

鉄筋コンクリートばりの撓みについての考察

加賀美 一二三

緒 言

鉄筋コンクリートばりの荷重—撓み曲線に対して弾性域、弾塑性域、塑性域が考慮されて、殊に塑性域に対して曲げ剛性と曲げモーメントにより Mohr の第 1 定理による計算法の値は、破壊撓みの実験値とよく一致することが報告¹⁾されているが、相当の計算の煩雑さが指摘される。

著者は本考察において、低鉄筋並びに過鉄筋コンクリートばりについて、径間中央 1 点荷重並びに 3 等分点前重にて撓み測定を実施し、一般の撓式において第 2 次モーメントの計算に当り弾性係数比 n の代りに γ_y なる係数を用いて、実験結果と計算値とを比較検討したところ、荷重—撓み曲線中全般に亘りよい結果が得られたことの報告である。

1. 鉄筋コンクリートばりの撓式

図—1 において、 $N-A$ より v なる位置のひずみ Δdx_v 、応力を σ_{cv} 、 y の距離に対する縁応力を σ_c とすると次式が成立する。

$$\rho = \frac{dx}{d\alpha} = \frac{vE}{\sigma_{cv}} \quad (a)$$

そして、 $N-A$ に関して第 1 次モーメントをとると

$$\begin{aligned} M_x &= \int \sigma_{cv} dfv + \sigma_s A_s (d - kd) \\ &= \int \sigma_c \frac{v}{y} dfv + \frac{\sigma_c \sigma_s}{\sigma_c} A_s (d - kd) \\ &= \sigma_c \left\{ \int \frac{v}{y} dfv + \gamma A_s (d - kd) \right\} \end{aligned}$$

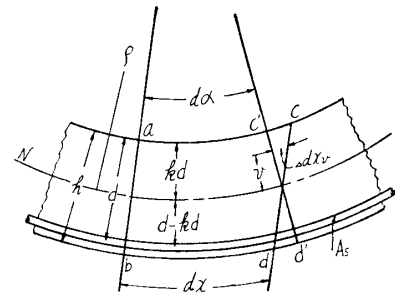
$$\sigma_c = \frac{M_x}{\int \frac{v}{y} dfv + \gamma A_s (d - kd)} \quad (b)$$

(a), (b) 式の関係より

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\sigma_{cv}}{vE} = \left\{ \frac{M_x}{\int \frac{v}{y} dfv + \gamma A_s (d - kd)} \frac{v}{y} \right\} \frac{1}{vE}$$

$$-\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M_x}{Ey \left\{ \int \frac{v}{y} dfv + \gamma A_s (d - kd) \right\}}$$

$$\therefore \delta = \frac{-\int \int M_x dx dx}{Ey \left\{ \int \frac{v}{y} dfv + \gamma A_s (d - kd) \right\}} \quad (1)$$



図—1 鉄筋コンクリートばりの曲げの場合の関係

ただし、鉄筋コンクリートばかりにおいては $N-A$ 以下の引張帯の誘起される応力が圧縮帯に比べて小さく、ほぼ σ_c の $1/\alpha$ と仮定し、 $N-A$ より上縁、下縁までの距離を y' , γ とすると、(1) 式中の分母の大括弧の中の式は

$$\int_0^{y'} \frac{v}{y} dfv + \int_0^y \frac{1}{\alpha} \frac{v}{y} dfv + \gamma A_s (d - kd)$$

ここに、 $\alpha = \sigma_c / \sigma_t \doteq 10$

故に、(1)式は

$$\delta = \frac{-\iint M_x dx dx}{Ey \left\{ \int_0^{y'} \frac{v}{y} dfv + \int_0^y \frac{v}{y} dfv + \gamma A_s (d - kd) \right\}} \quad (2)$$

(2)式分母の大括弧中の第1項にては、 $y = y' = kd$ となり

$$\int_0^{y'} \frac{v}{y} dfv = \int_0^{y'} \frac{v^2}{y} b dv = \frac{by'^3}{3y} = \frac{bkd^3}{3y} \quad (c)$$

