簡易な測定器具による轉位平歯車の實用解析

新　井　敏　正

1. 緒　　言

普通の転位歯車は、その殆ど全部が標準カッタ（主としてホブ）を用いたもので、特殊のカッタを使用したものは極めてまれである。ところが一般に転位歯車の解析といえば、この極めてまれな場合にも適用される如く行われるので、解析の厳密なかわりに、精密な測定器具を必要とし、磨耗した歯形に適用できず、しかも冗長なきらいがある。

これはホブ盤をもつ某鉄工所に工作を依頼するために、石川島製10トンクレーンの減速歯車の解析を某セメント工場より依頼され、あわせて同工場でも容易に実施できるような解析方法の指導を求められたのに対する解答であるが、他の諸工場でも同様な必要があるかと思い、発表することにした。

2. 解析條件

i. 測定器具はノギスのみとする。さらに諸種の函数表は持たなくともよい。

ii. 解析される歯車は、歯先修正を行わざる標準カッタで切つた左右対稱のインボリュート歯形とする。但し歯形の片面のみは磨耗していても差支えない。

iii. 歯切工作は標準ホブで行う。

3. 近　似　式

i. αの近似式

今B_vが与えられると

$$\cos\alpha=\frac{\cos\alpha_H}{1+B_v}$$

$\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}$（又は三角函数表より）

が直ちに分るから

$$\alpha_{\deg}=\frac{180}{\pi}\frac{\sin\alpha}{0.665+0.335\cos\alpha} \qquad (1)$$

0°～28°で誤差13″以下

$$\alpha_{\deg}\frac{180}{\pi}\left\{\frac{\sin\alpha}{0.665+0.335\cos\alpha}+\frac{(\sin\alpha-0.4)^3}{21}\right\} \qquad (2)$$

28°～45°で誤差13″以下

$\alpha_{\deg}$が45°～90°では$\sin\alpha$と$\cos\alpha$とを交換して上記の計算から餘角を求め、これを90°から引けばよいから、上式は$\sin\alpha$又は$\cos\alpha$を知つてαを求める一般式として便利なものである。

ii. Bの近似式

B_vからBを求める近似式には、DIN所載のもの及び中田博士の求められたものがあり、式は極めて簡単であるが最大誤差がやゝ大きいように思われるので、式はやゝ面倒であるが実用上十二分の精度をもつ式を作つた。

