

周辺非拘束砂利層内の圧力分布について

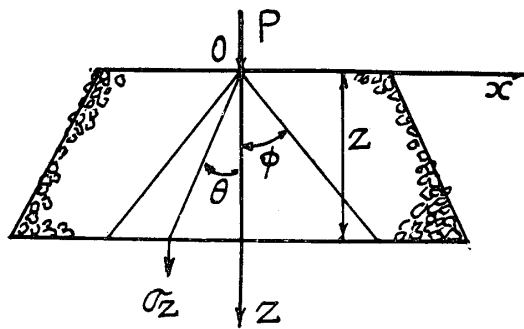
最 上 幸 夫

1. 緒 言

半無限弾性体と仮定した土質基礎内における圧力分布については、従来から一般に Boussinesq の理論式が基礎式として用いられ、これに集中係数の概念を導入した Fröhlich の算式が最も一般的に使われている。そのほか Boussinesq の修正式として Stroschneider の算式¹⁾、2次元の修正式として Kögler の算式²⁾が提案されている。本文で述べるような周辺非拘束（有限境界）の砂利層基礎内における圧力分布については、基礎は理論上半無限とは考えられないので、Fröhlich の算式をそのまま適用することは妥当とはいえない。そこで周辺非拘束の場合は、Stroschneider もしくは Kögler の算式を基礎として用いるのが妥当であると考えられる。しかし両氏の修正式には集中係数の概念が導入されていないので、著者はこれを考慮した算式を基礎式として採用し、これをもとにして周辺非拘束砂利層内の圧力分布を計算する方法を研究し、その結果を載荷板重心鉛直軸上における実測値と比較検討して、かなり妥当な結果がえられることを確認した。

2. 圧力分布算定の基礎式

Kögler および Stroschneider は半無限弾性体の理論を修正して自然地盤の息角 ϕ を用い、自然地盤内の圧力分布の実状に適合するように工夫したのであるが、さらにこれらの諸式に集中係数 ν の概念を導入すれば、2次元、3次元の場合の基礎式は、それぞれつぎのごとくかき表わされる。



第 1 図

線荷重（2次元）に対し、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \frac{K_1 P}{z\phi} (\cos \theta - \cot \phi \sin \theta) \cos^\nu \theta \\ \sigma_x &= \frac{K_1 P}{z\phi} (\cos \theta - \cot \phi \sin \theta) \cos^{\nu-2} \theta \sin^2 \theta \\ \tau_{zx} &= \frac{K_1 P}{z\phi} (\cos \theta - \cot \phi \sin \theta) \cos^{\nu-1} \theta \sin \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

点対象荷重（3次元）に対し、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \frac{K_2 P}{2\pi z^2} \cdot \frac{\cos \theta - \cot \phi \sin \theta}{1 - \cos \phi} \cos^{\nu+1} \theta \\ \sigma_x &= \frac{K_2 P}{2\pi z^2} \cdot \frac{\cos \theta - \cot \phi \sin \theta}{1 - \cos \phi} \cos^{\nu-1} \theta \sin^2 \theta \\ \tau_{zx} &= \frac{K_2 P}{2\pi z^2} \cdot \frac{\cos \theta - \cot \phi \sin \theta}{1 - \cos \phi} \cos^\nu \theta \sin \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

ここに、 K_1, K_2 は各深度における σ_z の総和が P に等しくなる条件から決定される値であり、

限界角 ϕ の函数で表わされる。

国鉄においては、道床内の圧力分布の実験を行い、その結果限界角 ϕ に対し、つぎの実験式を与えている³⁾。

$$\phi = \tan^{-1} 0.2z^{0.65} \dots\dots\dots(3)$$

式(3)の実験式は道床(砂利層)が半無限体(2次元)と仮定した場合の限界角を与える式であるから、周辺非拘束の基礎状態に対してそのまま適用するわけにゆかない。そこで著者は周辺非拘束基礎の限界角 ϕ について実験を行った結果、つぎの実験式をえた。

$$\phi = \frac{z}{2.75 + 1.02z} \dots\dots\dots(4)$$

ただし、 z : 層厚 (cm)

式(4)を用い、 $\nu=2\sim 8$, $z=3\sim 50\text{cm}$ に対し、 K_1, K_2 の値を計算すれば、第1, 第2表をうる。

第 1 表 K_1 の 値 (z : cm)

$\nu \backslash z$	3	5	10	15	20	25	30	40	50
2	0.987	0.978	0.955	0.937	0.923	0.912	0.903	0.888	0.878
3	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
4	1.013	1.022	1.044	1.060	1.073	1.083	1.092	1.104	1.113
5	1.025	1.044	1.087	1.119	1.144	1.163	1.179	1.201	1.218
6	1.037	1.066	1.128	1.176	1.211	1.238	1.260	1.292	1.315
7	1.050	1.087	1.169	1.230	1.276	1.310	1.338	1.378	1.406
8	1.062	1.109	1.209	1.283	1.337	1.379	1.411	1.459	1.492

第 2 表 K_2 の 値 (z : cm)

