

# 二次元弾性体における高精度実験法について\*

野 村 恭 雄

On the High Accuracy Measurement in Two Dimensional Elasticity

Y. Nomura

## 1. 序 言

最近二次元弾性理論の発達に伴い、非常に複雑な形状領域以外については、ほとんど理論的に解明されて数値計算できるようになり、無限級数を用いるような場合でも項数を多くとることによってその精度はせいぜい 1 % 以下で求められるようになった。

しかし現在までに理論的には解けないような複雑な形状領域とくに切欠きを有するような形状をもつ弾性体では応力集中という極めて重大なる強度上の問題からいきおい実験によって明らかにし、もって構造上、設計上の問題解決に当らねばならない。

ところが現在種々な分野において応力測定に用いられている方法は主として模型実験であり、光弾性実験にせよ、抵抗線歪計にせよ一般にはその精度はせいぜい 5 % から 10 % であり、したがってこれらの実験値は理論による数値計算値にとうてい比すべくもなく、多くの人々によってその実験の精度を高めるよう高精度測定法が試みられている。

しかして一方、かりに理論計算も簡単な計算ならあらゆる形状について数多く計算できるけれども、理論的に計算はできても、それには多くの時間と労力を要するような場合には、どうしてもその理論値を補ういみで数多くの実験を行い、その研究は完成されなければならない。その際、実験の精度からとうてい理論値は検証できないにしても、なるべく理論値に近い精度の実験値はほしいわけである。したがってこのいみからも高精度測定法（この場合応力の）はますます必要なものとなってくるのである。

一般に現今の応力測定法において最も多く用いられている方法は光弾性実験と抵抗線ひずみ計であり、ここではこれらの実験における高精度測定法について考えてゆくこととする。

## 2. 光 弹 性 実 験

光弾性実験によってえられる光弾性の応力分布は一般的工業用材料たとえば鋼鉄、ジュラルミン、コンクリートなどでできた相似形の実物に直ちに適用できる。なぜならば二次元の弾性応力分布を定める応力分布を定める応力関数を  $\chi$  とすると

$$\Delta \chi = 0 \quad (1)$$

なる方程式を与えられたところの境界条件の下で解いて決定されるわけであるが、この方程式には材料の弾性係数はふくまれておらず、材料には無関係である。

このいみで光弾性実験は実に有効なものであり、かつ一見して応力分布がわかるという利点もあるが、その解析に少し労力を要し、その上精度の点でとうてい計算値におよばないのである。

\*昭和34年4月、日本機械学会第36期定期総会講演会にて講演の一部

この実験の意義、装置、応力解析などについては、すでに多くの本<sup>1)</sup>などによって明らかにされているので、ここではその精度を高める方法について述べる。

一般に光弾性実験においてとくに注意すべきことは試験片(この頃はエポキシ樹脂が多いが)に時間縁効果を生じさせないように加工後すみやかに実験することであり、また加工にもなるべく手仕上げで機械加工によって試験片に熱など与えないことである。そして荷重装置にかけて実験するのであるが、その際の縞次数のよみ方で一般には0.5、1毎の縞しか表われずしたがってそれだけ精度はおちてくることになる。また荷重装置にしても、たとえば一様引張りの場合は試験片に曲げモーメントの入らぬよう直に引張る必要があり、万一これに曲げが入っているようであれば、その実験の精度以前の問題となってくる。そこでわれわれの一番注意することは時間縁効果は当然注意しなければならぬこととして(1)縞次数のよみ方(2)荷重装置について高精度の実験値のえられるようにすべきである。

#### (1) 縞次数のよみ方

一般に光弾性効果による複屈折現象は直交両偏光子の間に複屈折板をそう入したときにえられる透過光ベクトルは

$$A = a \sin 2\theta \sin \frac{\pi Cd}{\lambda} (\sigma_1 - \sigma_2) \cos \left\{ \omega t + \frac{\pi Cd}{\lambda} (\sigma_1 - \sigma_2) \right\} \quad (2)$$

ここで  $a$  : 振幅、光の強さは  $a^2$  に比例する

$\theta$  : 偏光子の正面が  $\theta$ だけ傾いていたとする

$C$  : ブリュスターの定数

$d$  : 板厚 mm

$\sigma_1 - \sigma_2$  : 主応力差

$\omega$  :  $\nu = \omega / 2\pi$  偏光の振動数

$t$  : 時間

$\lambda$  : 使用光波長  $\text{\AA}$

となる。

したがって天然結晶の複屈折板の場合と同様に平面応力をうける人工複屈折板すなわち光弾性模型試験片を正面直交の両偏光子の間にそう入して光を通すと、透過後の振幅は偏光子の正面と主応力軸とのなす角  $\theta$  および主応力差  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  の値によって影響をうけ、視野に明暗の差を生じ光弾性縞模様を生ずる。