$\alpha_H=14.5°$のとき

$$B=\{1+(9.876-10\sin\alpha)B_v\}B_v \qquad (3)$$

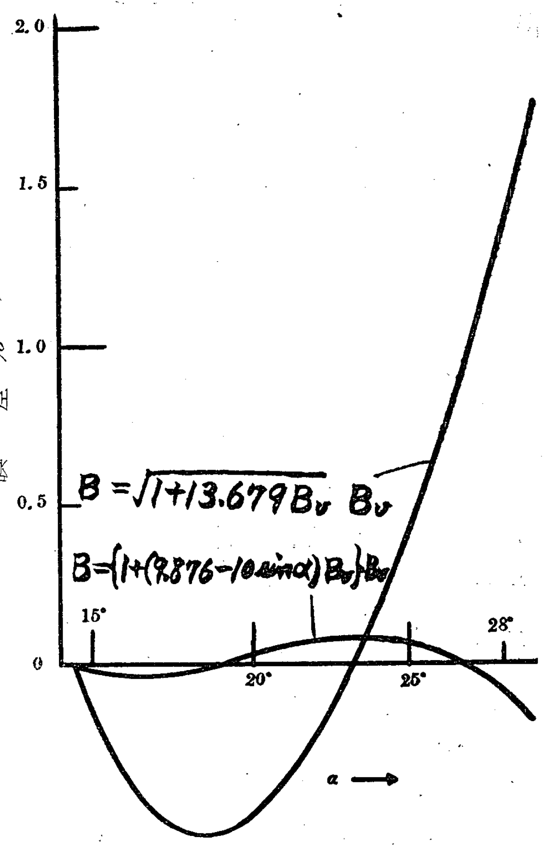
14.5°～28°で誤差0.11％以下

$\alpha_H=20°$のとき

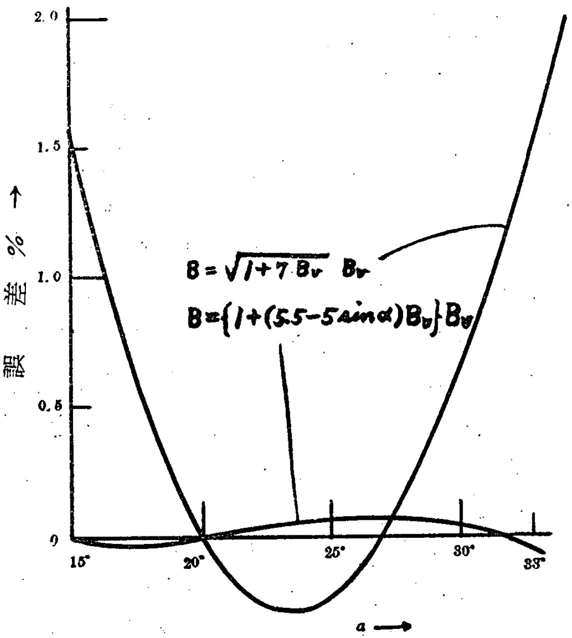
$$B=\{1+(5.5-5\sin\alpha)B_v\}B_v \qquad (4)$$

15°～33°で誤差0.07％以下

上記二式の誤差を中田博士及びDINの式とあわせてFig 1及び2に示す。



第　1　図

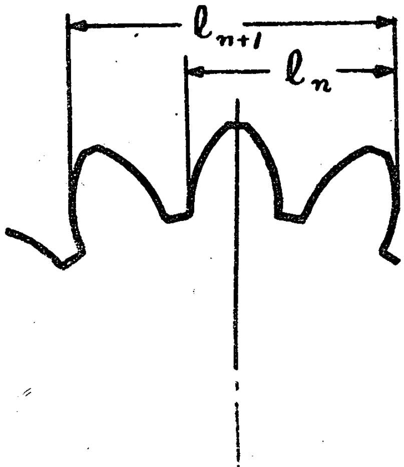


第 2 図

4. 解　　析

i. 歯底円転位係数

解析される歯車の頂隙を基準通り 0.157M として歯底用の転位係数を求めてみる。



第 3 図

ノギスでFig 3のl_{n+1}　l_nを測れば基円モジュールM$_n$は

$$M_n=\frac{l_{n+1}-l_n}{\pi} \tag{5}$$

そこで

$$M=M_n/\cos\alpha_H$$

$$DP=25.40\cos\alpha_H/M_n \tag{6}$$

のα_Hに 14.5° 及び 20° を代入して、これから求められたM又は DP が規格にあるものをもつてカツタと定める。この場合、測定誤差のやゝ大きいことと標準カツタの制限との理由でM又は DP に多少の端数があつても規格通りの値に修正する。

実測した歯底円半径をR_{d1}、R_{d2}とすれば両車の歯底円転位係数x'_1、x'_2は

$$\left.\begin{aligned}x'_1&=\frac{R_{d1}}{M}+1.157-\frac{z_1}{2}\\x'_2&=\frac{R_{d2}}{M}+1.157-\frac{z_2}{2}\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

ii. 理論転位係数

歯車の実際中心距離Aと標準歯車としての中心距離 A$_\circ$とが分ると、両車に与うべき転位係数の和$x''_1+x''_2$が計算によつて求められる。

Aは普通組立図に明記してあるから、それをそのまゝとるのが一番無難である。もし測り直す必要がある場合には、その測定誤差の$^1/_2$～1倍が背隙の誤差として利いてくるから、そのつもりで測定せねばならぬ。

