

本実験を手傳われた学生諸君ならびに機械工場  
の諸氏にあつく感謝の意を表する。

(1)例え

“Tooling for Hot-Machining of Hard-  
to-Cut Metals” James, Machinery 1950  
“Are We Slowpokes at Machining?”  
Tangerman, Am. Machinist 1950

(2)例え

「超高速切削について」伊藤鎮  
1950, 10, 26 機械学会講演会  
1951, 4, 3 機械学会講演会

(3)例え 西日本重工広島造船所造機部などの現場  
で実施されつつある

(4)「高速切削と高温切削」佐藤健児  
精密機械誌 17巻2号 (1951)

(5)「金属材料」三島徳七

(6)機械学会論文集16巻53号 (1950) P66.

## 水平管における砂輸送公式の一表示法と 比較的小さい管に適用できる砂輸送公式

山 根 信 太 郎

### 1. まえがき

砂と水との混合水を水平管路に流して砂を沈  
澱せしめることなく輸送する場合、砂の運動に  
三種の形態がある。その一つは浮遊であつて水  
の乱れの分速度が管軸方向に対して垂直なる方  
向にも存在するため、はげしい輸送速度の吹き  
とばしによる砂の飛散運動と共に、砂が重力の  
影響を殆んど失う場合である。これは水の速度  
が早く砂の粒子が小さいときあらわれる。その  
二つは跳躍でこれは砂粒子のもつ質量が大き  
いため、水平輸送速度が砂を飛散回転させるエ  
ネルギーや水の渦のもつ管軸に垂直なる方向の分  
速のエネルギーだけでは、十分に重力の影響が  
失われない場合で、砂は水平輸送速度で吹き飛  
ばされつつ管底を基線とする一種の跳躍運動を  
する。それから第三のタイプは転動でこれは砂  
の質量が跳躍の場合よりもさらに大きく、その  
ため重力の影響が圧倒的に大きくなり、砂はほ  
とんど管底をはなれることなく転る場合であ  
る。かくの如く砂が水中を輸送される型式とし  
ては三つある訳であるが、砂を十分な安全性を  
もつて輸送できる型式は浮遊である。しかしな  
がら砂粒子の大きさによつては完全に砂を浮遊  
状態におくにはきわめて大なる輸送速度を要し  
費用の点から止むを得ず跳躍、もしくは転動を  
選ぶ場合もある。がいずれにせよ、流体輸送の

設計に際して砂粒子の直径が興えられたとき、  
これをほぼ浮遊ならしめる輸送速度が推定でき  
ることは重要な事である。しかるに現在ではこ  
れらの輸送速度、輸送管径及び粒子直径の三  
つの量の間を関係づける試みは行われていな  
いようである。よつて筆者はここに浮遊の条件と  
次元解析とを用いて、主として浮遊の場合に適  
用できる、粒子直径、水平輸送速度、及び輸送  
管径に関する一般関係式を導き、これを文献に  
よつて確しかめ、レイノルズ数の或範囲ではあ  
るが砂に適用できる浮遊輸送公式を作つてみた  
ものである。

### 2. 浮遊の条件

砂の浮遊がいかなる理由によつて生ずるかは  
簡単には決められない問題である。しかしその  
主な理由が水の乱れ、すなわち渦による水の速  
度の変動に原因することは首肯できる所であ  
らう。すなわちこれは水の渦塊のもつ回転運動  
のエネルギーの一部が砂粒子の沈降する速度を  
阻止する結果、砂を浮遊状態におくからである  
。よつてここでは浮遊は水の乱れによつてのみ  
起こるものとし、その外の原因は一応除外して  
考えるものとする。しかして簡単なため管を二  
次元と考え、管軸に水の進行方向をとつて  $x$  軸  
としこれに垂直なる方向を  $y$  軸とする。又  $x$  軸  
方向における水の乱れの変動分を  $u$ ,  $y$  軸方向の

変動分を  $v$  とすれば、砂粒子の運動方程式は次の如く表わせる。すなわち

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = a(V - u')^2 \quad (1a)$$

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = -mg' + a(v - v')^2 \quad (1b)$$

但し  $u' = x$  軸方向の砂粒子の速度

$v' = y$  軸方向の砂粒子の速度

$a = \text{係数} = 1/2 S \rho C_d$

$S = \text{砂の断面積}$

$\rho = \text{水の密度}$

$C_d = \text{砂の抗力係数} = f(Nr), \quad Nr = \frac{v' ds}{\nu}$

$g' = \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_s} g, \quad ds = \text{砂粒子直径}$