同様に第2項の場合は、 $y = h - kd$, $h =$ はり高さとなるから

$$\int_0^y \frac{1}{\alpha} \frac{v}{y} dfv = \frac{1}{\alpha} \frac{b(h - kd)^3}{3y} \quad (d)$$

前重時に、ひびわれ深さ e cm が入った場合には、(d)式は

$$\int_0^y \frac{1}{\alpha} \frac{v}{y} dfv = \frac{1}{\alpha} \frac{b(h - e - kd)^3}{3y} \quad (d')$$

しかして、(2)式中の γ は近似的に $\gamma_y = \sigma_{sy} / \sigma_{cy}$ と仮定しても大差ないと考えられる。故に、弾性域 (ひびわれ前) の撓みは次式となる。

$$\delta = \frac{-\iint M_x dx dx}{E \left\{ \frac{bkd^3}{3} + \frac{1}{\alpha} \frac{b(h - kd)^3}{3} + \gamma_y A_s (d - kd)^2 \right\}} \quad (3)$$

ひびわれ後の弾塑性域の撓みは次式となる。

$$\delta = \frac{-\iint M_x dx dx}{E \left\{ \frac{bkd^3}{3} + \frac{1}{\alpha} \frac{b(h - e - kd)^3}{3} + \gamma_y A_s (d - kd)^2 \right\}} \quad (4)$$

以上の(3), (4)式の計算において、 kd は実験値か近似的には最大撓み断面における上縁軸に関する一次モーメント式より求める。

塑性域並びに破壊時の撓式の計算においては、(4)式と同様であるが、 k 値は実験値でない場合は

$$\text{低鉄筋ばりの場合} \sim k = \frac{P\gamma_y}{\mu} \quad (5)$$

$$\text{過鉄筋ばりの場合} \sim k = \frac{-5250p + \sqrt{5250p^2 + 4\mu\sigma_{cy} \times 5250p}}{2\mu\sigma_{cy}} \quad (6)$$

ここに、 $p =$ 鉄筋比, $\mu = n/(n+1)$, $r = 5$

そして、 P をはり前重, l をはり支間, a をシーアスパンとするとき、(3), (4)式などの分子値は既知の通りで次式となる。

1 点荷重の場合～
$$\frac{Pl^3}{48}$$

2 点荷重の場合～
$$\frac{Pa}{4} \left(\frac{l^2}{4} - \frac{a^2}{3} \right)$$

2. 単鉄筋コンクリートばりの撓み実験

本学報掲載の単鉄筋コンクリートばりの荷重点と支点の測定ひずみについての報文中の供試体について撓みを測定した結果に対して、前項の撓式を適用してみることにする。

すなわち、撓み様相は前述報文中の写真-3, 4のごとくにて、荷重時のひずみ分布様相、破壊強度の検討などは、著者の報文中に述べているところである。

供試体の材料、コンクリートの配合などについては前述報文中のものであるが、以下低鉄筋、過鉄筋コンクリートばりの2点荷重並びに1点荷重の場合の4例 (M_{u2} ～低鉄筋の2点荷重, M_{o2} ～過鉄筋の2点荷重, S_{u1} ～低鉄筋の1点荷重, S_{o1} ～過鉄筋の1点荷重) について吟味することにする。

