的である。之は電気泳動及び電気滲透に消費される電流×時間による支持力増加が、電解に使用された同量の電力による支持力増加より大であることの立証である。卽ち水分が小になると電流を断ち、水分の増加をまち電気泳動に好條件にしつゝ通電したことによるもので電気滲透も断続的にする方が完全となるからである。

4. 結　言

軟弱土壌に於ける基礎杭の支持力増強並に地盤固定工法として本実験結果に見る如く可成りの好成績を示し、Casagrande氏の報告要旨と相当異なり金属化合物的の鱗状鉱物質層を形成し且つ層間の土壌固化も强固のものとなる。そして其の基礎杭の支持力増加は 100V 程度に於て通電した経済的電力に於て、連続通電は30倍、断続通電に於て60倍以上となつた。

以下二、三の点を指摘して見ると、

(1) 通電方式は種々吟味されるべきであり、本実験に於ける陽極附近の土壌はゲル狀となることは殆んどないと考へられるが、陰極側は水の浸入に対し元の不良狀態となる恐れあるによりセメント凝固による如き工法の併用が望ましい。又接地抵抗の小なる極鈑を用ひることも一方法と考へられる。

(2) 本法は土質に於て膠質の多いもの程電気泳動が大であり、砂質となる程効果が少いと考へられ又鉄分の多いもの程良好と思はれる。

(3) 極として電導度の点よりは銅やアルミニユームが優れるが、水酸化物や附着物質との間の剪断応力に於ては鉄が大であると同時に経済的並に実用的であると考へられる。但し1952年村山教授の研究成果報告の如くアルミニユーム極鈑は脱水効果のため、土壌がボーキサイト転移となれば新見界となり更に一段有望の工法として認められる。

終りに本実験に当り本科助手長谷川博氏の労にまつ所が多い。こゝに記して感謝の意を表する。

参考文献；～

(1) L. Erlenbach, "Anwendung der elecktro-chemischen Verfestigung aufschwimmende Pfahlgrüchungen," Bautech. 1. Mai. 1936 S. 257～259

(2) L. Casagrande, "Grossversuch zur Erhörung der Tragfähigheit von schwebenden Pfahl-gründungen durch eleotrochemische Behandlung," Bautech, Heft. 1 1937. S. 14～16

(3) 加賀美一二三、"軟弱地盤における基礎杭の電気化学的固定法について"、土木学会年次大会講演発表、1951.5月

(4) 越賀正隆、"粘性土の電気処理について"、土木学会年次大会講演発表、1951.5月

(5) 村山朔郎、"アルミニユーム電極による土の電気化学的固定法"、土木学会年次大会講演発表、1952.5月

直六面体熱傳導の一解析

村　川　勝　彌

1. 緒　言

境界條件が時間 t の一般的な函数なる場合の解析を見る機会に恵まれないので直角座標 (x, y, z) を用い、内部に熱を発生する場合を解析した。 λ＝熱傳導率　α_1, α_2＝熱傳達率

$$\frac{\partial u}{\partial t}=k\cdot\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)+Q(x,y,z,t) \tag{1}$$

$$h_1=\frac{\alpha_1}{\lambda},\ h_2=\frac{\alpha_2}{\lambda},\ (u)_{t=0}=f(x,y,z) \tag{2}$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}-h_1\cdot u\right)_{x=0}=0 \tag{3}$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}+h_1 u\right)_{x=a}=0 \tag{4}$$

2. 熱傳導微分方程式と境界條件

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}-h_1\cdot u\right)_{y=0}=0 \tag{5}$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}+h_1\cdot u\right)_{y=b}=0 \tag{6}$$

$$(u)_{Z=0}=F(x,y,t) \tag{7}$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial z}+h_2\cdot u\right)_{z=c}=0 \tag{8}$$