$\nu \backslash z$	3	5	10	15	20	25	30	40	50
2	2.963	2.822	2.739	2.699	2.675	2.660	2.648	2.634	2.625
3	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000
4	3.121	3.184	3.270	3.312	3.338	3.354	3.365	3.381	3.390
5	3.243	3.376	3.546	3.627	3.684	3.718	3.742	3.773	3.793
6	3.367	3.538	3.828	3.962	4.040	4.091	4.127	4.175	4.202
7	3.494	3.761	4.117	4.296	4.403	4.471	4.520	4.584	4.624
8	3.626	3.951	4.410	4.620	4.769	4.857	4.910	4.999	5.049

3. 矩形載荷板重心鉛直軸上の圧力分布の算定

a. 線対象荷重による圧力分布

(1) 集中荷重

集中荷重 P があるとき、幅 $2b$ の平均荷重強度を q とおけば、 $P=2bq$ であるから、これを式(1)に代入し、 $\theta=0$ とおけば、鉛直軸上の σ_z は、

$$\sigma_z = 2K_1 b q / z \phi \dots\dots\dots(5)$$

$\sigma_z / q = \mu_z$ とおけば、

$$\mu_z = 2K_1 \tan \alpha / \phi \dots\dots\dots(6)$$

ここに, $\tan \alpha = b/z$ $\dots\dots\dots(7)$

(2) 分布荷重

分布荷重強度を q_x , その平均荷重強度を q とし,

$$q_x = q f\left(\frac{x}{b}\right) \dots\dots\dots(8)$$

の形で表わせば, 鉛直軸上の比応力 μ_z は,

$$\mu_z = \frac{2K_1}{\phi} \int_0^\alpha f(\cot \alpha, \tan \theta) (\cos \theta - \cot \phi \sin \theta) \cos^{\nu-2} \theta d\theta \dots\dots\dots(9)$$

..... $\alpha < \phi$ のとき

$$\mu_z = \frac{2K_1}{\phi} \int_0^\alpha f(\cot \alpha, \tan \theta) (\cos \theta - \cot \phi \sin \theta) \cos^{\nu-2} \theta d\theta \dots\dots\dots(10)$$

..... $\alpha \geq \phi$ のとき

以下等分布, 放物線分布の場合について計算すれば, つぎの結果をうる。

(i) 等分布荷重

$\alpha < \phi$ のとき,

$$\mu_z = \frac{2K_1}{\phi} \int_0^\alpha (\cos \theta - \cot \phi \sin \theta) \cos^{\nu-2} \theta d\theta \dots\dots\dots(11)$$

$\nu = 2 \sim 8$ に対し, μ_z を計算すれば,

$$\begin{aligned} \nu=2: \mu_z &= \frac{2K_1}{\phi} \{ \sin \alpha + \cot \phi (\cos \alpha - 1) \} \\ \nu=3: \mu_z &= \frac{K_1}{\phi} (\alpha + \sin \alpha \cos \alpha - \cot \phi \sin^2 \alpha) \\ \nu=4: \mu_z &= \frac{2K_1}{3\phi} \{ \sin \alpha (2 + \cos^2 \alpha) + \cot \phi (\cos^3 \alpha - 1) \} \\ \nu=5: \mu_z &= \frac{K_1}{2\phi} \left\{ \sin \alpha \cos^3 \alpha + \frac{3}{2} (\alpha + \sin \alpha \cos \alpha) + \cot \phi (\cos^4 \alpha - 1) \right\} \\ \nu=6: \mu_z &= \frac{2K_1}{5\phi} \left\{ \sin \alpha \cos^4 \alpha + \frac{4}{3} \sin \alpha (2 + \cos^2 \alpha) + \cot \phi (\cos^5 \alpha - 1) \right\} \\ \nu=7: \mu_z &= \frac{K_1}{3\phi} \left\{ \sin \alpha \cos^5 \alpha + \frac{5}{4} \sin \alpha \cos^3 \alpha + \frac{15}{8} (\alpha + \sin \alpha \cos \alpha) \right. \\ &\quad \left. + \cot \phi (\cos^6 \alpha - 1) \right\} \\ \nu=8: \mu_z &= \frac{2K_1}{7\phi} \left\{ \sin \alpha \cos^6 \alpha + \frac{6}{5} \sin \alpha \cos^4 \alpha + \frac{8}{5} \sin \alpha (2 + \cos^2 \alpha) \right. \\ &\quad \left. + \cot \phi (\cos^7 \alpha - 1) \right\} \end{aligned} \dots\dots\dots(12)$$

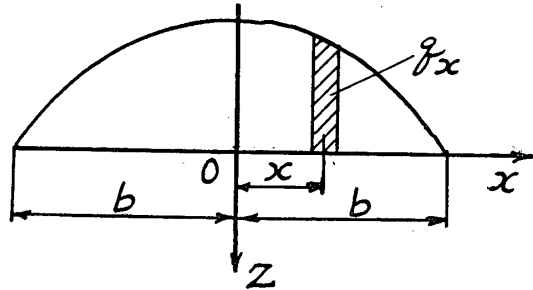
$\alpha \geq \phi$ のとき,

このときは ν のいかんにかかわらず,

$$\mu_z = 1 \dots\dots\dots(13)$$

(ii) 2次放物線分布

$$q_x = \frac{3}{2} q \left\{ 1 - \left(\frac{x}{b}\right)^2 \right\} = \frac{3}{2} q \{ 1 + \cot^2 \alpha - \cot^2 \alpha \sec^2 \theta \} \dots\dots\dots(14)$$



