein らの結果と比較し上流側では小さめとなっているが下流になるにつれて同程度にまで発達している。Goldstein らの結果では  $x/S = 51, 76$  および 102 の断面で  $\sqrt{u'^2}$ ,  $\sqrt{v'^2}$  ともにほぼ相似形と

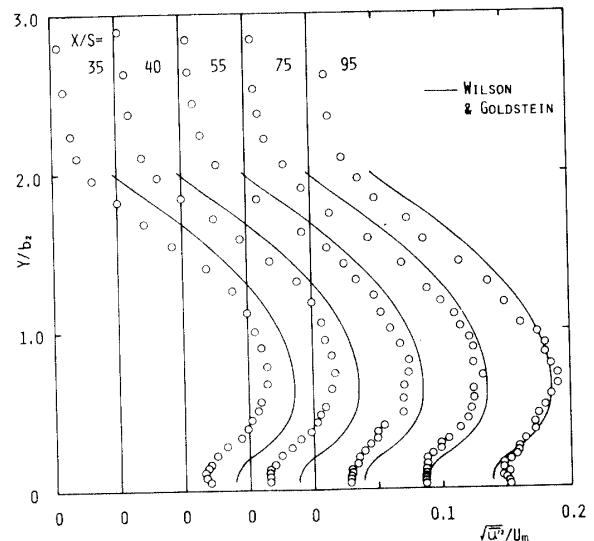


Fig. 2 Development of turbulent intensity distribution (a)  $\sqrt{u'^2}$  component

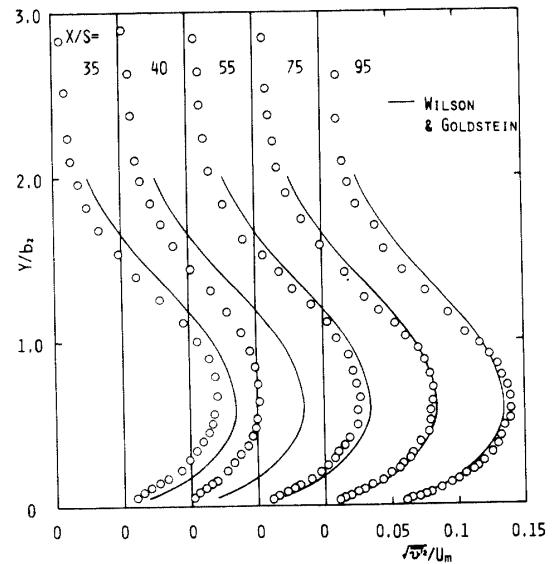
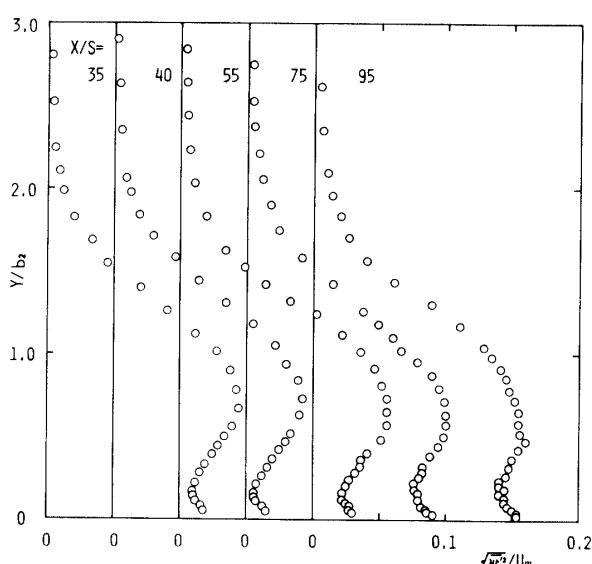