3. 温度分布 u

$$u=u_1+u_2 \tag{9}$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t}=k\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2}\right)+Q(x,y,z,t) \tag{10}$$

$$(u_1)_{t=0}=0 \tag{11}$$

$$\left(\frac{\partial u_1}{\partial x}-h_1u_1\right)_{x=0}=0 \tag{12}$$

$$\left(\frac{\partial u_1}{\partial x}+h_1u_1\right)_{x=a}=0 \tag{13}$$

$$\left(\frac{\partial u_1}{\partial y}-h_1u_1\right)_{y=0}=0 \tag{14}$$

$$\left(\frac{\partial u_1}{\partial y}+h_1u_1\right)_{y=b}=0 \tag{15}$$

$$(u_1)_{z=0}=F(x,y,t) \tag{16}$$

$$\left(\frac{\partial u_1}{\partial z}+h_2u_1\right)_{z=c}=0 \tag{17}$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t}=k\left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2}\right) \tag{18}$$

$$(u_2)_{t=0}=f(x,y,z) \tag{19}$$

$$\left(\frac{\partial u_2}{\partial x}-h_1u_2\right)_{x=0}=0 \tag{20}$$

$$\left(\frac{\partial u_2}{\partial x}+h_1u_2\right)_{x=a}=0 \tag{21}$$

$$\left(\frac{\partial u_2}{\partial y}-h_1u_2\right)_{y=0}=0 \tag{22}$$

$$\left(\frac{\partial u_2}{\partial y}+h_1u_2\right)_{y=b}=0 \tag{23}$$

$$(u_2)_{z=0}=0 \tag{24}$$

$$\left(\frac{\partial u_2}{\partial z}+h_2u_2\right)_{z=c}=0 \tag{25}$$

u_1を求めるために$F(x,y,t)$, $Q(x,y,z,t)$を境界条件 (12), (13), (14), (15) を満足するように展開すれば

$$F(x,y,t)=\frac{4}{ab}\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\cos\frac{\mu_l}{a}x+\frac{h_1a}{\mu_l}\sin\frac{\mu_l}{a}x}{1+\frac{2h_1a+h_1^2a^2}{\mu_l^2}}\times\frac{\cos\frac{\mu_m}{b}y+\frac{h_1b}{\mu_m}\sin\frac{\mu_m}{b}y}{1+\frac{2h_1b+h_1^2b^2}{\mu_m^2}}\times\int_0^a\int_0^b F(\lambda,\mu,t)\left(\cos\frac{\mu_l}{a}\lambda+\frac{h_1a}{\mu_l}\cdot\sin\frac{\mu_l}{a}\lambda\right)\left(\cos\frac{\mu_m}{b}\mu+\frac{h_1b}{\mu_m}\sin\frac{\mu_m}{b}\mu\right)\cdot d\lambda\cdot d\mu \tag{26}$$

$$Q(x,y,z,t)=\frac{4}{ab}\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\cos\frac{\mu_l}{a}x+\frac{h_1a}{\mu_l}\sin\frac{\mu_l}{a}x}{1+\frac{2h_1a+h_1^2a^2}{\mu_l^2}}\times\frac{\cos\frac{\mu_m}{b}y+\frac{h_1b}{\mu_m}\sin\frac{\mu_m}{b}y}{1+\frac{2h_1b+h_1^2b^2}{\mu_m^2}}\times\int_0^a\int_0^b Q(\lambda,\mu,z,t)\left(\cos\frac{\mu_l}{a}\lambda+\frac{h_1a}{\mu_l}\sin\frac{\mu_l}{a}\lambda\right)\cdot\left(\cos\frac{\mu_m}{b}\mu+\frac{h_1b}{\mu_m}\cdot\sin\frac{\mu_m}{b}\mu\right)\cdot d\lambda\cdot d\mu \tag{27}$$

但しμ_l, μ_mは夫々 $\tan\xi=\frac{2h_1a\xi}{\xi^2-h_1^2a^2}$, $\tan\xi=\frac{2h_1b\xi}{\xi^2-h_1^2b^2}$ の正根を大きさの順序に列べたときの l, m 番目の根である。

$$\therefore u_1=\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4}{ab}\frac{\left(\cos\frac{\mu_l}{a}x+\frac{h_1a}{\mu_l}\sin\frac{\mu_l}{a}x\right)}{1+\frac{2h_1a+h_1^2a^2}{\mu_l^2}}\times\frac{\left(\cos\frac{\mu_m}{b}y+\frac{h_1b}{\mu_m}\sin\frac{\mu_m}{b}y\right)}{1+\frac{2h_1b+h_1^2b^2}{\mu_m^2}}\times\Psi_{1,l,m}(z,t) \tag{28}$$