$\rho_s = \text{砂の密度} \quad g = \text{重力の加速度}$

$V = \text{水の水平輸送速度}$

さて (1b) 式を砂の限界沈降速度  $y'_t$  で示すために変形すれば

$$\frac{d^2y}{dt^2} = g' \left[ \left( \frac{v - v'}{y'_t} \right)^2 - 1 \right] \quad (2)$$

$$\text{但し} \quad y'_t = \sqrt{\frac{mg'}{a}}$$

そこで (2) 式に依つて浮遊の具体的条件を求めてみよう。この (2) 式は一種の砂の落下法則を示す微分方程式であるからこの右辺の示す符号は砂の落下の模様を指示するものである。すなわち右辺の正なるときは砂は  $y$  軸に対して正なる方向に加速され、負なるときは減速される。そして零なるときは加速もされず減速もされない平衡状態となる。従つてもし砂を常に浮遊状態におかうとすれば少くとも右辺は 0 もしくは正にならねばならぬ。すなわち

$$v - v' \geq y'_t$$

$$v \geq y'_t + v'$$

でなければならぬ。依つてこれを等式化するために次の如く表わせば

$$v = \kappa y'_t \quad (3)$$

(4) 式は  $\kappa \geq 1$  に従つて上述の条件を満足する。故にこれをもつて浮遊の条件式とする。ここに  $\kappa$  は数式では求めることのできない常数であるが一般の場合には  $\kappa > 1$  である。もし  $\kappa = 1$  とすれば (4) 式は

$$v = y'_t \quad (3')$$

となつて砂が上昇も下降もしない浮遊としては最小の条件を得る。

### 3. 次元解析

浮遊の条件に従えば砂の限界沈降速度と水の乱れの  $y$  軸方向の変動速度分  $v$  との間には (4) 式が成立するのであるから、何等かの方法に依つてこの  $v$  と輸送速度  $V$ 、輸送管径  $D$  とを関係づけることができれば、砂粒子直径  $ds$  と輸送速度  $V$  及び輸送管径  $D$  との関係式を求めることができる。そこでこの水の変動速度分  $v$  を次元解析で求めてみよう。まず最初に  $v$  は管内の任意の点の  $y$  方向の変動速度を表すものとし管の伸長による乱れの減衰は考えないことにする。しかるときは次元解析では  $v$  の原因となる量を網羅して考えるのであるから、 $v$  は次の量、すなわち輸送速度  $V$ 、輸送管径  $D$ 、水の粘性係数  $\mu$ 、水の密度  $\rho$ 、及び管底からの距離  $y$  の函数であるとする。すなわち

$$v = f(V, \rho, \mu, D, y)$$

しかるにこれでは未知数が 2 個残ることになるので  $y$  を  $y/r_0$  ( $r_0 = \text{半径}$ ) と取り無次元函数として  $\phi(y/r_0)$  を別に考慮するとすれば

$$v = f(V, \rho, \mu, D, \cdot) \phi\left(\frac{y}{r_0}\right)$$

そこで今  $k$  を無次元係数として

$$v = kf(V^\alpha \rho^\beta \mu^\gamma D^n) \phi\left(\frac{y}{r_0}\right) \quad (4)$$

とおき両辺の次元を比較すれば

$$\left. \begin{aligned} \alpha - 3\beta - \gamma + n &= 1 \\ -\gamma - \alpha &= -1 \\ \beta + \gamma &= 0 \end{aligned} \right\}$$

これを解けば

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 1 - \gamma \\ \beta &= -\gamma \\ n &= -\gamma \end{aligned} \right\}$$

よつてこれを (4) 式に代入すれば結局

$$\begin{aligned} v &= kV^{1-\gamma} \rho^{-\gamma} \mu^\gamma D^{-\gamma} \phi\left(\frac{y}{r_0}\right) \\ &= kV^{1-\gamma} \left(\frac{\nu}{D}\right)^\gamma \phi\left(\frac{y}{r_0}\right) \end{aligned} \quad (5)$$

$$= kV \left(\frac{1}{Re}\right)^\gamma \phi\left(\frac{y}{r_0}\right) \quad (6)$$

$$\text{但し} \quad Re = \frac{VD}{\nu} \quad \text{及び} \quad \nu = \frac{\mu}{\rho}$$

