磨耗一定の歯形（第一報）

新井　敏　正
木村　行　男（學生）

1. 磨耗による歯形の變形

一組の歯車が噛合つて驅動されるとピツチポイント以外では必ず滑りを生じ磨耗が起る。從つて嚴密に言えば少しでも驅動された歯車はその歯形曲線に変化を起して最初と異つた狀態の噛合をする筈である。例えばインボリュート歯車では歯先と歯本とが著しく磨耗するから次第に正しいインボリュートから外れて来てその程度が甚しくなると運転の円滑を欠くようになり、强度の上からは尙十分であるにもかゝわらず交換せねばならない。

そこで歯車の磨耗に対する寿命を長くするには耐磨耗性の大きな材料を用いて磨耗の絶対量を少くする方法と適当な歯形曲線を用いて磨耗後も最初の曲線をその儘保持させる方法との二つがある。後者が即ち磨耗一定の歯形であつて第1図の如く磨耗後の歯形が最初の歯形を歯車軸を中心として或微小角 ε だけ回転したものとなる。

2. 考慮さるべき條件

歯車の磨耗には一般に起る全面磨耗と特殊の條件の下に起る斑磨耗との二種があるが此の場合斑磨耗は全然考慮に入れず專ら全面磨耗に就てのみ取扱つた。

又歯車の磨耗のフアクターとして滑り率、全荷重・磨耗の方向・潤滑油の種類溫度・荷重の変化狀態・ピツチ誤差・取付誤差等があるが此処では理論的数式的に扱い易い滑り率・荷重・磨耗の方向の三條件のみを取上げ、その他のものには論及しない事にした。

更に理論を進めるに当つて常識的に次の三つの假定を設けた。

1）摩擦係数 μ は荷重の大さ滑りの大さ如何に係らず常に一定である。

2）同時噛合数は1又は2等整数としピツチ円周上の傳達力は一組の歯に対して常に一定である。

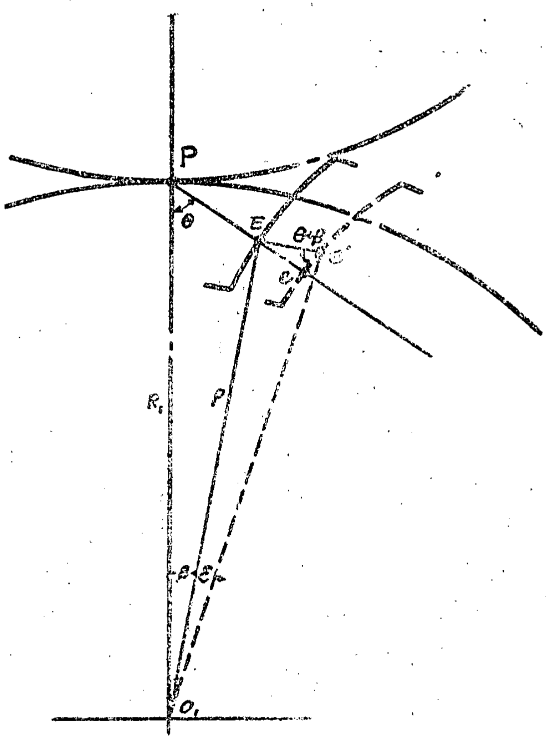
3）磨耗の深さは歯面上の單位微小長さの間に消費される摩擦仕事に正比例する。

3. 磨耗一定の歯形

dt時間に於ける摩擦損失仕事dFは

$$dF=\mu\frac{N}{\sin\theta}\,(dl_1\sim dl_2)$$

從つて o_1 車歯面の單位長当りの摩擦損失仕事は $\dfrac{dF}{dl_1}$ で



第 1 図

$$\frac{dF}{dl_1}=\mu\frac{N}{\sin\theta}\cdot\frac{dl_1\sim dl_2}{dl_1}$$

この最後の因数は O_1 車の滑り率で

$$\frac{dl_1\sim dl_2}{dl_1}=\frac{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}}{\dfrac{\cos\theta}{r}-\dfrac{\sin\theta}{r'}\mp\dfrac{1}{R_1}}$$