したがって偏光子  $P_1$ 、検光子  $P_2$ 、 $1/4$  波長板  $Q_1$ 、 $Q_2$  を互いに直交させ  $P_1 \perp P_2$ 、 $Q_1 \perp Q_2$  とすると円偏光器では視野は暗視野となって応力によって生ずる相対的位相差  $\delta$  は

$$\delta = 2n\pi \quad (n \text{ は } 0 \text{ 又は整数}) \quad (3)$$

いいかえれば両主応力  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$  の差  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  が使用波長  $\lambda$  に対し

$$J = Cd (\sigma_1 - \sigma_2) = n\lambda \quad (4)$$

となる所に暗点を生じ、その暗点が連って等色線が生ずる。また

$$\delta = (2n+1)\pi \quad (5)$$

すなわち

$$J = Cd (\sigma_1 - \sigma_2) = (n + \frac{1}{2}) \lambda \quad (6)$$

のところはもっとも明るい線を生ずる。

次に逆に検光子、偏光子を平行に、 $1/4$  波長板を直交すなわち  $P_1 \parallel P_2$ ,  $Q_1 \perp Q_2$  なる明視野のときはこの反対となる。

しかして等色線は主応力差の大きさのみに関するものであるから、その符号には関係せず  $n$  は常に正となる。

また試験片の自由境界は一つの主応力線に相当し、かつ境界線に垂直な方向の主応力  $\sigma_2 = 0$  であって単軸応力状態となっているから自由境界における縞次数  $n$  を知ると直ちに境界線に沿う主応力  $\sigma_1$  の値がえられる。しかも応力集中は試験片の縁辺に生ずるから等色線図だけで応力集中の値は求められる。

しかし時には縞次数が消えることがあるから、まず 0 次の等色線（白色光の場合は両側に黄色帯を伴う暗線となる。他の縞次数はいずれも赤から緑の着色帯か色彩のずれを表わすし荷重を増すと 0 次の縞以外はすべて明暗の度をかえて縞の位置がかわるからすぐわかる。また自由境界に凸角の点があるとそこは常に応力は 0 であるからここから縞次数をかぞえる）を調べ、そこから縞次数を数えればよい。

こうして 0 次の縞から順次に数えてゆけばよいから、まず暗視野 ( $P_1 \perp P_2$ ,  $Q_1 \perp Q_2$ ) で縞次数  $n$  をよんでおき次に  $Q_1$ ,  $Q_2$  はそのままにして  $P_1 \parallel P_2$  とすると明視野が表われ、このときの縞次数は  $(n+1/2)$  を表わすから 0.5 位となって縞次数は 0.5 までよめる。

さらに精度をあげるために縞次数の小数点以下の端数をよむには Tardy の方法による。すなわち検光子  $P_2$  の回転角を利用して縞次数の端数を知る方法で簡単で精度は大変によくなる。

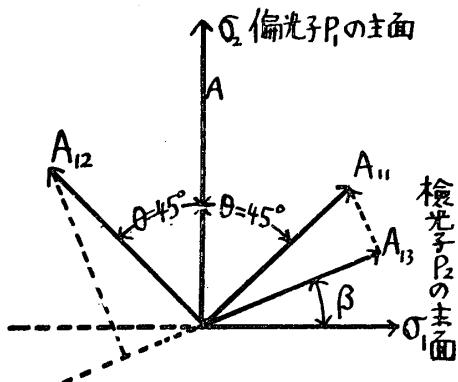
それには

- (i) あらかじめ上の方法で縞次数  $n$  を知っておく
- (ii)  $P_1 \perp P_2$ ,  $Q_1 \perp Q_2$  にしてその主面を主応力軸に合致させる。
- (iii) 次に 2 枚の  $1/4$  波長板  $Q_1$ ,  $Q_2$  を直交し、かつそれらを両偏光子に  $45^\circ$  傾けてそう入して暗視野とする。
- (iv) 次に偏光子  $P_1$ , 2 枚の  $1/4$  波長板  $Q_1$ ,  $Q_2$  はそのままにして検光子  $P_2$  を回転させ、よみたいと思う点を先きによんだ縞次数  $n$  の等色線が通るまで回転させてその回転角  $\beta$  をよむと  $n = \beta/180^\circ$  はこうしてえられた整数次の縞とよむべき点との間の縞次数の差を与える。