A$_\circ$は次式によつて計算される。

$$A_\circ=\frac{z_1+z_2}{2}M \tag{8}$$

しかるときは

$$B_v=\frac{A-A_\circ}{A_\circ} \tag{9}$$

から α-B-B$_v$ 函数表又は前述の近似式によつて α 及び B が決定する。

そこで理論上両車に与うべき転位係数をx''_1及びx''_2とすれば

$$x''_1+x''_2=\frac{z_1+z_2}{2}B-\frac{S_n}{2M\sin\alpha_H} \tag{10}$$

なる和の形で求められる。

S$_n$は歯直角背隙で

$$S_n=\frac{2(M+2)}{100}\sim\frac{4(M+2)}{100}\text{mm} \tag{11}$$

にとればよい。

iii. 実際転位係数の決定。

実際転位係数を x_1 x_2 とすれば

a. 解析される歯形が正しい標準カツタ（頂隙誤差なし）で切られ測定誤差が全然なければ　$x_1-x'_1=x_2-x'_2=0$

b. 誤差が頂隙にもとずくときは

$$x_1-x'_1=x_2-x'_2\neq0$$

c. 誤差が測定修正にもとずくときは

$x_1-x'_1 \fallingdotseq x_2-x'_2$

従つて　$x_1-x_2 \fallingdotseq x'_1-x'_2$

又理論上　$x_1+x_2=x''_1+x''_2$

よつて

$$\left.\begin{aligned} x_1&=\frac{1}{2}\{(x''_1+x''_2)+(x'_1-x'_2)\} \\ x_2&=\frac{1}{2}\{x''_1+x''_2)+(x'_2-x'_1)\} \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

が求める実際の転位係数である。

今13式の和を作ればもちろん $x_1+x_2=x''_1+x''_2$ となるから測定解析の精粗にかゝわらず、かくして切られる転位歯車は正しく嚙合つて円滑にまわることは明らかである。

この場合Mの計算値修正程度と $x_1-x'_1$ の値とをしらべることによつて解析の適否を推知することができる。

iv. 工作諸元

標準歯車としての切込量、両車の外径を H_0 D_{10} D_{20} とし、転位歯車の切込量、両車の外径を H、D_1 D_2とすれば

$$\left.\begin{aligned} H&=H_0+(A-A_0)-(x_1+x_2)M \\ D_1&=D_{10}+2(A-A_0)-2x_2M \\ D_2&=D_{20}+2(A-A_0)-2x_1M \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

たゞし$H>H_0$ なるときはH_0の値を使う。

5. 應用例

筆者がノギスだけで実際に解析した一例を次に示す。たゞし、中心距離と歯底円径とは会社にデータの持合せがあつたのでそれをそのまゝ利用した。

P歯車の歯数17枚Q歯車の歯数52枚。

そのl_{n+1}及びl_nを測定すれば

(P)

l_3	l_2	l_3-l_2	平均
79.68	49.24	30.44	
79.66	49.26	30.40	30.41
79.68	49.28	30.40	

(Q)

l_6	l_5	l_6-l_5	平均
172.30	141.86	30.44	
172.32	141.86	30.46	30.45
172.30	141.86	30.44	

$l_{n+1}-l_n=(30.41+30.45)/2=30.43\text{mm}$

(5) 式より

$$M_n=\frac{l_{n+1}-l_n}{\pi}=\frac{30.43}{\pi}=9.69\text{mm}$$

$\cos 14.5^\circ=0.96815$　$\cos 20^\circ=0.93969$

(6) 式より

$$\left.\begin{aligned} M&=\frac{M_n}{\cos 14.5^\circ}=\frac{9.69}{0.96815}=10.01\text{mm} \\ M&=\frac{M_n}{\cos 20^\circ}=\frac{9.69}{0.93969}=10.31\text{mm} \\ DP&=25.40\ \cos 14.5^\circ/M_n=2.54 \\ DP&=25.40\ \cos 20^\circ/M_n=2.46 \end{aligned}\right\}$$

よつて$\alpha_H=14.5^\circ$　M=10mmと決定。

$\Delta M=10.01-10.00=0.01\text{mm}$

データより

$R_{d1}78.84\text{mm}$　$R_{d2}=253.09\text{mm}$

(7) 式より

$$\left.\begin{aligned} x'_1&=\frac{R_{d1}}{M}+1.157-\frac{z_1}{2}=7.884+1.157 \\ &\quad -8.500=0.541 \\ x'_2&=\frac{R_{d2}}{M}+1.157-\frac{z_2}{2}=25.309+1.157 \\ &\quad -26.000=0.466 \end{aligned}\right\}$$

$x'_1-x'_2=0.541-0.466=0.075$

データ及び (8) 式より

$$\left.\begin{aligned} A&=353.85\text{mm} \\ A_0&=\frac{z_1+z_2}{2}M=\frac{17+52}{2}\times 10=345.00\text{mm} \end{aligned}\right\}$$

(9) 式より

$$B_v=\frac{A-A_0}{A}=\frac{353.85-345.00}{345.00}=0.02565$$

(1) (3) 式又は α-B-B_v 函数表より

$$\left.\begin{aligned} \alpha&=19.28^\circ \\ B&=0.03000 \end{aligned}\right\}$$