であるからこれを上式に代入すると

$$\frac{dF}{dl_1}=\mu\frac{N}{\sin\theta}\cdot\frac{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}}{\dfrac{\cos\theta}{r}-\dfrac{\sin\theta}{r'}\mp\dfrac{1}{R_1}}\qquad(1)$$

然るに歯面直角の磨耗の深さは $\dfrac{dF}{dl_1}$ に比例するから

$$\overline{Ee}=\mathrm{const}\frac{dF}{dl_1}$$

円周上で測つた（半径に直角）磨耗の深さは

$$\overline{Ee'}=\frac{\overline{Ee}}{\sin(\theta+\beta)}=\mathrm{const}\frac{1}{\sin(\theta+\beta)}\cdot\frac{dF}{dl_1}\qquad(2)$$

$\triangle O_1EP$ より

$$\frac{\rho_1}{\sin\theta}=\frac{R_1}{\sin(\theta+\beta)}\qquad(3)$$

磨耗による歯形上の点の移動を角度 ε で表わしこれに(1)(2)(3)を代入すれば

$$\varepsilon=\frac{\dot{\overline{Ee'}}}{\rho_1}=\frac{\dfrac{\mathrm{const}}{\sin(\theta+\beta)}\dfrac{dF}{dl_1}}{\dfrac{R_1\sin\theta}{(\sin\theta+\beta)}}$$

$$=\frac{\mathrm{const}}{R_1\sin\theta}\mu\frac{N}{\sin\theta}\frac{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}}{\dfrac{\cos\theta}{r}-\dfrac{\sin\theta}{r'}\mp\dfrac{1}{R_1}}$$

$$=\mathrm{const}\,\mu N\frac{\dfrac{1}{R_1}\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}\right)}{\sin^2\theta\left(\dfrac{\cos\theta}{r}-\dfrac{\sin\theta}{r'}\mp\dfrac{1}{R_1}\right)}$$

$$=\mathrm{const}\frac{1}{\sin^2\theta\left(\dfrac{\cos\theta}{r}-\dfrac{\sin\theta}{r'}\mp\dfrac{1}{R_1}\right)}\qquad Ⓐ$$

Ⓐ式に於て

$$\sin^2\theta\left(\frac{\cos\theta}{r}-\frac{\sin\theta}{r'}\mp\frac{1}{R_1}\right)\equiv k_1\qquad(4)$$

がconstならば歯面の磨耗は歯形曲線に變化を起させることなく唯全体を ε だけ回転させたと見倣すことができる。

同様にO_2車に就て考うれば

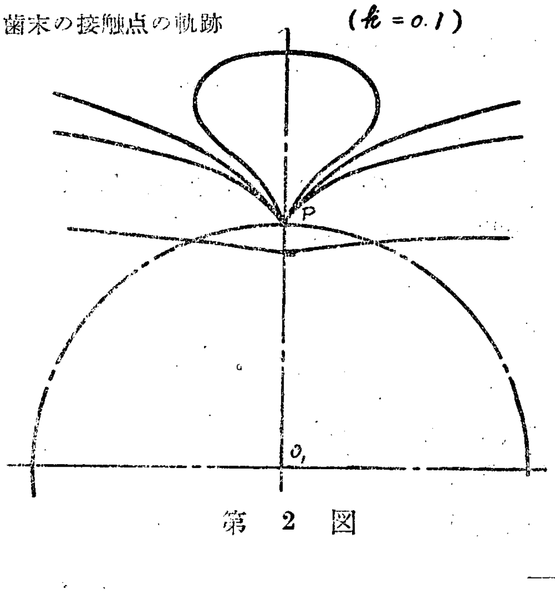
$$\sin^2\theta\left(\frac{\cos\theta}{r}-\frac{\sin\theta}{r'}\pm\frac{1}{R_2}\right)\equiv k_2\qquad(5)$$