なぜならばこの場合主応力  $\sigma_1, \sigma_2$  は  $1/4$  波長板の主面と  $45^\circ$  傾くから試験片を透過して第 2 の  $1/4$  波長板を出た光は (2) 式において各主応力の偏光成分に分解されて  $\theta = -\frac{\pi}{4}$ ,  $J = Cd \times (\sigma_1 - \sigma_2) = n\lambda$  とおいて

$$\left. \begin{aligned} A_{11} &= \frac{a}{2} \left\{ \sin(\omega t + \frac{\pi}{4} + \delta) - \cos(\omega t + \frac{\pi}{4}) \right\} \\ A_{12} &= \frac{a}{2} \left\{ -\cos(\omega t + \frac{\pi}{4} + \delta) + \sin(\omega t + \frac{\pi}{4}) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

となる。



第 1 図

したがって第1図に示すように検光子 $P_2$ を偏光子 $P_1$ との直交位置から角 $\beta$ だけまわして $A_{11}$ ,  $A_{12}$ の $A$ に平行な成分のみを通すと, 検光子 $P_2$ を通ったあとの光は次のような平面偏光となる。

$$\begin{aligned}
 A_{13} &= A_{11} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right) - A_{12} \sin\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right) \\
 &= \frac{a}{2} \left\{ \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2} + \delta - \beta\right) - \cos\left(\omega t + \beta\right) \right. \\
 &\quad \left. = -a \sin\left(\frac{\delta}{2} - \beta\right) \sin\left(\omega t + \frac{\delta}{2}\right) \right. \quad (8)
 \end{aligned}$$

したがって $A_{13}$ の振幅は試験片の主応力差によって生ずる相対的位相差 $\delta$ , および検光子 $P_2$ の回転角 $\beta$ によってかわるが, 検光子 $P_2$ を $\beta$ だけ回したときちょうど観測点が消えて暗点となったものとすると

$$A_{13} = 0$$

$$\text{故に } \sin\left(\frac{\delta}{2} - \beta\right) = 0 \quad \therefore \frac{\delta}{2} - \beta = N\pi$$

したがって

$$\delta = 2N\pi + 2\beta \quad (9)$$

しかして相対的位相差 $\delta = 2\pi$ が等色線の縞次数 $n = 1$ に相当するから回転角 $\beta$ の値を測定すると, 所要の縞次数 $n$ は

$$n = \frac{\delta}{2\pi} = N + \frac{\beta}{\pi} \quad (N=0 \text{ または整数}) \quad (10)$$

によって与えられる。もちろん $180^\circ$ まわすと等色線は元の位置になり, また $90^\circ$ まわせば明視野を生じ暗線は前の明線の位置に移って $n = 1/2$ 次数だけ移動することになる。

## 2. 試験片荷重装置

二次元問題においては負荷状態が無限遠において一様な引張りをうけるというような場合が非常に多い。すなわちたとえば帯板のような問題を取扱うときには, 帯板は無限に長いものとして, その無限遠において一様な引張りを受けるということになっており, これを実験上そのまま再現することは不可能であり試験片はあくまでも有限な長さをもつものであるからこの有限長の試験片が無限遠において一様な引張りをうける条件を満足させるには, その試験片の両端において一軸引張りを与えることになる。

ところが試験片をその両端において一軸方向に引張るということは、実際にはややもすると一軸方向のみの引張りとはならず斜めに引張る結果となって試験片に曲げモーメントを与えることとなり、その際測定した測定値は忠実に一軸引張りを満足していない。

したがってなるべくモーメントのかからないように一軸方向に引張るようふうすべきで、これについては多くの人々によっていろいろ試みられているが満足のゆく結果はなかなかえられない。

ここでは進藤<sup>2)</sup>氏考案による引張り装置を用いて試験片に曲げモーメントの入らぬようにした。すなわち曲げモーメントが加っておれば試験片の帯板のところは一様応力となって当然縞模様は入ってこないはずであるから万一縞模様が入っておれば、その縞模様の消えるようピン接点を用いて調整できるようになっている。第2図において二重てこによって荷重を腕比だけ拡大できるようにしてA点はピン接手を用い、かつ調整用ねじがついておりこれで帶板の一様部に縞模様の入らぬように目でみながら全く曲げのかからぬように荷重をかけるようにしてある。

そうして相当大きく荷重をかけて縞次数となるべく多く出すため試験片のつかみ部の前後にアルミ板を接着剤ではりつけ、これに4~5mmの孔をあけて引張用補助三角板にとりつけ、この三角板を1点で引張るようにすると相当の荷重にまで耐えるようになる。