(26), (27) 式の定積分記号内をそれぞれ $F_0(t)$, $Q_0(z,t)$とし, (10) え (28) (27) を代入して

$$\frac{\partial\Psi_{1,l,m}(z,t)}{\partial t}=k\left[-\left(\frac{\mu_l^2}{a^2}+\frac{\mu_m^2}{b^2}\right)\cdot\Psi_{1,l,m}(z,t)+\frac{\partial^2\Psi_{1,l,m}(z,t)}{\partial z^2}\right]+Q_0(z,t) \tag{29}$$

$$\{\Psi_{1,l,m}(z,t)\}_{t=0}=0 \tag{30}$$

$$\{\Psi_{1,l,m}(z,t)\}_{z=0}=F_0(t) \tag{31}$$

$$\left(\frac{\partial\Psi_{1,l,m}(z,t)}{\partial z}+h_2\cdot\Psi_{1,l,m}(z,t)\right)_{z=c}=0 \tag{32}$$

$\Phi(p)=p\int_0^{\infty}e^{-p\cdot t}\cdot f(t)\cdot dt=L\{f(t)\}$, (the Laplace Transform of f(t))

$f(t)=\frac{1}{2\pi i}\int_{Br_1}e^{pt}\cdot\Phi(p)\cdot\frac{dp}{p}$, (the Bromwich−Wagner integral), $L\{\Psi_{1,l,m}\}=\Phi(z,p)$, $L\{Q_0\}=q(z,p)$, $L\{F_0\}=f_0(p)$ を行えば

$$\frac{d^2\Phi(z,p)}{dz^2}=\left(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}+\frac{p}{k}\right)\cdot\Phi(z,p)-\frac{q(z,p)}{k} \tag{33}$$

$$\Phi(z,p)_{z=0}=f_0(p) \tag{34}$$

$$\left(\frac{d\Phi(z,p)}{dz}+h_2\Phi(z,p)\right)_{z=c}=0 \tag{35}$$

次に $\frac{d^2\Phi}{dz^2}=v(z,p)$ とおき境界條件を用いて

$$v(z,p)=-\frac{1}{k}q(z,p)+\left(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}+\frac{p}{k}\right)\left(c_1(p)\cdot z+f_0(p)\right)+\left(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}+\frac{p}{k}\right)\int_0^z(z-\xi)v(\xi,p)\cdot d\xi \tag{36}$$

なるVolterra 第二種**積分**方程式に帰着できるから相反函数−k(z,ξ)を用いて解けば

$$v(z,p)=-\frac{1}{k}q(z,p)+\left(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}+\frac{p}{k}\right)\cdot(c_1(p)\cdot z+f_0(p))+\left(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}+\frac{p}{k}\right)\int_0^z\{-k(z,\xi)\}\cdot\left\{-\frac{1}{k}q(\xi,p)+\left(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}+\frac{p}{k}\right)(c_1(p)\cdot\xi+f_0(p))\right\}\cdot d\xi \tag{37}$$

$$c_1(p)=\frac{-h_2f_0(p)+\int_0^c(h_2\cdot\xi-c\cdot h_2-1)\left[-\frac{1}{k}q(\xi,p)+\left(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}+\frac{p}{k}\right)f_0(p)+\left(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}+\frac{p}{k}\right)\int_0^\xi\{-k(\xi,\eta)\}\left\{-\frac{1}{k}q(\eta,p)+f_0(p)\left(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}+\frac{p}{k}\right)\right\}\cdot d\eta\right]\cdot d\xi}{(1+ch_2)+\left(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}+\frac{p}{k}\right)\int_0^c(1+h_2\cdot c-h_2\cdot\xi)\xi\cdot d\xi+\left(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}+\frac{p}{k}\right)^2\cdot\int_0^c(1+h_2c-h_2\xi)\int_0^\xi\{-k(\xi,\eta)\}\eta\cdot d\eta\cdot d\xi} \tag{38}$$

$E=\int_0^c(1+h_2c-h_2\xi)\int_0^\xi\{-k(\xi,\eta)\}\cdot\eta\cdot d\eta\cdot d\xi$, $F=\frac{k^2}{E}\left[\frac{2}{k}\left(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}\right)\int_0^c(1+h_2c-h_2\xi)\int_0^\xi\{-k(\xi,\eta)\}\cdot\eta\cdot d\eta\cdot d\xi+\frac{1}{k}\int_0^c(1+h_2c-h_2\xi)\cdot\xi\cdot d\xi,\right]$