(1) 鉄筋コンクリートばり用コンクリートの応力-ひずみ関係と割線弾性係数-応力関係

M_{u2} 供試体用コンクリートの関係値～

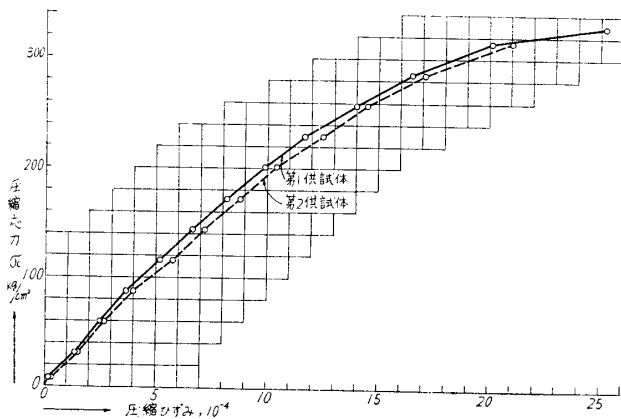


図-2 応力ひずみの関係

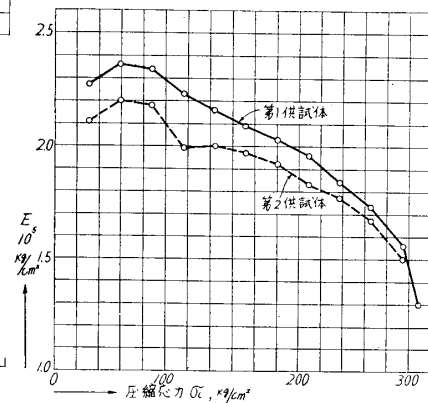


図-3 割線弾性係数-応力の関係

M_{o2} 供試体用コンクリートの関係値～

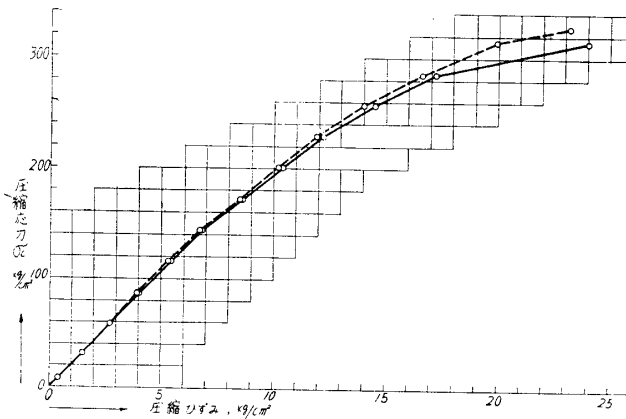


図-4 応力-ひずみの関係

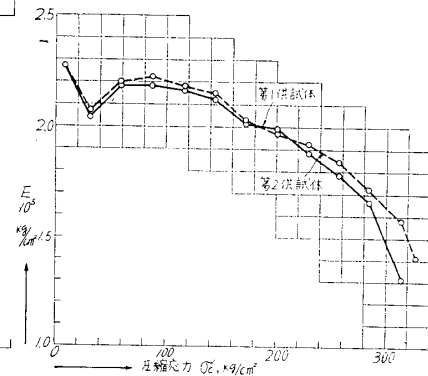


図-5 割線弾性係数-応の関係

S_{u1} 供試体用コンクリートの関係値～

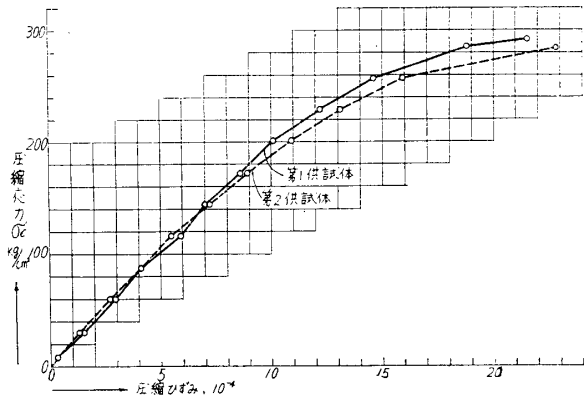


図-6 応力-ひずみの関係

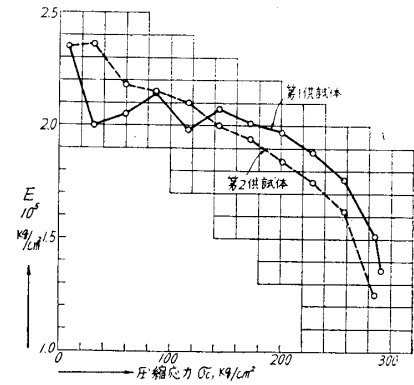


図-7 割線弾性係数-応力の関係

S₀₁ 供試体用コンクリートの関係値～

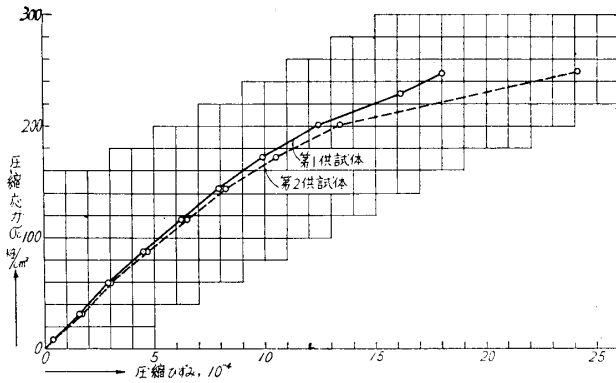


図-8 応力-ひずみの関係

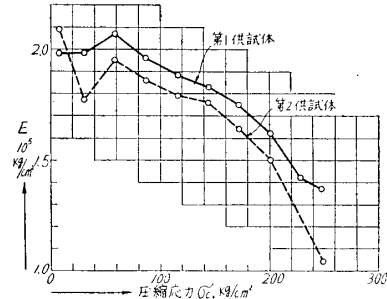


図-9 割線弾性係数-応力の関係

(2) 鉄筋コンクリートばりの曲げ荷重と圧縮縦応力との関係

既報告にもとづき、曲げ荷重と曲げひずみ及び圧縮応力と圧縮ひずみとの関係より、曲げ荷重と圧縮縦応力との関係を求めると図-10, 11となる。

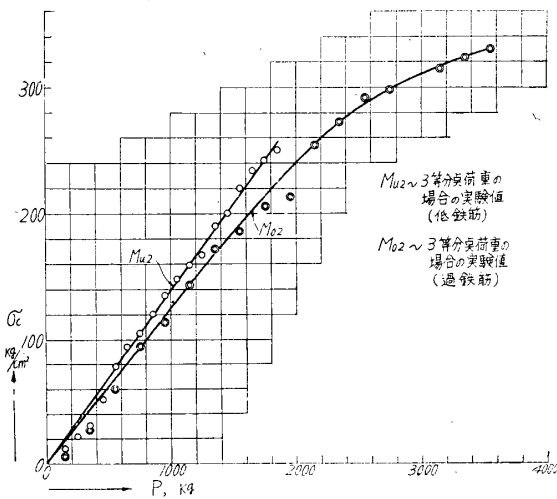


図-10 2点荷重の場合の P-σ_c の関係

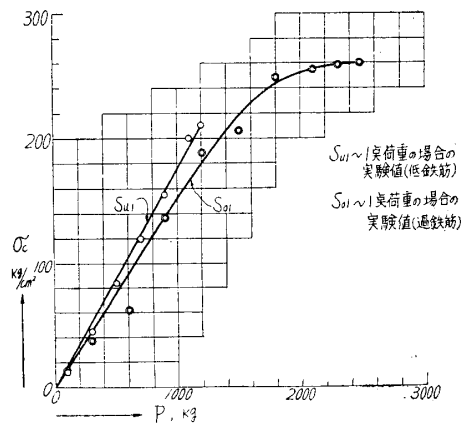


図-11 1点荷重の場合の P-σ_c の関係