こうすれば目でみながら模様が対称になっているよう調整できるので、この目的はほとんど達せられることになる。

### 3. 抵抗線ひずみ計

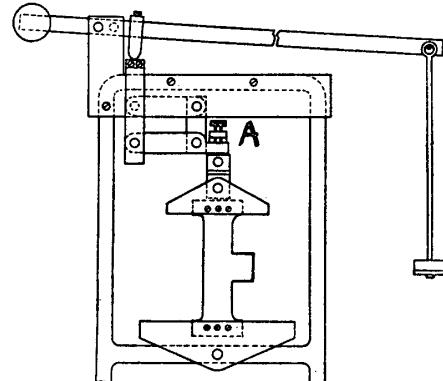
一般に電気的方法で応力を測定することは感度が高く、標点距離も相当短かくできるようになり、かつ被測定物にはりつけて急激な応力変化にも容易についてゆけて多数点を遠隔測定できることなどから最近急に普及してきた。

すなわち標点距離  $l$  なるゲージを  $\Delta l$  だけ伸ばしたとき、その抵抗  $R$  が  $\Delta R$  だけ変わったとすると

$$\frac{\Delta R}{R} = \alpha \frac{\Delta l}{l}, \quad \alpha: \text{抵抗線のひずみ感度係数} \quad (11)$$

したがってこの式によって抵抗線を測ろうとする物体の表面にはりつけておくと、応力の変化によりひずみが変化し、それに応じて線が伸縮して電気抵抗がかわるからその抵抗を測ることによってひずみが容易に知られるわけである。

ただこのひずみ計の欠点としてはゲージの標点距離が有限長であるため測定してえた値は標点距離間の平均ひずみしか出ない。したがって応力こう配の激しいところでは、ひずみ計の示す値は真の値より相当低い値を与えるのであり、このいみからもゲージの標点距離はなるべく短かいことが望ましい。したがってひずみ計による測定の精度をあげるには、現今の有限長のゲージ（いくら短くしても）の測定値に対し補正を行い、真値に近い値を求ることであり、



第 2 図

それに付随してゲージの形、試験片の加工方法、荷重装置に曲げのかからぬようにするなどの方法を用いることになる。

### (1) 測定値の補正方法

さきにも述べたように抵抗線の標点距離間の平均ひずみしか測定できないため、応力こう配の激しい所ではその値は真のひずみの値より大分小さくなる。

そこでこのような応力こう配の急な所はゲージをならべてはりつけ、そのひずみの値（すなわち平均ひずみの値）をよんでそれらの値から標点距離が有限であることによる誤差の補正を行わねばならない。このことについては既に菊川<sup>3)</sup>氏によって詳細に発表されているが、ここではその概略をのべる。

まず標点距離  $L$  なるゲージを用いて測ろうとする線  $S$  に沿っていくつかの位置で  $L$  間の平均ひずみ  $\epsilon$  を測る。線  $S$  は直線とは限らず不連続個所のような曲面上にはった曲線に沿って測ったものでもよい。かかる標点距離  $L$  間の平均ひずみをそれぞれ  $L$  の中点  $s$  に対して描き、平均ひずみの分布曲線  $\epsilon(s)$  をつくる。そうして  $\epsilon(s)$  曲線上に今考える点  $P$  の両側に水平距離  $0.29L$  だけ距った二点  $A, B$  をとて結び、 $\overline{AB}$  と  $P$  を通る  $S$  の縦線との交点  $M$  を求め、縦線上  $P$  に関し  $M$  と反対側に  $\overline{MP}$  と等しく  $\overline{PQ}$  をとれば  $Q$  点は  $\epsilon(s)$  の近似値  $\epsilon_1(s)$  を与える。

これを各ゲージの標点距離  $L$  について行えば、十分満足のできる補正值がえられ、さらに必要であれば今えた  $\epsilon_1(s)$  について第2近似の補正も行えるが普通はこの第1近似で十分であり  $0.29L \approx 0.3L$  として実用上さしつかえない。

この証明を簡単に行うと  $\epsilon(s)$  は  $(S - \frac{L}{2})$  より  $(S + \frac{L}{2})$  にいたる間の  $\epsilon(s')$  の平均ひずみであるから

$$\epsilon(s) = \frac{I}{L} \int_{S - \frac{L}{2}}^{S + \frac{L}{2}} \epsilon(s') ds' \quad (12)$$