$G=\frac{k^2}{E}\left[(1+ch_2)+\left(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}\right)\int_0^c(1+h_2c-h_2\xi)\xi\cdot d\xi+\left(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}\right)^2\int_0^c(1+h_2c-h_2\xi)\int_0^\xi\{-k(\xi,\eta)\}\cdot\eta\cdot d\eta\cdot d\xi\right]$

$c_1(p)$の分子$=M_0(p)$ とおけば

$${}_1(p)=\frac{k^2/E\cdot M_0(p)}{p^2+F_1p+G}=\frac{M(p)}{(p-\beta_1)(p-\beta_2)} \tag{39}$$

逆変換を行えば

$$\Psi_{1,l,m}(z,t)=\frac{1}{2\pi i}\int_{Br_1}e^{pt}\cdot\frac{\Phi(z,p)}{p}\cdot dp=\int_0^z(z-\xi)\Bigg[-\frac{1}{k}Q_0(\xi,t)+\left(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}\right)\left\{\left(\frac{M(0)}{\beta_1\beta_2}+\frac{M(\beta_1)e^{\beta_1t}}{\beta_1(\beta_1-\beta_2)}+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2t}}{\beta_2(\beta_2-\beta_1)}\right)\cdot\xi+F_0(t)\right\}+\frac{1}{k}\left\{\xi\cdot\left(\frac{M(\beta_1)e^{\beta_1t}}{\beta_1-\beta_2}+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2t}}{\beta_2-\beta_1}\right)+\frac{d}{dt}F_0(t)\right\}+\int_0^\xi\{-k(\xi,\eta)\}\Big[-\frac{1}{k}\left(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}\right)\cdot Q_0(\eta,t)-\frac{1}{k^2}\frac{d}{dt}Q_0(\eta,t)+\left(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}\right)^2\cdot\left\{\left(\frac{M(0)}{\beta_1\beta_2}+\frac{M(\beta_1)e^{\beta_1t}}{\beta_1(\beta_1-\beta_2)}+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2t}}{\beta_2(\beta_2-\beta_1)}\right)\cdot\eta+F_0(t)\right\}+\frac{2}{k}\left(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}\right)\left\{\eta\left(\frac{M(\beta_1)e^{\beta_1t}}{\beta_1-\beta_2}+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2t}}{\beta_2-\beta_1}\right)\right.$$

$$+\frac{d}{dt}\mathbf{F}_0(t)\Big\}+\frac{1}{k^2}\Big\{\eta\Big(\frac{\beta_1 M(\beta_1)e^{\beta_1 t}}{\beta_1-\beta_2}+\frac{\beta_2 M(\beta_2)e^{\beta_2 t}}{\beta_2-\beta_1}\Big)+\frac{d^2}{dt^2}\mathbf{F}_0(t)\Big\}\Big]\cdot d\eta\Big]\cdot d\xi+z\Big\{\frac{M(0)}{\beta_1\beta_2}$$

$$+\frac{M(\beta_1)e^{\beta_1 t}}{\beta_1(\beta_1-\beta_2)}+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2 t}}{\beta_2(\beta_2-\beta_1)}\Big\}+\mathbf{F}_0(t) \tag{40}$$

これを (28) 式に代入すればu_1が求められる。 u_2についても同様にして

$$\frac{\partial\Psi_{2,l,m}(z,t)}{\partial t}=k\Big\{-\Big(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}\Big)\Psi_{2,l,m}(z,t)+\frac{\partial\Psi_{2,l,m}(z,t)}{\partial z^2}\Big\} \tag{41}$$

$$\Psi_{2,l,m}(z,t)_{t=0}=f_0(z) \tag{42}$$

$$\Psi_{2,l,m}(z,t)_{z=0}=0 \tag{43}$$

$$\Big(\frac{\partial\Psi_{2,l,m}(z,t)}{\partial z}+h_2\Psi_{2,l,m}(z,t)\Big)_{z=c}=0 \tag{44}$$