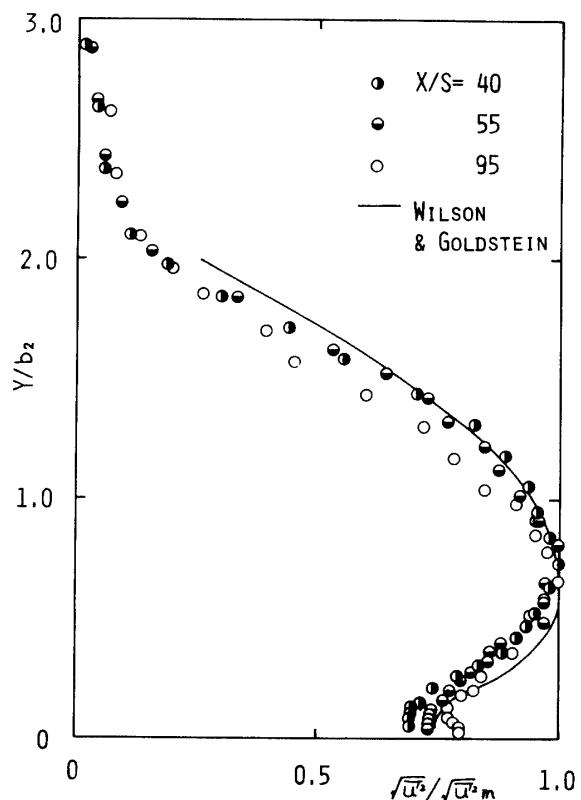
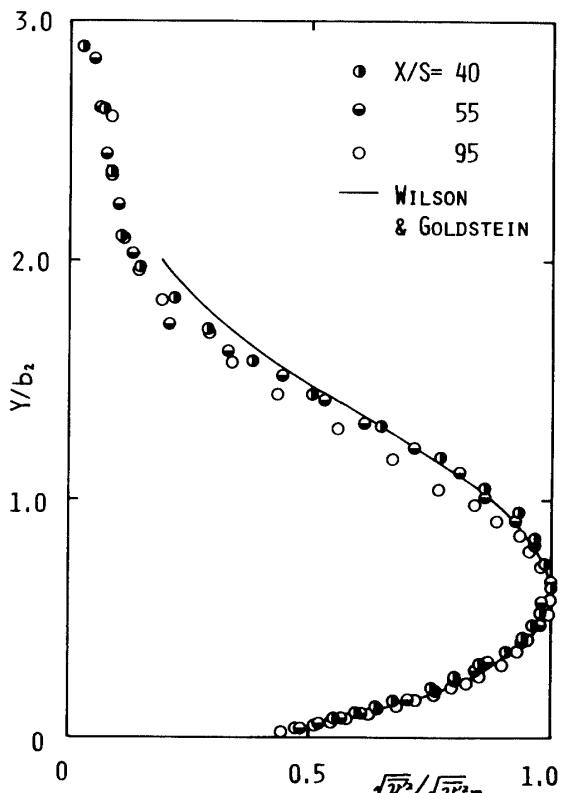
Fig. 2 (b)  $\sqrt{v'^2}$  component

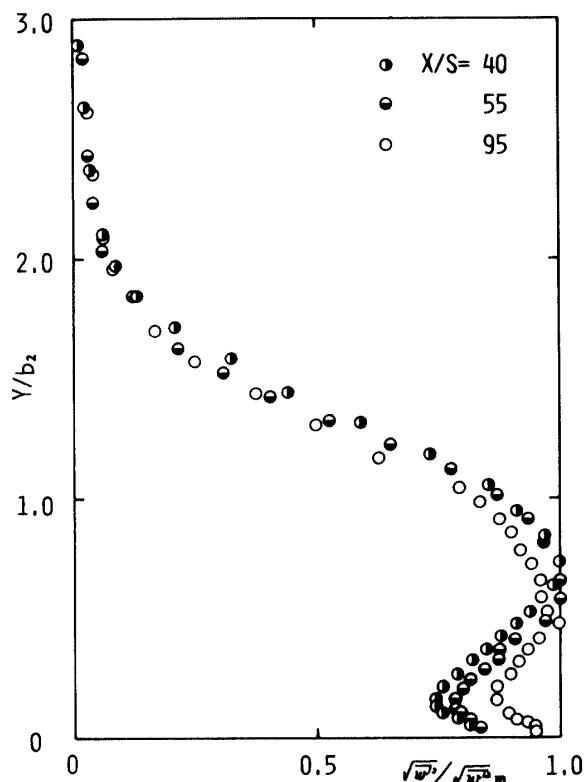
Fig. 2 (c)  $\sqrt{\bar{w}^2}$  component