第 2 図

式(14) を式(9), (10) に代入すれば,

$\alpha < \phi$ のとき,

$$\mu_z = \frac{3K_1}{\phi} \left\{ (1 + \cot^2 \alpha) \int_0^\alpha (\cos \theta - \cot \phi \sin \theta) \cos^{\nu-2} \theta d\theta \right. \\ \left. - \cot^2 \alpha \int_0^\alpha (\cos \theta - \cot \phi \sin \theta) \cos^{\nu-4} \theta d\theta \right\} \dots\dots\dots (15)$$

$\alpha \geq \phi$ のときは, 式(15) の積分範囲 α を ϕ におきかえればよい。 $\nu=4 \sim 8$ の場合を計算すれば,

$\alpha < \phi$ のとき,

$$\begin{aligned} \nu=4: \mu_z &= \frac{K_1}{\phi} \left[\{ \sin \alpha (2 + \cos^2 \alpha) + \cot \phi (\cos^2 \alpha - 1) \} + \cot^2 \alpha \{ -\sin^3 \alpha \right. \\ &\quad \left. + \cot \phi (\cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha + 2) \} \right] \\ \nu=5: \mu_z &= \frac{3K_1}{4\phi} \left[\{ \sin \alpha \cos^3 \alpha + \frac{3}{2} (\alpha + \sin \alpha \cos \alpha) + \cot \phi (\cos^4 \alpha - 1) \right. \\ &\quad \left. + \cot^2 \alpha \{ \sin \alpha \cos^3 \alpha - \frac{1}{2} (\alpha + \sin \alpha \cos \alpha) + \cot \phi \sin^4 \alpha \} \right] \\ \nu=6: \mu_z &= \frac{K_1}{5\phi} \left[\{ 3 \sin \alpha \cos^4 \alpha + 4 \sin \alpha (2 + \cos^2 \alpha) + 3 \cot \phi (\cos^5 \alpha - 1) \right. \\ &\quad \left. + \cot^2 \alpha \{ 3 \sin \alpha \cos^4 \alpha - \sin \alpha (2 + \cos^2 \alpha) + \cot \phi (3 \cos^5 \alpha - 5 \cos^3 \alpha + 2) \} \right] \\ \nu=7: \mu_z &= \frac{K_1}{4\phi} \left[2 \{ \sin \alpha \cos^5 \alpha + \frac{5}{4} \sin \alpha \cos^3 \alpha + \frac{15}{8} (\alpha + \sin \alpha \cos \alpha) \right. \\ &\quad \left. + \cot \phi (\cos^6 \alpha - 1) \} + \cot^2 \alpha \left\{ 2 \sin \alpha \cos^5 \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha \cos^3 \alpha \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{3}{4} (\alpha + \sin \alpha \cos \alpha) + \cot \phi (2 \cos^6 \alpha - 3 \cos^4 \alpha + 1) \right\} \right] \\ \nu=8: \mu_z &= \frac{3K_1}{35\phi} \left[\{ 5 \sin \alpha \cos^6 \alpha + 6 \sin \alpha \cos^4 \alpha + 8 \sin \alpha (\alpha + \cos^2 \alpha) \right. \\ &\quad \left. + 5 \cot \phi (\cos^7 \alpha - 1) \} + \cot^2 \alpha \{ 5 \sin \alpha \cos^6 \alpha - \sin \alpha \cos^4 \alpha \right. \\ &\quad \left. - \frac{4}{3} \sin \alpha (\alpha + \cos^2 \alpha) + \cot \phi (5 \cos^7 \alpha - 7 \cos^5 \alpha + 2) \} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