となるから ラプラス変換 を行い、$L\{\Psi_{2,l,m}\}=\Phi(z,p)$, $\frac{d^2\Phi}{dz^2}=v(z,p)$ とおき境界条件を用いて

$$v(z,p)=-\frac{f_0(z)}{k}\cdot p+c_1(p)z\cdot\Big(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}+\frac{p}{k}\Big)+\Big(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}+\frac{p}{k}\Big)\int_0^z(z-\xi)v(\xi,p)\cdot d\xi \tag{45}$$

なる Volterra 第二種**積分**方程式に帰着できる。**相**反函数$-k(z,\xi)$を用いれば

$$c_1(p)=\frac{\int_0^c(\xi\cdot h_2-c\cdot h_2-1)\Big[-\frac{f_0(\xi)}{k}\cdot p+\Big(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}+\frac{p}{k}\Big)\int_0^\xi\Big\{-k(\xi,\eta)\Big\}\Big\{-\frac{f_0(\mu)}{k}\cdot p\Big\}d\eta\Big]\cdot d\xi}{1+ch_2+\Big(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}+\frac{p}{k}\Big)\int_0^c(1+ch_2-\xi h_2)\xi\cdot d\xi+\Big(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}+\frac{p}{k}\Big)^2\int_0^c(1+ch_2-\xi h_2)\int_0^\xi\{-k(\xi,\eta)\}\cdot\eta\cdot d\eta\cdot d\xi} \tag{46}$$

となるから、$c_1(p)$の分母$=A_0(p^2+B\cdot p+D)$, $c_1(p)$の分子$=M_0(p)$, $M_0(p)/A_0=M(p)$とおけば

$$c_1(p)=\frac{M(p)}{(p-\beta_1)(p-\beta_2)} \tag{47}$$

となる。 逆変換を行つて

$$\Psi_{2,l,m}(z,t)=\int_0^z(z-\xi)\Big[\Big(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}\Big)\cdot\xi\cdot\Big(\frac{M(0)}{\beta_1\beta_2}+\frac{M(\beta_1)e^{\beta_1 t}}{\beta_1(\beta_1-\beta_2)}+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2 t}}{\beta_2(\beta_2-\beta_1)}\Big)+\frac{\xi}{k}\Big(\frac{e^{\beta_1 t}M(\beta_1)}{\beta_1-\beta_2}+\frac{e^{\beta_2 t}M(\beta_2)}{\beta_2-\beta_1}\Big)$$

$$+\Big(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b_2}\Big)^2\int_0^\xi\Big\{-k(\xi,\eta)\cdot\Big\}\cdot\Big\{\eta\Big(\frac{M(0)}{\beta_1\beta_2}+\frac{e^{\beta_1 t}M(\beta_1)}{\beta_1(\beta_1-\beta_2)}+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2 t}}{\beta_2(\beta_2-\beta_1)}\Big)\Big\}d\eta+\frac{2}{k}\Big(\frac{\mu^2_l}{a^2}$$

$$+\frac{\mu^2_m}{b^2}\Big)\int_0^\xi\Big\{-k(\xi,\eta)\Big\}\cdot\Big\{\frac{e^{\beta_1 t}M(\beta_1)}{\beta_1-\beta_2}+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2 t}}{\beta_2-\beta_1}\Big\}\cdot\eta\cdot d\eta+\frac{1}{k^2}\int_0^\xi\Big\{-k(\xi,\eta)\cdot\Big\}\cdot\Big\{\frac{e^{\beta_1 t}\cdot\beta_1 M(\beta_1)}{\beta_1-\beta_2}$$

$$+\frac{e^{\beta_2 t}\beta_2 M(\beta_2)}{\beta_2-\beta_1}\Big\}\cdot\eta\cdot d\eta\Big]\cdot d\xi+z\Big(\frac{M(0)}{\beta_1\beta_2}+\frac{e^{\beta_1 t}M(\beta_1)}{\beta_1-\beta_2}+\frac{e^{\beta_2 t}M(\beta_2)}{\beta_2-\beta_1}\Big) \tag{48}$$