なっているが、本実験の結果では相似形にはなっていない。また  $\sqrt{\bar{w}^2}$ ,  $\sqrt{\bar{w}^2}$  の分布に比べ  $\sqrt{\bar{v}^2}$  の分布は  $x/S=55$  程度までの成長割合が大きいが、 $x/S=75$  以降では同程度の成長割合となっている。本実験の場合と Goldstein らの結果との相異は、ノズルの絞り形状に由来する出口主流中の歪テンソルの違いおよびノズル境界層の厚さの違いといった初期条件の差異、あるいは乱流促進のためにトリッピングワイヤを設置したことなどによるものと思われる。

平均速度の最大値  $U_m$  を用いた無次元化によっては乱れ強さ分布は相似形にはならなかったので、乱流特性分布自体の相似性を調べるために速度スケールとしてそれぞれの乱れ強さの最大値  $\sqrt{\bar{w}^2}_m$ ,  $\sqrt{\bar{v}^2}_m$ ,  $\sqrt{\bar{u}^2}_m$  をとり、それで無次元化をして調べてみた。その結果を Fig. 3 (a)(b)(c) に示す。各乱れ強さともほぼ相似形分布となり Goldstein らの結果とも近い分布形状を得た。特に  $\sqrt{\bar{v}^2}$  は全領域にわたってきわめて良い相似性を示した。詳細にみると、 $\sqrt{\bar{w}^2}$ ,  $\sqrt{\bar{w}^2}$  は内層領域において相似形とならず、下流になるにしたがってわずかに増大している。これは壁面噴流がいわゆる内層は境界層的で、外層は自由噴流的であるという構造上の特徴のため内層領域と外層領域とで発達が異なることを示唆しているように思われる。なお、分布形状において各乱れ強さの大きさがおよそ  $y/b_2=1.5$  より大きい位置で Goldstein らの結果よりも少し小さくなっているが、これも初期条件の差異によるものであろう。このように平均流の最大速度  $U_m$  を用いた無次元化では相似形とならず各乱れ強さ分布の最大値を特性速度として用いた無次元化によってほぼ相似形になる

ということは、平均速度と乱れ強さの下流への発達割合が異なっていることを示している。

Fig. 3 Similarity of turbulent intensity distribution  
(a)  $\sqrt{\bar{w}^2}$  componentFig. 3 (b)  $\sqrt{\bar{v}^2}$  component

Fig. 3 (c)  $\sqrt{w'^2}$  component

レイノルズ応力  $-\bar{u}'\bar{v}'$  について同様の無次元化を行なった結果を Fig. 4 に示す。この結果もほぼ相似形となつた。 $\bar{u}'\bar{v}'=0$  になる  $y$  の位置と最大速度の位置が一致しないことは壁面噴流の特徴であるが、本実験の場合  $\bar{u}'\bar{v}'=0$  となるのはおよそ  $y/b_2=0.08$  であり最大速度の位置  $y/b_2=0.16$  に比べ壁面側に近く、最大速度となる  $y$  の位置の  $1/2$  程度になつてゐる。これは

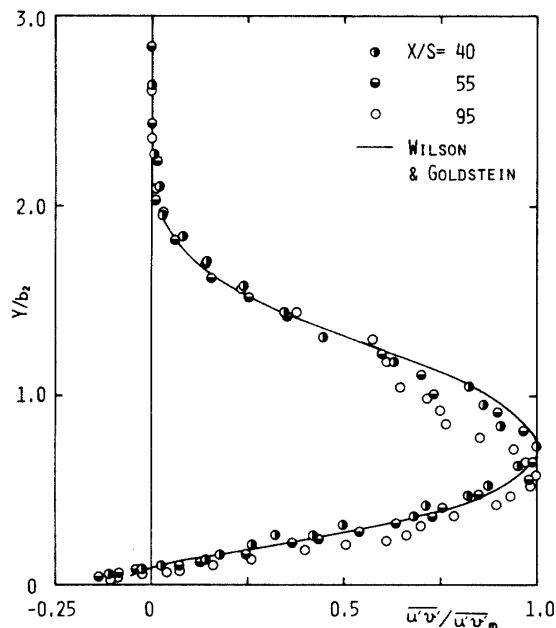


Fig. 4 Similarity of Reynolds stress distribution

Goldstein らの結果とも非常によく似ている。一方、外部に一様流を持つ場合の Irwin の結果では  $\bar{u}'\bar{v}'=0$  となるのはおよそ  $y/b_2=0.19$ 、最大速度となるのは  $y/b_2=0.22$  の位置であり、本実験の結果と比較し両位置とも壁面より離れておりかつ両者のずれは小さくなつてゐる。このことから、外部に一様流を持ち自己保存の成立する壁面噴流と本研究のような外部に一様流を持たない壁面噴流とでは、大きなスケールの乱流構造にかなりの違いがあるものと推察される。