$\alpha \geq \phi$ のとき,

$$\begin{aligned} \nu=4: \mu_z &= \frac{3K_1}{\phi} \left[\frac{1 + \cot^2 \alpha}{3} \{ \sin \phi (2 + \cos^2 \phi) + \cot \phi (\cos^3 \phi - 1) \} \right. \\ &\quad \left. - \cot^2 \alpha \{ \sin \phi + \cot \phi (\cos \phi - 1) \} \right] \\ \nu=5: \mu_z &= \frac{3K_1}{\phi} \left[\frac{1 + \cot^2 \alpha}{4} \{ \sin \phi \cos^3 \phi + \frac{3}{2} (\phi + \sin \phi \cos \phi) \right. \\ &\quad \left. + \cot \phi (\cos^4 \phi - 1) \} - \frac{1}{2} \cot^2 \alpha \cdot \phi \right] \\ \nu=6: \mu_z &= \frac{3K_1}{\phi} \left[\frac{1 + \cot^2 \alpha}{5} \{ \sin \phi \cos^4 \phi + \frac{4}{3} \sin \phi (2 + \cos^2 \phi) \right. \\ &\quad \left. + \cot \phi (\cos^5 \phi - 1) \} - \frac{1}{3} \cot^2 \alpha \{ \sin \phi (2 + \cos^2 \phi) + \cot \phi (\cos^3 \phi - 1) \} \right] \\ \nu=7: \mu_z &= \frac{3K_1}{\phi} \left[\frac{1 + \cot^2 \alpha}{6} \{ \sin \phi \cos^5 \phi + \frac{5}{4} \sin \phi \cos^3 \phi + \frac{15}{8} (\phi + \sin \phi \cos \phi) \right. \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
 & + \cot^2 \phi (\cos^6 \phi - 1) \} - \frac{1}{4} \cot^2 \alpha \left\{ \sin \phi \cos^3 \phi + \frac{3}{2} (\phi + \sin \phi \cos \phi) \right. \\
 & \left. + \cot \phi (\cos^4 \phi - 1) \right\}] \\
 \nu=8: \mu_z = & \frac{3K_1}{\phi} \left[\frac{1 + \cot^2 \alpha}{7} \left\{ \sin \phi \cos^6 \phi + \frac{6}{5} \sin \phi \cos^4 \phi + \frac{8}{5} \sin \phi (2 + \cos^2 \phi) \right. \right. \\
 & \left. \left. + \cot \phi (\cos^7 \phi - 1) \right\} - \frac{1}{5} \cot^2 \alpha \left\{ \sin \phi \cos^4 \phi + \frac{4}{3} \sin \phi (2 + \cos^2 \phi) \right. \right. \\
 & \left. \left. + \cot \phi (\cos^5 \phi - 1) \right\} \right]
 \end{aligned}$$

以上の計算例として、著者の行った実験の場合、すなわち $2b=17\text{cm}$ 、砂利層厚 $z=15\text{cm}$ について μ_z の値を計算すれば、第3表のとおりである。

第3表 μ_z の値 (線対象荷重)

z	3 cm		5 cm		10cm		15cm	
	等分布	放物分布	等分布	放物分布	等分布	放物分布	等分布	放物分布
2	1.00	—	1.00	—	0.83	—	0.60	—
3	1.00	—	1.00	—	0.85	—	0.63	—
4	1.00	1.488	1.00	1.463	0.87	1.284	0.66	1.031
5	1.00	1.492	1.00	1.465	0.88	1.300	0.68	1.065
6	1.00	1.495	1.00	1.467	0.90	1.314	0.70	1.100
7	1.00	1.498	1.00	1.469	0.91	1.338	0.73	1.118
8	1.00	1.500	1.00	1.472	0.92	1.396	0.75	1.139

b. 点対象荷重による圧力分布

いま第3図に示すような帯状荷重を考え、その微小荷重 $q(y)dy$ によって原点0の z 軸上深さ z の点Aに生ずる圧力を $d\sigma_z$ とすれば、式(2)より

$$d\sigma_z = \frac{K_2 q(y) dy}{2\pi z^2} \cdot \frac{\cos \theta - \cot \phi \sin \theta}{1 - \cos \phi} \cos^{\nu+1} \theta$$

となる。ただし、 $q(y)$ は y 方向の分布荷重を表わす。

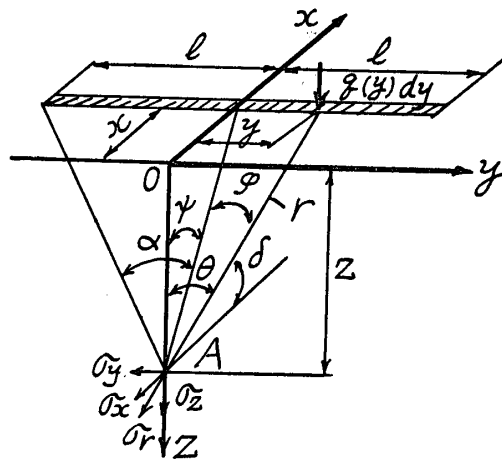
(i) 集中荷重

もし原点0のまわりの半径 a の微小面積に荷重が分布するときは、 $P = \pi a^2 q$ (q は平均荷重強度) とおいて式(2)に代入、 $\theta=0$ とおけば、鉛直軸上の圧力 σ_z は、

$$\sigma_z = \frac{K_2 P}{2\pi z^2 (1 - \cos \phi)} = \frac{K_2 q}{2(1 - \cos \phi)} \tan^2 \alpha$$

したがって、

$$\mu_z = \frac{K_2}{2(1 - \cos \phi)} \tan^2 \alpha \dots\dots\dots(18)$$



第3図

ただし, $\tan \alpha = a/z$ (19)

(ii) 分布荷重

(1) 等分布

このときは, $q(y) = q$ とおき,

$$d\sigma_z = \frac{K_2 q dy}{2\pi z^2} \cdot \frac{\cos \theta - \cot \phi \sin \theta}{1 - \cos \phi} \cos^{\nu+1} \theta \quad \dots\dots\dots(20)$$