故に求むる解は

$$u=\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4}{a\cdot b}\frac{(\cos\frac{\mu_l}{a}x+\frac{h_1 a}{\mu_l}\sin\frac{\mu_l}{a}\cdot x)\cdot(\cos\frac{\mu_m}{b}y+\frac{h_1 b}{\mu_m}\sin\frac{\mu_m}{b}y)}{(1+\frac{2h_1 a+h_1^2 a^2}{\mu^2_l})(1+\frac{2h_1 b+h_1^2 b^2}{\mu^2_m})}\times\Big\{\int_0^z(z-\xi)\Big[-\frac{1}{k}Q_0(\xi,t)$$

$$+\Big(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}\Big)\Big\{\Big(\frac{M(0)}{\beta_1\beta_2}+\frac{M(\beta_1)e^{\beta_1 t}}{\beta_1(\beta_1-\beta_2)}+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2 t}}{\beta_2(\beta_2-\beta_1)}\cdot\xi+\mathbf{F}_0(t)\Big\}+\frac{1}{k}\Big\{\xi\cdot\Big(\frac{M(\beta_1)e^{\beta_1 t}}{\beta_1-\beta_2}$$

$$+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2 t}}{\beta_2-\beta_1}\Big)+\frac{d}{dt}\mathbf{F}_0(t)\Big\}+\int_0^\xi\Big\{-k(\xi,\eta)\Big\}\Big[-\frac{1}{k}\Big(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}\Big)\cdot Q_0(\eta,t)-\frac{1}{k^2}\frac{d}{dt}Q_0(\eta,t)$$

$$
\begin{aligned}
&+\Big(\frac{\mu_l^2}{a^2}+\frac{\mu_m^2}{b^2}\Big)^2\cdot\Big\{\Big(\frac{M(0)}{\beta_1\beta_2}+\frac{M(\beta_1)e^{\beta_1 t}}{\beta_1(\beta_1-\beta_2)}+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2 t}}{\beta_2(\beta_2-\beta_1)}\cdot\eta+F_0(t)\Big\}+\frac{2}{k}\Big(\frac{\mu_l^2}{a^2}+\frac{\mu_m^2}{b^2}\Big)\Big\{\eta\Big(\frac{M(\beta_1)e^{\beta_1 t}}{\beta_1-\beta_2}\\
&+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2 t}}{\beta_2-\beta_1}\Big)+\frac{d}{dt}F_0(t)\Big\}+\frac{1}{k^2}\Big\{\eta\Big(\frac{\beta_1M(\beta_1)e^{\beta_1 t}}{\beta_1-\beta_2}+\frac{\beta_2M(\beta_2)e^{\beta_2 t}}{\beta_2-\beta_1}\Big)+\frac{d^2}{dt^2}F_0(t)\Big\}\Big]\cdot d\eta\Big]\cdot d\xi\\
&+z\Big\{\frac{M(0)}{\beta_1\beta_2}+\frac{M(\beta_1)e^{\beta_1 t}}{\beta_1(\beta_1-\beta_2)}+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2 t}}{\beta_2(\beta_2-\beta_1)}\Big\}+F_0(t)\Big\}\Big\}+\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4}{ab}\,\frac{\Big(\cos\frac{\mu_l}{a}x+\frac{h_1a}{\mu_l}\sin\frac{\mu_l}{a}x\Big)}{\Big(1+\frac{2h_1a+h_1^2a^2}{\mu_l^2}\Big)}\cdot\\
&\frac{\Big(\cos\frac{\mu_m}{b}y+\frac{h_1b}{\mu_m}\sin\frac{\mu_m}{b}y\Big)}{\Big(1+\frac{2h_1b^2+h_1b^2}{\mu_m^2}\Big)}\times\Big\{\Big\{\int_0^z(z-\xi)\cdot\Big[\Big(\frac{\mu_l^2}{a^2}+\frac{\mu_m^2}{b^2}\Big)\cdot\xi\cdot\Big(\frac{M(0)}{\beta_1\beta_2}+\frac{M(\beta_1)e^{\beta_1 t}}{\beta_1(\beta_1-\beta_2)}+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2 t}}{\beta_2(\beta_2-\beta_1)}\Big)\\
&+\frac{\xi}{k}\Big(\frac{e^{\beta_1 t}M(\beta_1)}{\beta_1-\beta_2}+\frac{e^{\beta_2 t}M(\beta_2)}{\beta_2-\beta_1}\Big)+\Big(\frac{\mu_l^2}{a^2}+\frac{\mu_m^2}{b^2}\Big)^2\int_0^\xi\Big\{-k(\xi,\eta)\Big\}\cdot\Big\{\eta\Big(\frac{M(0)}{\beta_1\beta_2}+\frac{e^{\beta_1 t}M(\beta_1)}{\beta_1(\beta_1-\beta_2)}\\
&+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2 t}}{\beta_2(\beta_2-\beta_1)}\Big)\Big\}d\eta+\frac{2}{k}\Big(\frac{\mu_l^2}{a^2}+\frac{\mu_m^2}{b^2}\Big)\int_0^\xi\Big\{-k(\xi,\eta)\Big\}\cdot\Big\{\frac{e^{\beta_1 t}M(\beta_1)}{\beta_1-\beta_2}+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2 t}}{\beta_2-\beta_1}\Big\}\cdot\eta\cdot d\eta\\
&+\frac{1}{k^2}\int_0^\xi\Big\{-k(\xi,\eta)\Big\}\cdot\Big\{\frac{e^{\beta_1 t}\beta_1M(\beta_1)}{\beta_1-\beta_2}+\frac{e^{\beta_2 t}\beta_2M(\beta_2)}{\beta_2-\beta_1}\Big\}\cdot\eta\cdot d\eta\Big]\cdot d\xi+z\cdot\Big(\frac{M(0)}{\beta_1\beta_2}+\frac{e^{\beta_1 t}M(\beta_1)}{\beta_1-\beta_2}\\
&+\frac{e^{\beta_2 t}M(\beta_2)}{\beta_2-\beta_1}\Big\}\Big\}
\end{aligned}\tag{49}
$$