(11) 式より

$$S_n=\frac{2(M+2)}{100}=\frac{2(10+2)}{100}=0.24\text{mm}$$

(10) 式より

$$x''_1+x''_2=\frac{z_1+z_2}{2}B-\frac{S_n}{2M\sin\alpha_H}=34.500 \times 0.03000-\frac{0.24}{2\times 10\times 0.2504}=0.987$$

(12) 式より

$$x_1=\frac{1}{2}\{(x''_1+x''_2)+(x'_1-x'_2)\}$$
$$=\frac{1}{2}\{0.987+0.075\}=0.541$$
$$x_2=\frac{1}{2}\{x''_1+x''_2)+(x'_2-x'_1)\}$$
$$=\frac{1}{2}\{0.987-0.075\}=0.456$$

$$\Delta x_1=x_1-x'_1=0.531-0.541=-0.010$$

ΔM と Δx_1 とから、この解析が比較的よく行われていることを知る。

(13) 式より

$$H=H_0+(A-A_0)-(x_1+x_2)M$$
$$=21.57+8.85-9.87=20.55\text{mm}$$
$$D_1=D_{10}+2(A-A_0)-2x_2M=190+2\times 8.85-2\times 0.456\times 10=198.58\text{mm}$$
$$D_2=D_{20}+2(A-A_0)-2x_1M=540+2\times 8.85-2\times 0.531\times 10=547.08\text{mm}$$

6. 結　語

標準カツタで切つた転位歯車ならば、この方法をもつて完全に解析することができる。

規格外カツタで切つた転位歯車にして両車とも同一カツタで切つたものならば、標準カツタによる転位歯車の中これに最も近いものを算定することになる。これは一見不都合のようであるが、実はその次に来る工作の問題まで考えればかえつて都合がよいことが分る。しかもその近似度は ΔM 及び Δx_1 の値から推察することができる。

規格外カツタで切つた転位歯車にして両車別々のカツタで切つたもの、及び切線転位を施した転位歯車は、この方法では解析できない。従つてこの場合には別の方法で解析を行い、しかもその工作にはカツタも特別に製作せねばならぬ。

しかしながらかゝる場合は極めて稀であるから一般には上記の方法で十分であろう。

※　昭和26年11月日本機械学会長崎臨時総会において講演せるものゝ一部。

Quadrik Crank Chainに關する一考察

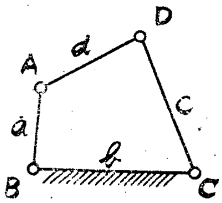
新　井　敏　正

1. 緒　言

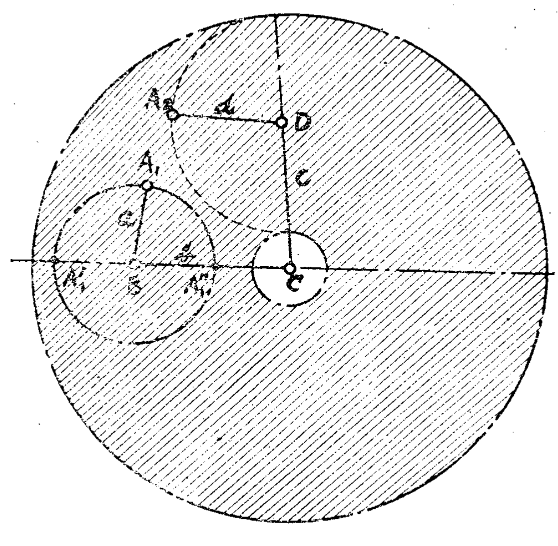
Quadric Crank Chainの 1 link を固定した機構において、ある link が crank か lever かを調べる条件は、すべての機構学の教科書に書いてはあるが、その次に出てくる連鎖の交替の説明との関連に重点を置き過ぎた結果、正しい条件を示していないものが多いようである。そこでこの条件を明確に求め、これから直接わかる二三の事柄を考察したい。

2. Crankの條件

第1図において a が crank となる条件を求めて見る。第2図の如く A 点のピンを外して a の先端を A_1、d の先端を A_2 とすれば、A_2は c+d なる半径の円と |c−d| なる半径の円とで挟まれたring状のハツチング部分だけ動けるから、A_1 の軌跡なる円が全部このハツチング内に入れば a は crank で、はみ出せば lever となる。



第1図



第 2 図

A'_1がハツチング内に入る条件は

$$a+b\leqq c+d \tag{1}$$