となり、この式を変形して

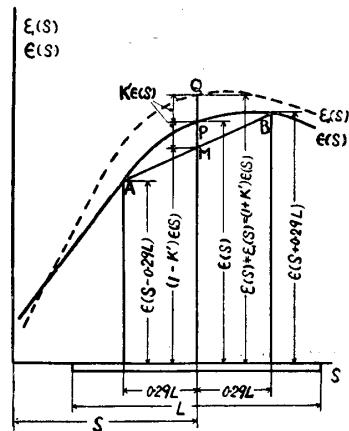
$$\epsilon(s) = \epsilon(s) - \frac{I}{L} \int_{S + \frac{L}{2}}^{S - \frac{L}{2}} \{\epsilon(s) - \epsilon(s')\} ds' \quad (13)$$

これは第2種の Fredholm 型の積分方程式であり、簡単のため

$$kf(s) = \frac{I}{L} \int_{S - \frac{L}{2}}^{S + \frac{L}{2}} \{f(s) - f(s')\} ds' \quad (14)$$

にて定義した演算記号  $k$  を用いると (13) 式は

$$\epsilon(s) = (I - k) \epsilon(s) \quad (15)$$



第 3 図

この解はいわゆる Neumann の解で

$$\begin{aligned}\varepsilon(s) &= (1-k)^{-1} \epsilon(s) \\ &= (1+k+k^2+k^3+\dots\dots) \epsilon(s)\end{aligned}\quad (16)$$

通常この収束はすみやかで第 1 近似で十分であるから

$$\varepsilon(s) = \epsilon(s) + k \epsilon(s) \quad (17)$$

$k \epsilon(s)$  の計算に Gauss の数値積分法の二分点の場合を用いて

$$\begin{aligned}k\epsilon(s) &= \frac{1}{L} \int_{S-\frac{L}{2}}^{S+\frac{L}{2}} \{\epsilon(s) - \epsilon(s')\} ds' \\ &\doteq \epsilon(s) - \frac{1}{2} \left\{ \epsilon(S+wL) + \epsilon(S-wL) \right\}\end{aligned}\quad (18)$$

ここに  $w$  は Gauss の数積分法における定数で

$$w = 0.288675 \quad (19)$$

であるが、いまの場合

$$w = 0.29 \quad (20)$$

で十分である。

すなわち (18) 式の第 2 行の演算、すなわち  $k$  の近似演算を  $k'$  と略記して、結局  $\varepsilon(s)$  の第 1 近似値  $\varepsilon_1(s)$  として次の式をうる。

$$\begin{aligned}\varepsilon(s) &\doteq \varepsilon_1(s) = (1+k') \epsilon(s) \\ &= \epsilon(s) + \left[ \epsilon(s) - \frac{1}{2} \left\{ \epsilon(S+wL) + \epsilon(S-wL) \right\} \right] \\ \text{ここに } & w = 0.29\end{aligned}\quad (21)$$

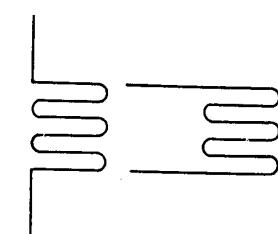
となる。

## (2) ゲージ

上のべたように測定値を補正する場合、ゲージはなるべくならべてはりつけ、かつこのゲージもなるべく標点距離の短かいのが望ましい。市販のゲージで一番短かいのは標点距離 2 mm のものであるが、これは第 4 図 (a) でみるとリード線が前に出ているため、ならべてはる際リード線のでている所を少し離さねばならず、つづけてならべてはることは難かしい。そこでこれを改良して (b) 図のようにリード線を横から出すとゲージはつづけて少しの間隔もなくはりつけられて上の補正は非常にうまくゆく（もちろん標点距離はなるべく短かくする）