第3図より, $\cos \theta = \cos \psi \cdot \cos \varphi$, $y = \gamma \sin \varphi$, $z = \gamma \cos \theta$ の関係を用い, 荷重帯の長さによって積分すれば,

$$\mu_z = \frac{K_2}{\pi z(1 - \cos \phi)} \left\{ \cos^{\nu+1} \psi \int_0^\alpha \cos^\nu \varphi d\varphi - \cot \phi \cdot \cos^\nu \psi \int_0^\alpha \cos^{\nu-1} \varphi \sqrt{1 - \cos^2 \psi \cdot \cos^2 \varphi} d\varphi \right\} \quad \dots\dots\dots(21)$$

ここに, 積分範囲は,

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{l}{\sqrt{z^2 + x^2}} \quad \text{または} \quad \tan^{-1} \sqrt{\frac{z^2 \tan^2 \phi - x^2}{z^2 + x^2}} \quad \dots\dots\dots(22)$$

$\sqrt{z^2 \tan^2 \phi - x^2} < l$ のときは, 後者によって α を決定する。

(2) 放物線分布

$$q(y) = \frac{3}{2} q (1 - y^2/l^2) = \frac{3}{2} q (1 - \beta^2 \tan^2 \varphi) \quad \dots\dots\dots(23)$$

ただし, $\beta^2 = z^2/(l^2 \cos^2 \psi)$ (24)

式(23)を(20)に代入, 前同様に計算すれば,

$$\sigma_z = \frac{3K_2 q}{2\pi z(1 - \cos \phi)} \left[\cos^{\nu+1} \psi \left\{ (1 + \beta^2) \int_0^\alpha \cos^\nu \varphi d\varphi - \beta^2 \int_0^\alpha \cos^{\nu-2} \varphi d\varphi \right\} - \cot \phi \cdot \cos^\nu \psi \left\{ (1 + \beta^2) \int_0^\alpha \cos^{\nu-1} \varphi \sqrt{1 - \cos^2 \psi \cdot \cos^2 \varphi} d\varphi - \beta^2 \int_0^\alpha \cos^{\nu-3} \varphi \sqrt{1 - \cos^2 \psi \cdot \cos^2 \varphi} d\varphi \right\} \right] \quad \dots\dots\dots(25)$$

積分範囲 α は式(22)と同様である。

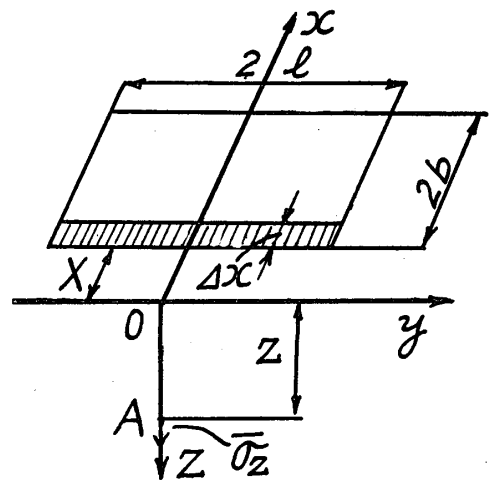
式(21), (25)の第2項は一般に積分困難であるから, あらかじめ種々の α, ψ, ν に対し, 数値積分によって数表を作成しておけば, 計算を容易にできる。 α, ψ の値が $0, 0.1, 0.2, \dots, \pi/2$ の範囲について数表を作成したが, 紙数の関係上省略する。

c. 矩形荷重抜重心鉛直軸上の圧力分布

帯状荷重分布が与えられたとき, (等分布および荷物線分布) それによって生ずる鉛直軸上の圧力 σ_z は, 式(21)または(25)によって求められるから, これを用い矩形荷重板による鉛直軸上の σ_z を計算しよう。すなわち第4図に示す荷重板によってA点に生ずる圧力 σ_z を求めるには, 幅 $2b$ を y 軸に平行ないくつかの細片 Δx に分割し, 各細片ごとに式(21)または(25)によって計算し, これらを加算すればよい。

(1) 等分布

$$\sigma_z = \sum_{x=X}^{x=X+2b} [\text{式(21)}] \cdot \Delta x \quad \dots\dots\dots(26)$$



第4図

(2) 放物線分布

$$\bar{\sigma}_z = \sum_{x=X}^{x+2b} [\text{式(25)}] \cdot \frac{3}{2} \{1 - (x-X-b)^2/b^2\} \cdot \Delta x \quad \dots\dots\dots(27)$$

以上の算式を著者の行った実験に適用して、その適否を検討してみる。実験では $2b \times 2l = 10 \times 17\text{cm}$ の矩形載荷板で、砂利層基礎の表面寸法は載荷板と同一にし、層厚 15cm 、周辺は非拘束（自然こう配）とした。砂質地盤上の矩形載荷板の底面反力分布の測定例⁴⁾によれば、底面反力分布は、ほぼ放物面分布によって表わされるから、砂利層の場合もほぼ同様の分布を仮定すれば、

$$q_{xy} = \frac{9}{4} q (1 - y^2/l^2) (1 - x^2/b^2) \quad \dots\dots\dots(28)$$

$2b = 10\text{cm}$ を 2.5cm 幅の4つの細片に分けて計算を行った。計算結果と実測値および参考のために、Fröhlich 式を基礎とした市原博士の計算法⁵⁾によって求めた値を比較すれば、第4表のとおりである。