これをみれば管内の任意点の乱れの  $y$  軸方向の変動速度  $v$  はレイノルズ数  $Re$ 、輸送速度  $V$ 、及び無次元数  $y/r_0$  の函数となることがわかる。しかしこのままでは (6) 式は未知函数  $\phi(y/r_0)$  を含むため実用にならない。その理由はこの  $v$

を管内の任意点の速度と考えたためである。よつてこの考えを改めて  $v$  をその断面全面に互つて平均された値を取るものとしその平均値

$$\frac{1}{r_0} \int_0^{r_0} \phi(\bar{y}/r_0) dy = Const \quad (7)$$

を無次元常数  $k$  の中に含ませるとすると(6)式は

$$\bar{v} = C' V Re^{-\gamma} \quad (8)$$

となつて実用に便利な  $\bar{v}$ ,  $V$ ,  $Re$ , との一般的关系式となる。そこでこれに浮遊の条件式(4)を適用すると

$$y'_t = \frac{C'}{k} V Re^{-\gamma} = C V Re^{-\gamma} \quad (9)$$

$$\text{又 } y'_t = \sqrt{\frac{mg'}{a}} = \sqrt{\frac{2mg'}{C_d S \rho}} \quad (10)$$

いわゆる粒子の沈降速度(粒子の直径  $ds$ ) と輸送速度  $V$ , 及び輸送管径  $D$  との関係をここに求め得た訳である。故にもし  $C$  と  $\gamma$  とが決定できればこの関係を用いてパイプ径が与えられたとき、浮遊を現出する程度の砂粒子直径を求めることができる。のみならずこれより浮遊になる場合と浮遊にならない場合の砂粒子直径を区別することができよう。さらにこれを變形して

$$\begin{aligned} V &= C^{-\frac{1}{1-\gamma}} y'_t \left( \frac{y'_t D}{\nu} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \\ &= C^{-\frac{1}{1-\gamma}} y'_t (r)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{但し } r = \frac{y'_t D}{\nu} \quad (12)$$

とすれば粒子の限界沈降速度(従つて粒子直径)と輸送管径が与えられた場合にこの砂粒子を浮遊させるに必要な最少速度を求めることができ

る。但し  $r$  は普通の意味でのレイノルズ数ではないが形式的にはよく似た無次元数で(11)式の計算に限つて使用されるものである。

#### 4. 輸送公式

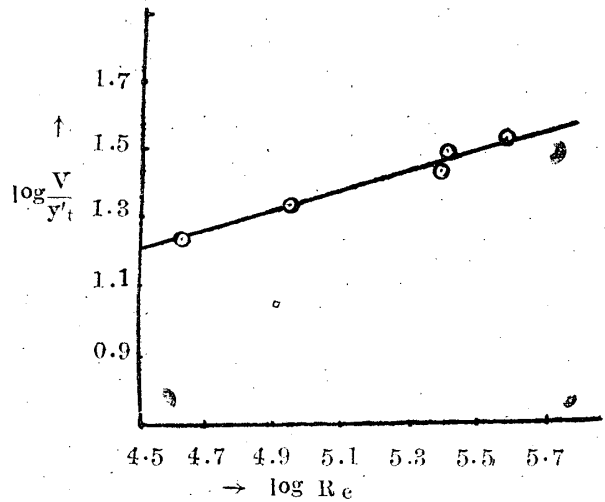
(9)式における  $r$ ,  $C$ , を決定するために、(9)式を變形して

$$\frac{V}{y'_t} = K Re^{\gamma}$$

とすればこれは指数公式であるから両辺の対数を取つて

$$\log \frac{V}{y'_t} = \log K + \gamma \log Re$$

とすれば一般には  $\log \frac{V}{y'_t}$  と  $\log Re$  の関係は曲線で表わされるであろう。しかるにもし  $\gamma =$



第1図

$\frac{V}{y'_t}$  とレイノルズ数の関係

第一表

パイプ直徑 D cm	濃度 %	粒子径 ds mm	沈下速度 $y'_t$ cm/sec	最小輸送速度 V m/sec	$\frac{V}{y'_t}$	レイノルズ数 Re		
フランス	72	10	0.3	5.3	1.2	22.6	85500 } (1)	
フランス	72	30	0.3	5.3	1.40	26.4		
アメリカ ブラッチ	25		0.63	9.5	1.64	17.3		41600
アメリカ ホーグルン	75		0.65	9.7	2.80	28.8		214000
アメリカ ハワード	100	15	0.38	6.2	2.26	36.4		245000
アメリカ ハワード	100	30	0.38	6.2	2.80	45.2		280000
アメリカ	100	15	0.65	9.7	3.5	36.0		350000