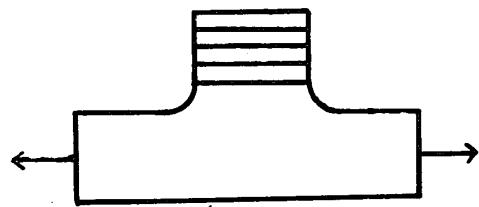
## (3) 試験片

このように標点距離の短いゲージをならべてはり、補正を行え



S-131S'      S-131  
(b)            (a)  
第 4 図

ば十分その実験精度は上げることができるが、模型実験である以上、何枚もの試験片をつくってこれを同一条件下で実験しなければその測定値にはいみがない。ところが応力こう配の激しい所では、ゲージのはりつける位置が少しづがっていてもそのひずみ計の示す値は大変にちがってくるからゲージはなるべく同一点にはるようにしなければならぬ、そこでたとえば第5図に示すように不連続個所をもつ帶板の長方形出張りの高さが応力集中係数にどのような影響をおよぼすかを実験的に求めようとする場合は、応力集中のおこる地点は理論計算からあらかじめわかっているから、そこを中心にゲージをならべてはりつけ、これに荷重をかけ（ゲージは接着剤ではってこれに荷重をかけて少くとも十時間はおかないと、実験中ゲージと試験片の間にたりがおこることがある）密着させた上にワックスで固定しておいて、一つの高さでの測定がすめば、ゲージはそのままにしておいて高さをかえ、そのまま実験を行うというように連続的に一枚の試験片で高さをいろいろと変えてゆくようになると、ゲージの位置は常に一定で、その測定値の精度は非常によくなる。しかしたとえば長方形出張りの幅とか、その付け根の曲率半径をかえるようなときには、あらかじめ応力集中のおこる点はいかなる曲率半径の場合も常に一定の比率の下でおこることが理論的にわかっているから、その点を書きしておいて、そこを中心にしてゲージをはるようとするしか方法はない。



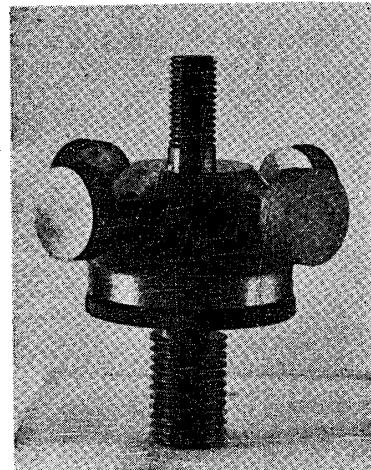
第5図

#### (4) 荷重装置

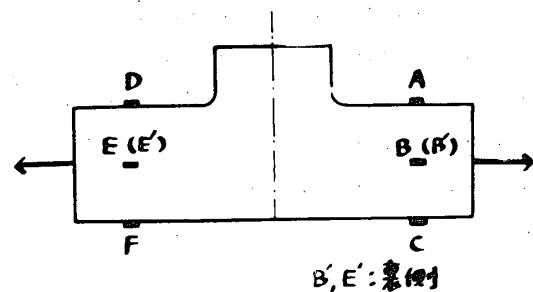
無限遠で一様な引張りをうけるというような場合は、光弾性のところでのべたように有限長の試験片に曲げの入らぬよう正しい一軸引張りとなるようにしなければならない。光弾性の場合は目でみながらその調整ができたが、抵抗線ひずみ計の場合はそれができないため次の二段階で、なるべく曲げの加わらぬようにする。

(i) まず引張り用のチャックとしてボールを用いた球面座を使った。そしてこの球面座が四方から調整できるようねじで移動できるようにした。しかしこれでは荷重をかけたときそのねじが動きにくくなるため、一方ではこの球面座を用い、他方には張力計を用いた。この張力計もやはりボールを用いた球面座になって試験片にモーメントのかからぬようにしてある。

(ii) 球面座で引張っても果して正しく一軸方向に引張られているかどうかはわからぬ。そこでこれを確かめるために第7図のように試験片に対称に、そして帶板の一様部の応力が一様になっているかどうかを見るため調整用ゲージ A, B, B', C, D, E, E', F (B',



第6図



第7図

$E'$  は裏側) をはり、荷重をかけてこれら対称点のひずみを測定して、もしそれらの値がちがうようであれば曲げモーメントが加わっているのであるから、それが同じになるまで球面座を調整する。