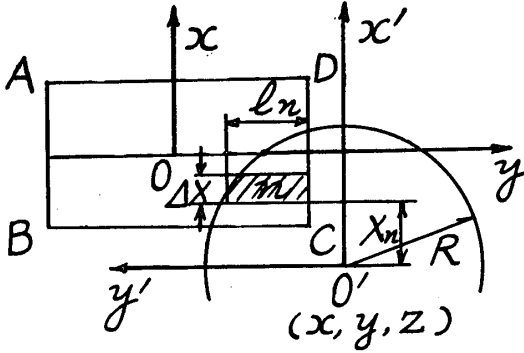
第4表 μ_z の計算値と実験値の比較

z	3 cm		5 cm		10cm		15cm	
	市 原	著 者	市 原	著 者	市 原	著 者	市 原	著 者
3	2.03	—	1.30	1.96	0.60	1.26	0.31	0.70
4	2.36	2.21	1.50	2.00	0.70	1.31	0.40	0.74
5	2.64	2.22	1.64	2.03	0.87	1.35	0.49	0.79
6	2.85	2.23	1.76	2.04	0.94	1.40	0.55	0.84
7	3.08	2.23	1.85	2.05	1.04	1.44	0.63	0.90
8	—	2.24	—	2.05	—	1.47	—	0.94
実測例	2.18		1.96		1.36		0.82	

第4表によれば、Fröhlich 式による値は表面付近では実測値を含んでいるが、 z の値が大きくなると、次第に実測値からのずれが大きくなり、やや過小な値を与える。一方著者の算式による値は、ほぼいずれの深さでも実測値を含んでおり、Fröhlich 式よりも妥当な結果を与えることがわかる。したがって周辺非拘束状態の基礎に対しては著者の提案する計算法が妥当なものと考えられる。

4. 矩形載荷板による任意点の圧力分布の算定法

前節では載荷板重心鉛直軸上の σ_z を求める方法について述べたが、本節においては矩形載荷重によって任意点に生ずる σ_z の算定法について述べる。この場合も取扱いは前節と全く同様の方法によればよい。ただいくぶん計算の手数を要することになると、計算の近似度が鉛直軸上の場合よりもやや劣ることになる。第5図に示すごとく、載荷板 $ABCD$ が与えられたものとし、その重心 O を原点とする $O-xyz$ (z 軸は紙面に垂直) なる座標系を考え、圧力を求めんとする任意点 O' の座標を (x, y, z) とする。しかるときは、 O' を中心 $R = z \tan \phi$ を半径とする円 (荷重影響円と呼ぶ) をかき、この円が載荷板をきる範囲 (図で斜線を施した部分) の荷重強度のみが、 O' 点の圧力に影響を与えることになる。この範囲を荷重影響圏と呼ぶことにする。載荷板の分布荷重が等分布の場合は比較的簡単に計算を行うことができるが、放物分



第 5 図

布の場合はやや取扱いが面倒となる。いずれの場合でも荷重影響圏を図のごとく、 y' 軸（または x' 軸）に平行な直線によって幅 ΔX の細片にわかち、各細片ごとに O' 点に生ずる σ_z を計算して、これらを加算すれば、所要圧力 $\bar{\sigma}_z$ がえられる。各細片は影響円のため不規則な形状となるから、一応これらの形を近似的に等積な矩形におきかえて計算する。このときの矩形細片の辺長 l_n は次式によって計算すればよい。

$$l_n = \frac{R^2}{2\Delta X} \left\{ \sin^{-1} \frac{X_n + \Delta X}{R} + \frac{X_n + \Delta X}{R} \sqrt{1 - \left(\frac{X_n + \Delta X}{R} \right)^2} - \left(\sin^{-1} \frac{X_n}{R} + \frac{X_n}{R} \sqrt{1 - \left(\frac{X_n}{R} \right)^2} \right) \right\} \dots\dots\dots(29)$$

また最遠端の弧形部分では、

$$l_n = \frac{R^2}{2\Delta X} \left\{ \frac{\pi}{2} - \left(\sin^{-1} \frac{X_n}{R} + \frac{X_n}{R} \sqrt{1 - \left(\frac{X_n}{R} \right)^2} \right) \right\} \dots\dots\dots(30)$$

これらの記号は第5図に示すとおりである。かくして各細片を矩形細片に近似的に置換すれば、それ以後の圧力計算は前節と全く同様に行えばよい。

5. 円形載荷板による中心軸上の圧力分布算定

半径 r の円載荷板の中心軸上における圧力分布を計算する。第6図の記号にしたがって、原点 O より x の距離にある厚さ dx の微小リングの荷重 $q(x) \cdot 2\pi x dx$ によって A 点に生ずる圧力 $d\sigma_z$ は、式(2) によって、

$$d\sigma_z = \frac{K_2}{z^2} q(x) \cdot x dx \cdot \frac{\cos \theta - \cot \phi \sin \theta}{1 - \cos \phi} \cos^{\nu+1} \theta \dots\dots\dots(31)$$