### 3.3 特 性 値

流れ場の成長過程を容易に観察しうる手段として、代表スケールの下流方向への変化を調べる方法がある。平均速度場からの速度スケールとして  $U_m$ 、長さスケールとして  $b_2$ 、 $b_m$  をとり、一方乱流場の速度スケールとして  $\sqrt{w'^2_m}$ 、長さスケールとして  $b_{u'm}$  をとりその  $x$  方向への変化を調べてみた。Fig. 5 は代表速度スケールに関する結果で

$$U_m \propto x^{-0.53}$$

$$\sqrt{w'^2_m} \propto x^{-0.39}$$

となっており、平均速度場の速度スケールに比べ乱流場の速度スケールは  $x$  方向に変化がゆるやかとなつてゐる。このことは 3 方向の乱れ強さ分布が  $U_m$  で無次元化された場合に下流になるにしたがつて増大する傾向を示し相似形にならなかつたことの一つの裏づけとなる。Fig. 6 は代表長さスケールに関する結果でありそれぞれ

$$b_m \propto x^{0.79}$$

$$b_2 \propto x^{0.80}$$

$$b_{u'm} \propto x^{0.69}$$

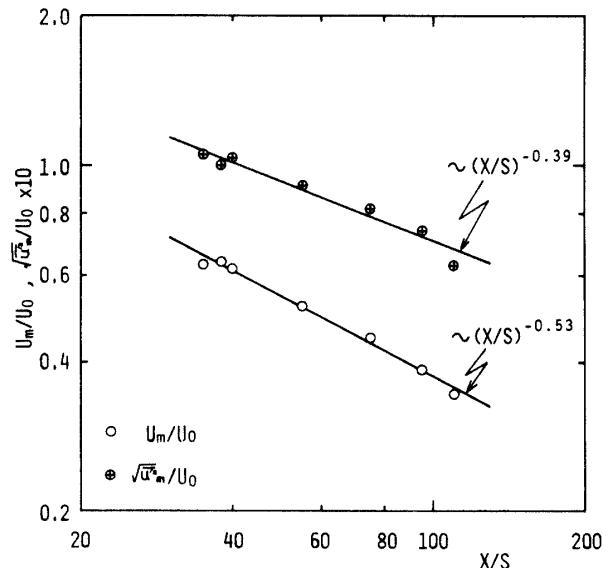


Fig. 5 Variation of velocity scales

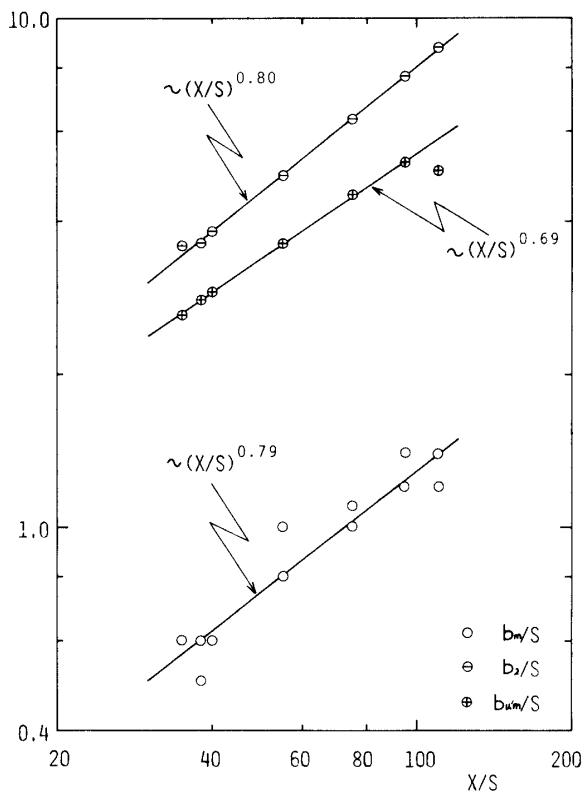


Fig. 6 Variation of length scales

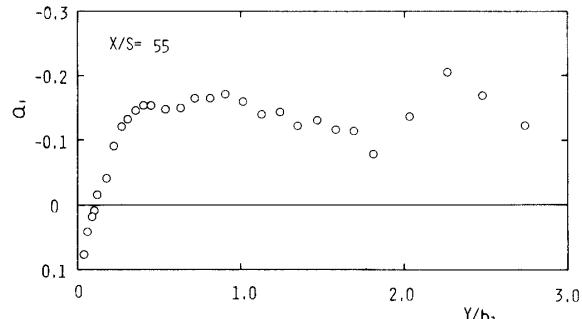


Fig. 7 Structure parameter

となっている。これも平均流のものに比べ乱れの長さスケールの方が  $x$  方向の変化がゆるやかになっている。これらの代表スケールをみる限りでは、平均速度場と乱流場とでその分布形状の発達のしかたは異なっている。実験した範囲内では流れ場は相似形にならないと思われる。