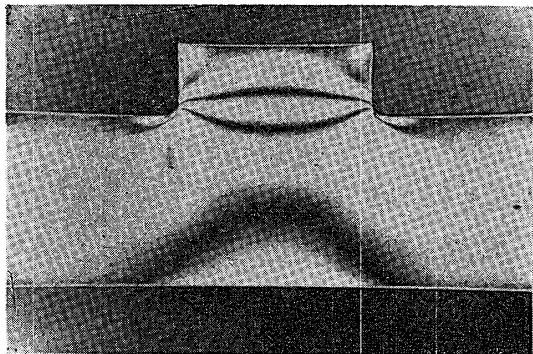
こうすることによってほぼ一軸方向の引張りは満足される。

こうしてひずみ計の場合も精度の高い測定ができるようになった。

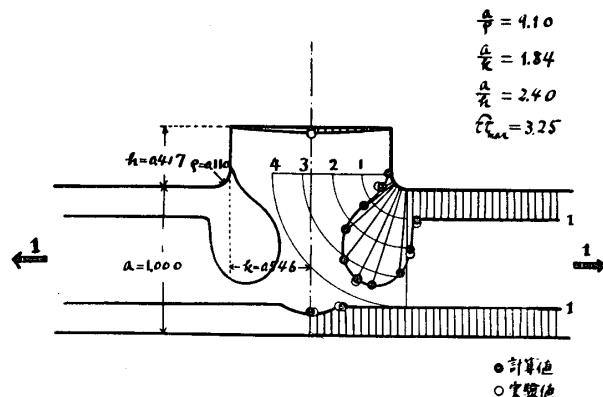
#### 4. 実験例

上にのべた二つの方法を併用して実験を行なうのであるが、まず理論計算値と実験を比較するため片側に長方形出張りを有する帯板が無限遠で一様な引張りをうける場合を示す。

第8図はその光弾性写真であり、第9図はその応力解析で図中黒点が計算値、白点が実験値である。すなわちこれからもわかるように理論値に近い精度のよい値がえられている。



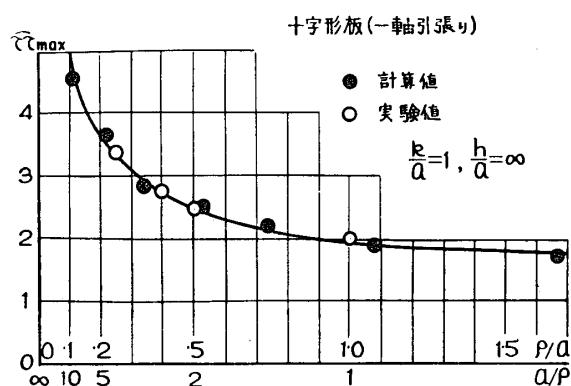
第 8 図



第 9 図

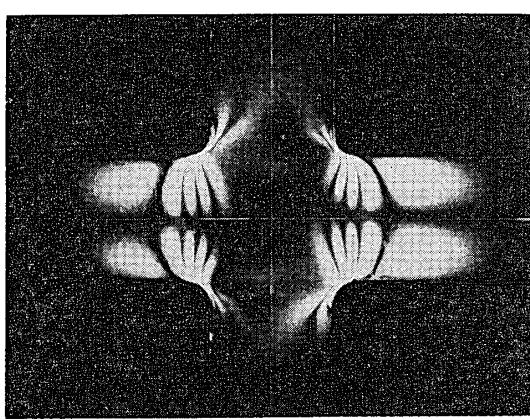
このようにして十字形板が一軸引張りをうける場合にその凹角の曲率半径が応力集中係数にどのように影響をもつかについて実験を行なったのが第10図であり、その光弾性写真が第11図(a), (b)である。第10図中の黒点は理論計算値であって、実験値(白点)はこの理論値の上にかなりよくのっており、ノイバー<sup>5)</sup>の唱えている切欠きにおける曲率半径  $\rho$  は応力集中係数に  $\sqrt{a/\rho}$  ( $2a$ : 帯板の幅) で比例するといふことと等しい曲線を示している。

また段をもっている帯板が無限遠で一様な引張りをうける場合、その段付きの付け根の曲率半径の応力集中におよぼす影響は第12図の通りであり、その光弾性写真は第13図である。第12図中の黒点が理論計算値<sup>6)</sup>であり、三角点は菊川氏<sup>7)</sup>の段の高さの無限大になった場合の計算値、半黒点は機械工学便覧にのっている曲線である。これからも段の高さ  $h$  はある程度(大体  $\frac{a}{h} = 0.4$ )以上になるとその高さは応力集中係数にはほとんど影響なく、曲率半径は十字形板の場合と全く同様に(すなわちノイバーの理論のように)  $\sqrt{\frac{a}{\rho}}$  に比例した曲線の