a. 等 分 布

$\alpha < \phi$ のとき、

$x = z \tan \theta$, $dx = z \sec^2 \theta d\theta$ を上式に代入して積分すれば、

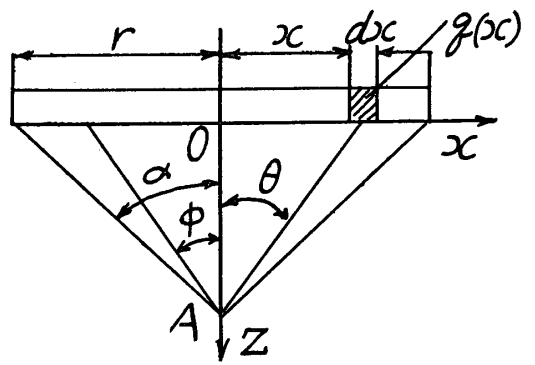
$$\sigma_z = \frac{2K_2 q}{1 - \cos \phi} \int_0^\alpha (\cos \theta - \cot \phi \sin \theta) \sin \theta \cos^{\nu-2} \theta d\theta \dots\dots\dots(32)$$

これより $\nu = 2 \sim 8$ に対し、 μ_z を計算すれば、

$$\nu = 2: \mu_z = \frac{K_2}{1 - \cos \phi} \{ \sin^2 \alpha - \cot \phi (\alpha - \sin \alpha \cos \alpha) \}$$

$$\nu = 3: \mu_z = \frac{2K_2}{3(1 - \cos \phi)} (1 - \cos^3 \alpha - \cot \phi \sin^3 \alpha)$$

$$\nu = 4: \mu_z = \frac{K_2}{2(1 - \cos \phi)} \left\{ 1 - \frac{1}{2} (\alpha \cot \alpha + \cos^2 \alpha) \right\}$$



第 6 図

$$\begin{aligned}
\nu=5: \mu_z &= \frac{2K_2}{5(1-\cos\phi)} \left\{ 1 - \frac{1}{3} \alpha(2+\cos^2\alpha) \right\} \\
\nu=6: \mu_z &= \frac{K_2}{3(1-\cos\phi)} \left\{ 1 - \frac{3}{8} (\alpha \cot\alpha + \cos^2\alpha + \frac{2}{3} \cos^4\alpha) \right\} \\
\nu=7: \mu_z &= \frac{2K_2}{7(1-\cos\phi)} \left\{ 1 - \frac{4}{15} \cos\alpha(2+\cos^2\alpha + \frac{3}{4} \cos^4\alpha) \right\} \\
\nu=8: \mu_z &= \frac{K_2}{4(1-\cos\phi)} \left\{ 1 - \frac{5}{16} (\alpha \cot\alpha + \cos^2\alpha + \frac{2}{3} \cos^4\alpha + \frac{8}{15} \cos^6\alpha) \right\}
\end{aligned} \tag{33}$$

$\alpha \geq \phi$ のとき,

このときは ν に無関係に,

$$\mu_z = 1 \tag{34}$$

b. 放物面分布

$$q(x) = 2q\{1 - (x/\gamma)^2\} \tag{35}$$

とおき, 前と同様に計算すれば,

$\alpha < \phi$ のとき,

$$\begin{aligned}
\sigma_z &= \frac{2K_2 q}{1-\cos\phi} \left\{ \int_0^\alpha (\cos\theta - \cot\phi \sin\theta) \sin\theta \cos^{\nu-2}\theta d\theta \right. \\
&\quad \left. - \frac{z^2}{\gamma^2} \int_0^\alpha (\cos\theta - \cot\phi \sin\theta) \sin^3\theta \cos^{\nu-4}\theta d\theta \right\}
\end{aligned} \tag{36}$$

$\nu=4\sim 8$ に対して計算すれば,

$$\begin{aligned}
\nu=4: \mu_z &= \frac{K_2}{2(1-\cos\phi)} \left[1 - \frac{1}{2} (\alpha \cot\alpha + \cos^2\alpha) - \frac{z^2}{\gamma^2} \left\{ \sin^4\alpha - \cot\phi \left(\frac{3}{2} \alpha \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{5}{2} \sin\alpha \cos\alpha + \sin\alpha \cos^3\alpha \right) \right\} \right] \\
\nu=5: \mu_z &= \frac{2K_2}{5(1-\cos\phi)} \left\{ 1 - \frac{1}{3} \cos\alpha(2+\cos^2\alpha) - \frac{z^2}{\gamma^2} \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{3} \cos^3\alpha \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \cos^5\alpha - \cot\phi \sin^5\alpha \right) \right\} \\
\nu=6: \mu_z &= \frac{K_2}{3(1-\cos\phi)} \left[1 - \frac{3}{8} (\alpha \cot\alpha + \cos^2\alpha + \frac{2}{3} \cos^4\alpha) - \frac{z^2}{\gamma^2} \left\{ \frac{1}{2} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{3}{2} \cos^4\alpha + \cos^6\alpha - \cot\phi \left(\frac{3}{8} \alpha + \frac{3}{8} \sin\alpha \cos\alpha - \frac{7}{6} \sin\alpha \cos^3\alpha \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \sin\alpha \cos^5\alpha \right) \right\} \right] \\
\nu=7: \mu_z &= \frac{2K_2}{7(1-\cos\phi)} \left[1 - \frac{4}{15} \cos\alpha(2+\cos^2\alpha + \frac{3}{4} \cos^4\alpha) - \frac{z^2}{\gamma^2} \left\{ \frac{2}{5} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{7}{5} \cos^5\alpha + \cos^7\alpha - \cot\phi \left(\frac{7}{5} \sin^5\alpha - \sin^7\alpha \right) \right\} \right] \\
\nu=8: \mu_z &= \frac{K_2}{4(1-\cos\phi)} \left[1 - \frac{5}{16} (\alpha \cot\alpha + \cos^2\alpha + \frac{2}{3} \cos^4\alpha + \frac{8}{15} \cos^6\alpha) \right. \\
&\quad \left. - \frac{z^2}{\gamma^2} \left\{ \frac{1}{3} - \frac{4}{3} \cos^6\alpha + \cos^8\alpha - \cot\phi \left(\frac{3}{16} \alpha + \frac{3}{16} \sin\alpha \cos\alpha \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{1}{8} \sin\alpha \cos^3\alpha - \frac{3}{2} \sin\alpha \cos^5\alpha + \sin\alpha \cos^7\alpha \right) \right\} \right]
\end{aligned} \tag{37}$$