が const ならば歯面の磨耗は歯形曲線に變化を起させないことになる。

この(4)(5)兩式が同じ $r\ \theta$ で満足されるならば（同じ curve を表わすならば）O_1O_2 両車共にその磨耗が一定となるが、これは外歯車に於ては不可能であるから $O_1\ O_2$ 両車の磨耗程度が略ゝ同じ場合即ち同種材料で作つた歯車の嚙合に就ては磨耗一定の歯形は存在し得ない。

しかし靜音歯車の如き異種の材料を用い軟質材料（生皮・ベークライト・フアイバー等）の磨耗程度が硬質材料（金属）に比べて遙かに高い場合には硬質材料の磨耗を無視すれば軟質材料のみに磨耗一定の條件が成立すれば良いので

歯末の接触点の軌跡　　($k=0.1$)

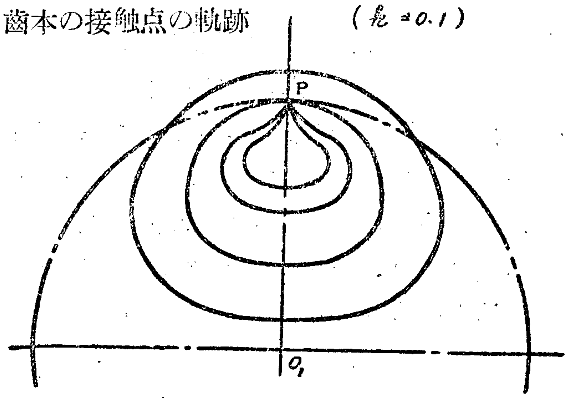


第 2 図

この見地からは磨耗一定の歯形が存在することになる。

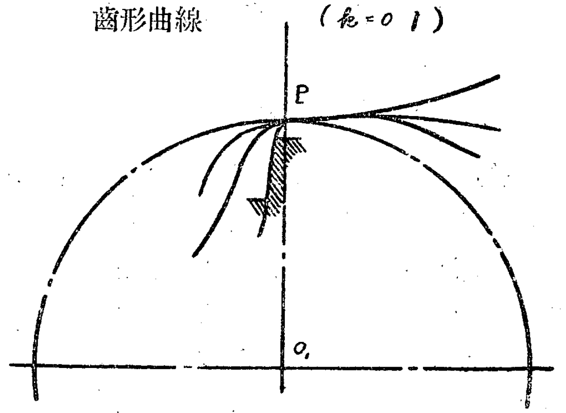
その接触点の軌跡は(4)式のk_1に適当な値を入れたものであるからこれを図式解法によつて求め更にこれに対応する歯形を求むれば第2圖～第4図の如くなる。

歯本の接触点の軌跡　　($k=0.1$)



第 3 図

歯形曲線　　($k=0.1$)



第 4 図

4. 結　　論

この歯形に就て次の様な事が言える。

1）同じk_1の値に対して歯末歯本が別々に無数に求められそのいづれを結んでもよい。

2）歯末歯本のつなぎ合せ即ちピツチポイント附近に無用の水平部を作る。

3）歯末は一般に水平に近く圧力角の大きい嚙合をするから歯形としては不利である。

4）歯本もピツチポイント附近は歯形として感心しないがその下方に歯形として撰定し得べき適当な部分を有する。

5）従つてこの歯形を歯車に採用するには歯末を省いて歯本のみを持つA歯車の形式をとらせるのが有利である。

5. 附　　言

1）此の論文は昭和24年11月26日機械学会九州支部に於て発表したものである。

2）目下この歯形を実験的に研究する為の試験機を設計中でその実験結果は第二報として発表の豫定である。