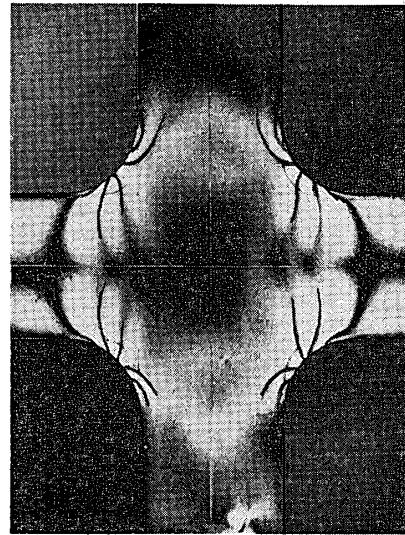


第 10 図

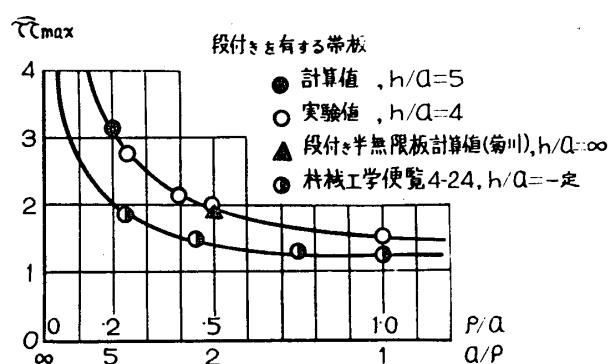
程度(大体  $\frac{a}{h} = 0.4$ )以上になるとその高さは応力集中係数にはほとんど影響なく、曲率半径は十字形板の場合と全く同様に(すなわちノイバーの理論のように)  $\sqrt{\frac{a}{\rho}}$  に比例した曲線の



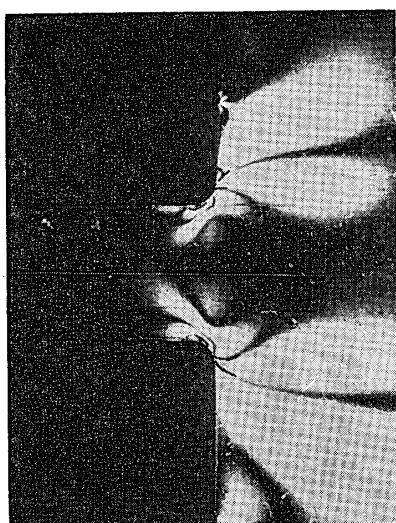
第11図 (a) 帯板の巾  $a = 20\text{ mm}$   
曲率半径  $\rho = 2.5\text{ mm}$



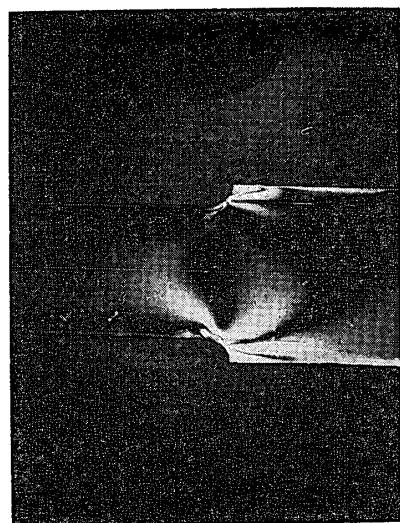
第11図 (b)  $a = 20\text{ mm}$   
 $\rho = 5\text{ mm}$



第12図



第13図 (a) 帯板巾  $a = 20\text{ mm}$   
曲率半径  $\rho = 4\text{ mm}$   
段の高さ  $h = 30\text{ mm}$



第13図 (b)  $a = 20\text{ mm}$   
 $\rho = 2.5\text{ mm}$   
 $h = 2.5\text{ mm}$

形を示しており、これら実験値はすこぶる良好な値を示している。

## 5. 結 言

以上高精度測定法として光弾性および抵抗線ひずみ計による実験法についてのべ、理論値と比較してこれらの実験法による結果は非常に良好なる結果を示すことをのべた。しかしこれらの方法とてせいぜい有効数字は2桁ないし3桁であり、理論値に比ぶればとうてい精度はおよばないのであるが、今までの実験に比べて良好なる結果を示していることは上にのべた通りであるが今後なお一層精度をよくする方法について研究をおしすすめる必要はある。

これら実験については試験片の製作については工学部機械工場 横山菊一氏、実験については、学生田中竹茂君、田村弘治君、西部敏夫君、原田靖雄君に御協力いただいた。これらの方々に心から感謝するものである。

## 文 献

- 1) 例えは応力測定法（朝倉書店）p. 472, (昭和30) および辻、河田、光弾性実験法（日刊工業新聞社）, (昭和30)
- 2) 進藤明夫、関西支部第34期定期総会講演会前刷103 (昭34. 3. 20)
- 3) 菊川真、応力測定および疲れ設計、機械学会第5回広島地方講習会前刷 (昭34. 9. 25)
- 4) 野村恭雄、不連続個所を有する帯板の平面応力、第4報十字形板の場合、日本機械学会論文集投稿中
- 5) H. Neuber, Kerbspannungslehre, (1937), Berlin
- 6) 野村恭雄、不連続個を所有する帯板の平面応力、第6報段付板の場合、日本機械学会論文集投稿中
- 7) 菊川真、Proc, 4th Japan Nat. Congr. Appl. Mech., 1954 (1955) 149
- 8) 機械工学便覧、4—24, (昭和27)