この関係より撓みの計算に当って荷重時の割線弾性係数を求めることができる。

(3) 鉄筋コンクリートばりの荷重漸増に伴うひびわれ様相

試験中ひびわれの分布とその寸法を測った結果は図-12, a, b 及び図-13, a, b のごとくで

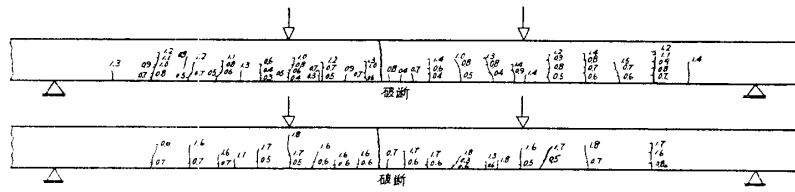


図-12 a M_{12} のひびわれ様相

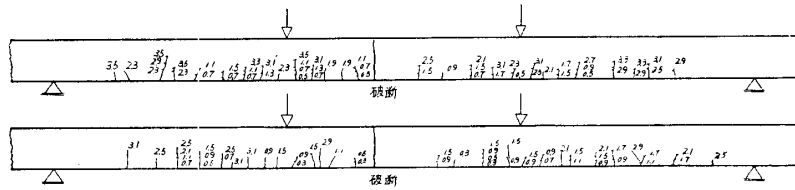


図-12 b M_{02} のひびわれ様相

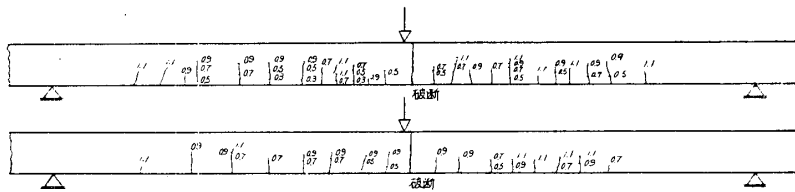


図-13 a S_{11} のひびわれ様相

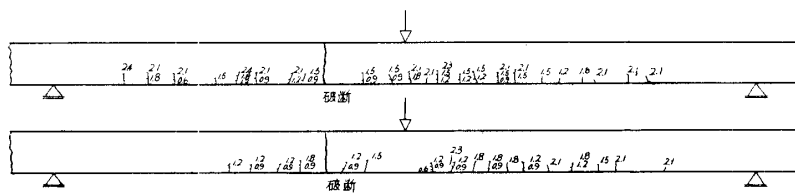


図-13 b S_{01} のひびわれ様相

ある。

撓み計算に当って、荷重時に応ずるひびわれ寸法を上図より求めた値を用いた。

(4) 曲げ荷重と測定撓み、 kd 値の関係

曲げ試験に当っての測定撓みは 1/100mm のダイヤルゲージをはり径間中央に設置して測定し、図-14, 15に示した結果を得た。

既報告²⁾にもとづき、曲げ試験に当っての kd 値は図-16, 17に示した結果を得た。

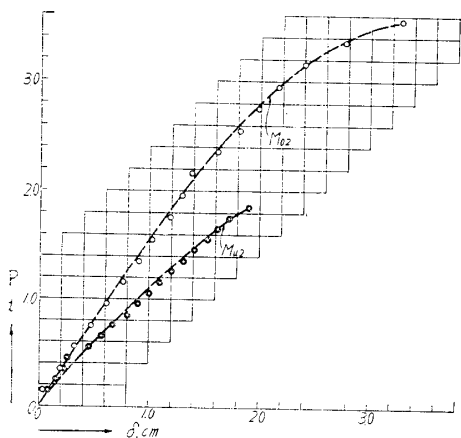


図-14 3等分点荷重の場合の $P-\delta$ の関係

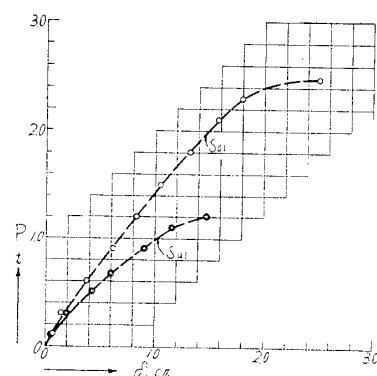


図-15 1点荷重の場合の $P-\delta$ の関係

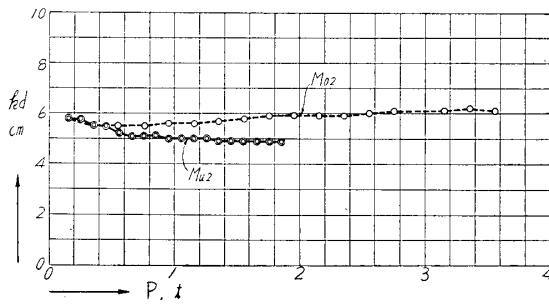


図-16 3等分点荷重の場合の P-kd の関係

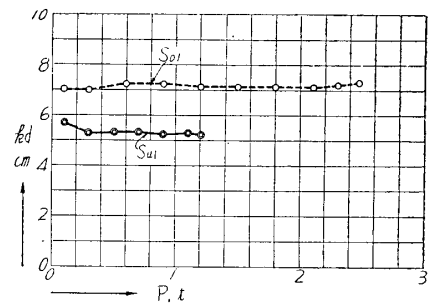


図-17 1点荷重の場合の P-kd の関係

(5) 撓みの計算