Fig. 7 は構造パラメータ  $a_1$  の分布を示す。Bradshaw ら<sup>11)</sup>によると、境界層では壁面のごく近傍を除いて外端付近までの層内で  $a_1=0.15$  となることが知られている。本実験の結果では外層領域の  $0.4 < y/b_2 < 1.2$  程度の領域でのみ  $a_1=0.15$  の値を示した。他方しばしば境界層的な取り扱いをされるにもかかわらず、内層領域の  $a_1$  の分布は通常の境界層のものと全く異なっている。この結果から明らかに壁面噴流の内層領域

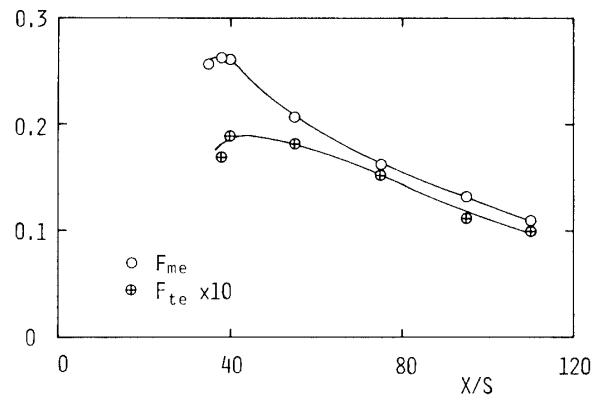


Fig. 8 Variation of energy flux

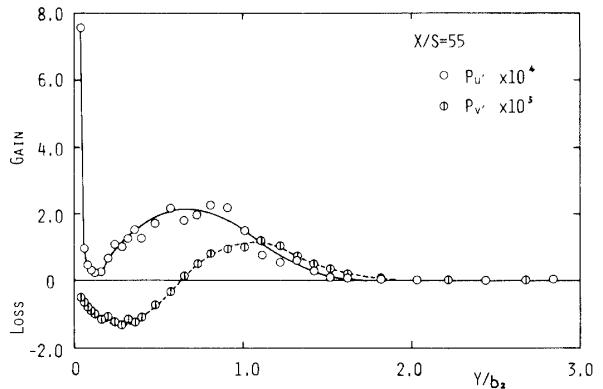


Fig. 9 Production term of turbulent energy

と境界層の乱流構造は異なっていると考えられ、同一の性質を示す流れ場として取り扱うことはできないと言える。

Fig. 8 には断面内を平均流によって運ばれる平均流および乱れのエネルギーの断面内総量の  $x$  方向への変化を示した。平均流に対し乱れのエネルギー流束は 1 オーダ程度小さく、その変化は  $x/S=55$  程度までは異なっているが、およそ  $x/S=75$  以降下流においては同様の減衰傾向を示しながらゆるやかに変化している。ここでエネルギー流束が減衰傾向を示すのは、この計算が局所断面を通過する流体塊の持つエネルギーの単純和であり、粘性による運動量交換や散逸等に起因する量の考慮がなされていないためである。次に断面内の乱れエネルギーの生成について調べ、その結果を Fig. 9 に示した。ここで  $P'_u$  は

$$P'_u = (S/U_0^3) \cdot \{\bar{u}'v' \cdot \partial U/\partial y + \bar{w}^2 \cdot \partial U/\partial x\}$$