定であればこの式は直線となつて使用に便利な形となる。そこでこれを確かめるため、第一表の如きデータに依りおのおの場合について  $Re$  と  $V/y'_t$  を求め、両者の対数をグラフ上にプロットしてみると第一図に示す如くほぼ一直線上にのる。よつてこれは公式としてもつとも簡単な形にまとめられるものであるから図より  $K$  及び  $\gamma$  を求めてみると  $K=1.01$   $\gamma=0.37$  従つて  $C=3.0$  を得る。但し傾斜角の正切  $\gamma$  を求める際には主観的にならないよう最小自乗法によつた又この際使用した沈降速度等は計算によらずクレイの丸味ある川砂に対する実験公式

$$ds < 0.15 \text{ cm} \text{ にて } ds = \frac{0.007}{r_s - 1} (y'_t)^{1.2} \text{ cm}$$

によつた。これは使用したデータが砂に対するものであるため計算で求めた値を用いては正しい結果が求められないと考えたからである。又第一表中プラッチとホーゲルソンのデータには濃度の指定はないがこれは普通の濃度と記してあつたので 10~15% の範囲にはいるものと解釈した。これをグラフにプロットした結果はほぼこの推定の正しいことを示している。それから濃度 30% のものについてはデータが不足のため確定値は得られなかつた。かくして上に求めた  $C$  と  $r$  とを (9) 式に代入すれば浮遊を現出する程度の砂に対し次の輸送公式を得る。すなわち濃度 10~15% に対して

$$y'_t = 3.0 V Re^{-0.37} \quad (13)$$

$$V = 0.175 y'_t (r)^{0.59} \quad (14)$$

$$r = \frac{y'_t D}{\nu}$$

しかしながら上式の  $r = \text{一定}$  なる範囲はレイノルズ数の広い範囲に亘るものではない。それはレイノルズ数の或範囲 ( $10^6$ ) 以上のものになると水の浮遊能力が管径(従つてレイノルズ数)にほぼ無関係な形となることが指摘されるからである。たとえば粒体の空気輸送などで輸送速度が管径にほとんど無関係に与えられることはさうであるし、水に於てもパイプ径が大きくなると (10吋~30吋) 輸送速度の増加は管径の増大に比較すると割合に緩慢である。これは  $r$  の値の小さいことを意味するものに外ならない。従つて公式の適用範囲はなるべく内輪に見積り  $10^4 \sim 10^5$  までを採るものとする。

### 5. 理論より求めた式と次元式との比較

次元解析で求めた (6) 式は次のようにしても導くことができる。但し次元解析の場合は混合水の場合をも予想するものであるがここに導く式の場合は混合物のない水におけるものである。今管内に  $y$  軸に対して垂直なる任意の断面を考え、この単位面積を通過して単位時間に移動する運動量を考えれば  $\rho uv$  である。しかるに乱れの現象は任意の点に於ける流体塊がその点の運動量をもつて任意の他の点に移動する間に水の粘性に依つてエネルギーを失う過程であるから、この運動量  $\rho uv$  はこの断面に発生している

剪断力とみることができる。しかも速度変動分  $u$  と  $v$  とは同一のオーダーであるから

$$\rho uv = \rho v^2 = \tau$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{\rho}{\tau}} \quad (a)$$

しかるに  $\tau_0$  を壁面に発生する剪断力とすれば  $\tau$  と  $\tau_0$  の間には

$$\tau = \tau_0 \left(1 - \frac{y}{r_0}\right)$$

なる関係があるから

$$v = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \sqrt{1 - \frac{y}{r_0}} \quad (b)$$

更に単位長のパイプについては次の関係があるから

$$dP = \rho \frac{\lambda}{D} \frac{V^2}{2}$$

$$\tau_0 \pi D = \frac{\pi}{4} D^2 dP$$

この 2 式より

$$\frac{\tau_0}{\rho} = \frac{\lambda}{8} V^2 \quad (c)$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{\lambda}{8}} V \sqrt{1 - \frac{y}{r_0}} \quad (6a)$$

を得る。レイノルズ数  $10^4 \sim 10^6$  では若干適用範囲を異にするが  $\lambda$  を滑らかな円管に対するブラジウスの公式で表わせば

$$\lambda = 0.361 Re^{-0.25}$$

$$\begin{aligned} \therefore v &= \sqrt{\frac{0.361}{8}} V Re^{-0.125} \sqrt{1 - \frac{y}{r_0}} \\ &= C_0 V Re^{-\gamma} \sqrt{1 - \frac{y}{r_0}} \quad (6b) \end{aligned}$$