いま、弾性域、弾塑性域限附近並びに破壊点の代表的荷重位置における撓み計算に当って、実験上よりの kd と計算による kd を表示すると表-1のごとくなる。

表-1 各種の場合の kd 値

供試体	実験上よりの kd 値 (cm)	計算よりの kd 値		
		弾, 弾塑性域 (cm)	弾塑性限附近 (cm)	破壊点((5),(6)式による) (cm)
M_{u2}	5.9→4.95	7.52	$(7.52+1.94)/2=4.73$	1.94
M_{o2}	5.8→6.1	5.60	$(5.60+6.24)/2=5.92$	6.24
S_{u1}	5.7→5.3	7.52	$(7.52+2.19)/2=4.86$	2.19
S_{o1}	7.0→7.3	8.50	$(8.50+6.80)/2=7.65$	6.80

註~ 矩形ばりであるから弾性及び弾塑性域の kd の計算は次式によった。

$$kd = (bh \times h/2 + \gamma_y A_s d) / (bh + \gamma_y A_s)$$

撓み計算に当っての E 値は図-3, 5, 7, 9より求めた数値を用いた。

撓みの結果は表-2となる。

表 - 2

供試体	荷重 (kg)	撓み実測値 (cm)	実測 kd による撓値 (ひびわれ加味) (cm)	弾, 弾塑性域の kd による撓値 (cm)	弾塑性限附近の kd による撓値 (cm)	計算による破壊点の kd による撓値 (cm)	撓	要
M_{u2}	750	0.67	0.70	0.39	—	—	ひびわれ深さ 2cm	
	1750	1.72	1.61	1.45	1.55	—	ひびわれ深さ 8cm, h 14cm であるから $kd = 6cm$ として計算	
	1850	1.90	1.75	—	—	1.22	ひびわれ深さ 9cm	
M_{o2}	550	0.32	0.30	0.29	—	—	ひびわれ深さ 5cm	
	2750	1.98	2.05	2.00	—	—	ひびわれ深さ 5cm	