であり、 $\bar{w}^2$  成分の生成に寄与する項であり、 $P'_v$  は

$$P'_v = (S/U_0^3) \cdot (-\bar{v}^2 \cdot \partial U/\partial x)$$

であり、 $\bar{v}^2$  成分の生成に寄与する項である。 $\bar{w}^2$  の生成は壁面近傍で最も大きく、最大速度付近で極小値、乱れ強さの最大となる  $y/b_2=0.8$  付近で極大値を

とり、外端に向かってしだいに小さくなっていく。すなわち生成のピークの位置が層内に2箇所存在している。また $\bar{v}^2$ の生成は壁面近傍から $y/b_2=0.6$ 付近までは負の生成となっており、それより外側の領域では正の生成となっている。その大きさは $\bar{w}^2$ の生成に比べ1オーダーほど小さなものであった。このように乱れ生成への寄与が大きい $Pw$ 分布がおのの内層および外層領域でピークをとるということは、壁面噴流の内層・外層といった構造上の特徴に対応しているためと思われる。

通常の二次元噴流ではその運動量が保存されていることが知られているが、壁面噴流ではその保存性については定まった見解がないようである。そこで流れ場の運動量の収支について検討してみた。なお、計算を簡単にするため二次元定常流とし境界層近似を適用した。このとき $x$ 方向の運動方程式は

$$\begin{aligned} U \cdot \partial U / \partial x + V \cdot \partial U / \partial y &= -(1/\rho) \cdot dP_\infty / dx \\ &\quad - \partial(\bar{w}^2 - \bar{v}^2) / \partial x \\ &\quad - \partial(\bar{u}'\bar{v}') / \partial y + \nu \cdot \partial^2 U / \partial y^2 \end{aligned}$$

と書かれる。 $y$ 方向に $y=0$ から $b_\infty$ まで積分し、次に $x$ について積分すると下式となる。

$$\begin{aligned} \left[ \rho \int_0^{b_\infty} U(U_\infty - U) dy \right]_{x_0}^x &= \int_{x_0}^x \tau_w dx \\ &\quad - \rho \int_{x_0}^x \{ (dU_\infty / dx) \cdot \int_0^{b_\infty} (U_\infty - U) dy \} dx \\ &\quad + \left[ \rho \int_0^{b_\infty} (\bar{w}^2 - \bar{v}^2) dy \right]_{x_0}^x \end{aligned}$$

各項を $(1/2) \cdot \rho U_0^2$ および $(x-x_0)$ で無次元化すると、

$$\begin{aligned} \frac{2}{x-x_0} \cdot \left[ \int_0^{b_\infty} \frac{U}{U_0} \cdot \left( \frac{U_\infty}{U_0} - \frac{U}{U_0} \right) dy \right]_{x_0}^x \\ = \frac{1}{x-x_0} \int_{x_0}^x C_{f0} dx \\ - \frac{2}{x-x_0} \int_{x_0}^x \left\{ \frac{d}{dx} \left( \frac{U_\infty}{U_0} \right) \cdot \int_0^{b_\infty} \left( \frac{U_\infty}{U_0} - \frac{U}{U_0} \right) dy \right\} dx \\ + \frac{2}{x-x_0} \left[ \int_0^{b_\infty} \left( \frac{\bar{w}^2}{U_0^2} - \frac{\bar{v}^2}{U_0^2} \right) dy \right]_{x_0}^x \end{aligned}$$

となる。ここで基準位置として $x_0=350\text{mm}$ をとり、各断面について各項を計算（ただし右辺第2項は計算できなかった）した結果をFig.10に示す。左辺、右辺第1項および第3項を $M_1$ 、 $M_2$ および $M_3$ と表わすと、運動量は $M=-M_1+M_2+M_3$ と表わされる。各項の大きさは平均流の対流による運動量の寄与が最も大きく、次に壁面摩擦力となっている。 $M$ の値は $x/S=110$ の断面までに $x/S=35$ の断面の値の86%程度にまで減少している。これは壁面噴流の場合 $y$ 方向に圧力勾配があること、エントレイメントによる流入量の計算精度、壁面摩擦力の評価方法、さらには方