$\alpha \geq \phi$ のとき,

上と同様にして $\nu=4\sim 8$ に対し計算すれば,

$$\begin{aligned}
 \nu=4: \mu_z &= \frac{K_2}{2(1-\cos\phi)} \left\{ 1 - \frac{1}{2}(\phi \cot\phi + \cos^2\phi) - \frac{z^2}{\gamma^2} \left(1 + \frac{1}{2}\cos^2\phi \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{3}{2}\phi \cot\phi \right) \right\} \\
 \nu=5: \mu_z &= \frac{2K_2}{5(1-\cos\phi)} \left\{ 1 - \frac{1}{3}\cos\phi(2+\cos^2\phi) - \frac{z^2}{\gamma^2} \left(\frac{2}{3} - \cos\phi + \frac{1}{3}\cos^3\phi \right) \right\} \\
 \nu=6: \mu_z &= \frac{K_2}{3(1-\cos\phi)} \left[1 - \frac{3}{8}(\phi \cot\phi + \cos^2\phi + \frac{2}{3}\cos^4\phi) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{z^2}{2\gamma^2} \left\{ 1 + \frac{1}{2}\cos^4\phi - \frac{3}{4}(\phi \cot\phi + \cos^2\phi) \right\} \right] \\
 \nu=7: \mu_z &= \frac{2K_2}{7(1-\cos\phi)} \left[1 - \frac{4}{15}\cos\phi(2+\cos^2\phi + \frac{3}{4}\cos^4\phi) - \frac{z^2}{5\gamma^2} \{ 2(1-\cos\phi) \right. \\
 &\quad \left. - \cos^3\phi + \cos^5\phi \} \right] \\
 \nu=8: \mu_z &= \frac{K_2}{4(1-\cos^2\phi)} \left\{ 1 - \frac{5}{16}(\phi \cot\phi + \cos^2\phi + \frac{2}{3}\cos^4\phi + \frac{8}{15}\cos^6\phi) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{z^2}{\gamma^2} \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{16}\cos^2\phi - \frac{1}{8}\cos^4\phi + \frac{1}{6}\cos^6\phi - \frac{3}{16}\phi \cot\phi \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{38}$$

また任意点における圧力分布の算定も矩形載荷板のときとほぼ同様にして求めることができるが、ここでは省略する。

6. 結 言

本文においては、砂利層基礎の周辺が非拘束状態（自然こう配）の場合について、その内部圧力分布の算定法について研究を行い、Boussinesq, Fröhlich の算式とともに地盤内の応力分布算定に使用される Stroschneider, Kögler の算式に集中係数の概念を導入した式を基礎式として採用し、基礎式に用いられる限界角について非拘束基礎の実験式を求め、この値を用いて所要の諸係数を決定し、この基礎式を矩形載荷板ならびに円形載荷板に適用し、重心軸上の圧力分布算定式を誘導し、また任意点の圧力分布算定の方法を示した。これらの方法は他の任意形状の載荷板に対しても拡張応用しうるものである。一方鉛直軸上の圧力分布を土圧計によって実測し、著者の計算法が実測値とかなりよく一致し、十分妥当なものであることを確かめた。また本計算法は単に周辺非拘束の場合のみに限らず、種々の周辺拘束状態に対しても応用しうるものであることは一つの特長といえる。終りにのぞみ終始懇切な御指導をいただいた京大教授村山朝郎博士に深謝の意を表する次第である。

参 考 文 献 そ の 他

- 1) 最上武雄：土の力学，p. 138.
- 2) 原口忠次郎，米田正文：土と杭の工学，p. 112.
- 3) 小野諒兄：鉱道線路の構造及強度，第2編 p. 110.
- 4) 市原松平：剛性載荷板荷重による砂層中の鉛直増加土圧の分布について，土木学会誌 第40巻 第4号 pp. 153~159.
- 5) 文献4) に同じ