	3350	2.77	2.64	2.82	2.90	—	ひびわれ深さ 5cm	
	3550	3.29	3.05	—	—	3.05	ひびわれ深さ 7cm	
S_{u1}	300	0.20	0.23	0.17	—	—	ひびわれなし	
	1100	1.16	1.20	0.98	1.03	—	ひびわれ深さ 8cm, h 14cm であるから $kd = 6cm$ として計算	
	1200	1.48	1.48	—	—	1.09	ひびわれ深さ 8.5cm	
S_{o1}	600	0.38	0.33	0.29	—	—	ひびわれ深さ 0.5cm	
	2300	1.80	1.49	1.28	1.44	—	ひびわれ深さ 4.0cm	
	2470	2.50	2.21	—	—	2.23	ひびわれ深さ 4.0cm	

低鉄筋コンクリートばりの場合は、破壊がひびわれの進行とともに急激にくるので、実験上の kd 値は計算式による kd 値に落つくものと考えられる。

実測 kd 値による場合は、破壊点においても殆んど一致する程度の良結果が得られた。そして荷重試験に当っては、一般に荷重位置におけるひびわれ深さは容易に測定できるので、計算による kd 値を用いて撓みの計算をしても、実測 kd 値による場合には劣るが割合に良結果が得られた。

結 言

鉄筋コンクリートばりの撓みも脆性材料であるコンクリートの性質と鉄筋との合成材料としての性質に左右されることが大きく、殊に塑性域の撓みは種々問題とされてきた。これに対し、著者は低鉄筋、過鉄筋コンクリートばりに対し、径間中央1点荷重と3等分点荷重にて実験をなし、撓みの一般式として誘導した(3)、(4)式にて照査計算したところ、撓みの全領域に対しよく一致する結果を得たので、測定値によらなくてもある程度の計算値が得られる略算法も示したものである。

参 考 文 献

- 1) 坂 静雄，鉄筋コンクリートばりの塑性，日本セメント技術協会テキスト，1955