熱輻射を伴う有限長さの圓壔の熱傳導の近似解

村川勝彌・倉重義助(學生)・佐藤大説(日立製作所)

1. 緒　言

有限円壔が炉内で加熱される場合を近似境界條件を用いて解いた

2. 熱傳導微分方程式と境界條件

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=k\Big(\frac{\partial^2\theta}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\theta}{\partial r}+\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}\Big)\qquad(1)$$

$$\Big(\frac{\partial\theta}{\partial z}-\frac{h}{K}\cdot\theta\Big)_{z=0}=0\qquad(2)^{1)}$$

$$\Big(\frac{\partial\theta}{\partial z}+\frac{h}{K}\cdot\theta\Big)_{z=l}=0\qquad(3)$$

$$\Big(\frac{\partial\theta}{\partial r}-\frac{4h}{K}(T_m-\theta)\Big)_{r=a}=0\qquad(4)^{2)}$$

$$(\theta)_{t=0}=0\qquad(5)$$

絶対溫度の四乘に比例するという輻射に関する Stefan の法則を簡單にして、溫度差に比例するという Newton 法則に、なおすとき、なるべく Stefan の法則に一致するように境界條件を (2), (3), (4) の如く、近似的に取る。

$\theta=T-T_0$, $h=\sigma T_m^3$, K＝熱傳導率、σ＝輻射常数, k＝溫度傳播率、T_m＝炉内溫度°k, $G=4hT_m/K$,

3. 溫度分布θ:

(2), (3) を滿足するためには,

$$\theta\propto y(t,r)\cdot\Big(\cos\cdot\frac{\mu_n}{l}\cdot z+\frac{h\cdot l}{K\cdot\mu_n}\cdot\sin\cdot\frac{\mu_n}{l}\cdot z\Big)$$

μ_nは $\tan\cdot x=\dfrac{2l(h/K)\cdot x}{x^2-(h/K)^2\cdot l^2}$ の根である。

(1) に代入して

$$\frac{\partial y}{\partial t}=k\Big(\frac{\partial^2 y}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial y}{\partial r}-\Big(\frac{\mu_n}{l}\Big)^2\cdot y\Big)$$

(5) の條件を用いて、ラプラス変換

$\phi(p)=p\int_0^\infty e^{-pt}\cdot f(t)\cdot dt$, 逆変換$f(t)=\dfrac{1}{2\pi i}\cdot$ $\int_{Br_1}e^{zt}\cdot\phi(z)\cdot\dfrac{dz}{z}$, $L\{y\}=u$ を、おこなえば