すなわちこの (6b) 式はさきに次元式で求めた (b) 式と全く同一の型式をもつことがわかる。しかもこの式によれば次元解析では不明であつた無次元函数  $\phi$  が

$$\phi \left( \frac{y}{r_0} \right) = \sqrt{1 - \frac{y}{r_0}}$$

なる  $y$  に関する拋物線であることを知る。唯この際気懸りであるのは  $r = 0.125$  で、これが  $r = 0.37$  と相当大きい開きをみせていることであるが、これは最初にも断つたように理論的に導いた式は混合物のない場合であり、筆者の求めた式は水中に砂を混合した場合であるので相違はむしろ当然であらうと思われる。しかし筆者の求めた  $r = 0.37$  はレイノルズ数の比較的小さい

範囲に適用するものでありこれ以外の範囲ではこんなにまで相違はしないかもしれない。これについては濃度の異なる場合と同様今後の研究にまたねばならないものである。

C. 結 言

上述の所論は要するに砂粒子直径  $d_s$ , 輸送速度  $V$  及び輸送管径  $D$  の三つの量をいかに関係づけるかについて理論的な考察を行つたものである。しかしてこれを文献に徴して係数を定め実用できる輸送公式を与えたものであるが、輸送公式は文献が少くこれのみを以て公式と断定するにはいささか危険であらう。

しかしながらこれをもつて砂の粒子を浮遊の状態に近い条件で輸送しうるみとおしはつけることができる。又本論文で求めた  $V, D, d_s$  の関係はデータさえあればレイノルズ数の広い範囲に適用できるものであるし、水のみならず空気、その他のガスの場合にも適用できるものであるから公式の表示法としては広い応用をもつものである。

(註)

- (1) P. Durepaire, Dredging Research in France, the Dock and Harbour Authority, July 1939.
- (2) Proceedinge of The A. S. C. E. Dec. 1938.
- (3) 全 土

## 研削トイシの組織について

田 中 重 芳  
松 井 正 己

(1) 緒 言

研削トイシの組織の変化が研削作業に及ぼす影響は非常に大きくて、調整された組織をもつトイシは研削屑の排除が良好で切れ味がすぐれ、工作物の発熱を減少し切込量を増大せしめる。組織とは普通「単位体積中に配列するト粒の密度の変化を示すもの」と考えられている。従つて厳密には気孔率とは意味を異にするのであるが気孔率によつても大體組織をあらわしうるものと考えられる。又ある説によれば「ト粒の材質、粒度、硬さの定まつたトイシにおいてその研削能力を支配するものは工作物との接触面に配列されたト粒の尖鋭なる双頭の数と研削屑を排除するための気孔率の二つであるから、トイシの性格を表現するためにはト粒の密度の他に気孔率を表示する必要がある」といわれている。これでいけば広意味の組織としてト粒の密度と気孔率とをあらわすべきことになる。いづれにしても気孔率はトイシの組織に密接な関係をもつものであるから種々の粒度、硬さのトイシ試験片について気孔率を測定した。なお気孔率測定には色々な方法があり、比重を測定するもの、通気度を測定するもの、排水率を測定するもの等があげられる。いま通気度を主

に測定し、参考までに同じトイシについて気孔率(比重測定法によるものを狭義の気孔率と稱する)と排水率を測定した。過去の研究としては、渡辺氏の論文(気孔率、排水率)及び正野崎氏の論文(通気度)がありこれらを参考にした。又今後の計画としては普通の意味の組織をスタンプ法で測定しこれと比較するつもりである(ふつうの意味の組織測定については大越、渡辺両氏の表面あらさ測定法、塩崎氏のスタンプ法等の論文がある)。なお最近審議中の組織の規格案中のト粒率の式もこのトイシにあてはめて求めてみた。

[2] 組織測定法

(1) 通気度測定法

通気度のあらわし方を(1)式のように定義する。この式は鋳物砂の通気度に用いられているがトイシの場合においても妥当であることを確めた(後記)。

$$\text{通気度} = \frac{V \cdot H}{A \cdot P \cdot T} \dots\dots\dots (1)$$

ここで

- $V$  = トイシを通過した空気容積(cc),
- $H$  = トイシの厚さ(cm),
- $A$  = トイシの表面積(cm<sup>2</sup>),