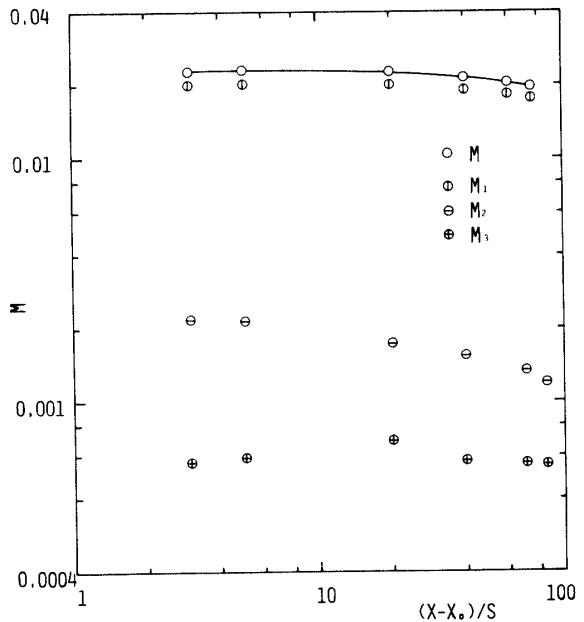


Fig. 10 Momentum conservation

程式を境界層近似して導いた計算式を用いたことなどによる影響を受けたものと思われ、運動量の収支について更に詳細な検討をする必要がある。

#### 4. む す び

壁面噴流はその構造が複雑なため、乱流場の測定は機構の解明にとって不可欠のものである。しかしながら本研究で取り扱っているような壁面噴流の乱流特性はいまだ詳細な議論がなされていない。たとえば本実験に類似した流れ場の Goldslein らの結果は本実験の結果とは異なっている。本実験の結果では平均速度に関しては相似形が確認されたが、平均速度場からの速度スケール  $U_m$  で無次元化する限りでは乱れ強さ分布は相似形とはならなかった。すなわち平均速度場と乱流場の下流への発達割合が異なっていると予想され、両者を同一スケールとみなして相似性を論ずることが無理であるように思われる。これは今後流れ場の自己保存性の有無に関して解析する上で問題を複雑化していくものと思われる。さらに乱流場について詳細に調べてみると、壁面噴流が一般に言われているように境界層と自由噴流とを単純に加えた構造であるという考えは修正しなければならないことがわかった。したがって、以上のことをふまえて流れ場を吟味する際には境界層近似が適用できるかどうか、あるいは勾配拡散形のモデルが適用できるかどうかといった基本的な問題も再考慮されるべきである。

**謝辞** 本研究の遂行に際し、実験に協力頂いた本学

学部生都留陸君（現在、日本電信電話公社勤務）に謝意を表します。

### 参考文献

- 1) Föhrman, E., NACA TM-789 (1934).
- 2) Glauert, M.B., J. Fluid Mech., **1**, 625 (1956).
- 3) Görtler, H., 例えば Schlichting, H., Boundary-Layer Theory, 6th ed., McGraw-Hill (1968) 605.
- 4) Mathieu, J., 例えば Kruka, V. and Eskinazi, S., J. Fluid Mech., **20**, 555 (1964).
- 5) Kotsovinos, N.E., J. Fluid Mech., **77**, 305 (1976).
- 6) Osaka, H. and Yamada, H., Tech. Rep. of the Yamaguchi Univ., **2**, 115 (1978).
- 7) Irwin, H.P.A.H., J. Fluid Mech., **61**, 33 (1973).
- 8) Kacker, S.C. and Whitelaw, J.H., Trans. ASME, Ser. E, **38**, 239 (1971).
- 9) Wilson, D.J. and Goldstein, R.J., Trans. ASME, Ser. I, **98**, 550 (1976).
- 10) Schwarz, W.H. and Cosart, W.P., J. Fluid Mech., **10**, 481 (1961).
- 11) Bradshaw, P., Ferriss, D.H. and Atwell, N.P., J. Fluid Mech., **28**, 593 (1967).

(昭和54年10月15日受理)