$$+\Big(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}\Big)^2\cdot\Big\{\Big(\frac{M(0)}{\beta_1\beta_2}+\frac{M(\beta_1)e^{\beta_1 t}}{\beta_1(\beta_1-\beta_2)}+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2 t}}{\beta_2(\beta_2-\beta_1)}\cdot\eta+F_0(t)\Big\}+\frac{2}{k}\Big(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}\Big)\Big\{\eta\Big(\frac{M(\beta_1)e^{\beta_1 t}}{\beta_1-\beta_2}$$

$$+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2 t}}{\beta_2-\beta_1}\Big)+\frac{d}{dt}F_0(t)\Big\}+\frac{1}{k^2}\Big\{\eta\Big(\frac{\beta_1 M(\beta_1)e^{\beta_1 t}}{\beta_1-\beta_2}+\frac{\beta_2 M(\beta_2)e^{\beta_2 t}}{\beta_2-\beta_1}\Big)+\frac{d^2}{dt^2}F_0(t)\Big\}\Big]\cdot d\eta\Big]\cdot d\xi$$

$$+z\Big\{\frac{M(0)}{\beta_1\beta_2}+\frac{M(\beta_1)e^{\beta_1 t}}{\beta_1(\beta_1-\beta_2)}+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2 t}}{\beta_2(\beta_2-\beta_1)}\Big\}+F_0(t)\Big\}\Big\}+\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4}{ab}\,\frac{\big(\cos\frac{\mu_l}{a}x+\frac{h_1a}{\mu_l}\sin\frac{\mu_l}{a}x\big)}{\big(1+\frac{2h_1a+h^2_1a^2}{\mu^2_l}\big)}\cdot$$

$$\frac{\big(\cos\frac{\mu_m}{b}y+\frac{h_1b}{\mu_m}\sin\frac{\mu_m}{b}y\big)}{\big(1+\frac{2h_1b^2+h_1b^2}{\mu^2_m}\big)}\times\Big\{\Big\{\int_0^z(z-\xi)\cdot\Big[\Big(\frac{\mu_l^2}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}\Big)\cdot\xi\cdot\Big(\frac{M(0)}{\beta_1\beta_2}+\frac{M(\beta_1)e^{\beta_1 t}}{\beta_1(\beta_1-\beta_2)}+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2 t}}{\beta_2(\beta_2-\beta_1)}\Big)$$

$$+\frac{\xi}{k}\Big(\frac{e^{\beta_1 t}M(\beta_1)}{\beta_1-\beta_2}+\frac{e^{\beta_2 t}M(\beta_2)}{\beta_2-\beta_1}\Big)+\Big(\frac{\mu^2_l}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}\Big)^2\int_0^{\xi}\Big\{-k(\xi,\eta)\Big\}\cdot\Big\{\eta\Big(\frac{M(0)}{\beta_1\beta_2}+\frac{e^{\beta_1 t}M(\beta_1)}{\beta_1(\beta_1-\beta_2)}$$

$$+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2 t}}{\beta_2(\beta_2-\beta_1)}\Big)\Big\}d\eta+\frac{2}{k}\Big(\frac{\mu_l^2}{a^2}+\frac{\mu^2_m}{b^2}\Big)\int_0^{\xi}\Big\{-k(\xi,\eta)\Big\}\cdot\Big\{\frac{e^{\beta_1 t}M(\beta_1)}{\beta_1-\beta_2}+\frac{M(\beta_2)e^{\beta_2 t}}{\beta_2-\beta_1}\Big\}\cdot\eta\cdot d\eta$$

$$+\frac{1}{k^2}\int_0^{\xi}\Big\{-k(\xi,\eta)\Big\}\cdot\Big\{\frac{e^{\beta_1 t}\beta_1 M(\beta_1)}{\beta_1-\beta_2}+\frac{e^{\beta_2 t}\beta_2 M(\beta_2)}{\beta_2-\beta_1}\Big\}\cdot\eta\cdot d\eta\Big]\cdot d\xi+z\cdot\Big(\frac{M(0)}{\beta_1\beta_2}+\frac{e^{\beta_1 t}M(\beta_1)}{\beta_1-\beta_2}$$

$$+\frac{e^{\beta_2 t}M(\beta_2)}{\beta_2-\beta_1}\Big)\Big\}\Big\} \qquad (49)$$

熱輻射を伴う有限長さの圓壔の熱傳導の近似解

村川勝彌・倉重義助(學生)・佐藤大說(日立製作所)

1. 緒　言

有限円壔が炉内で加熱される場合を近似境界條件を用いて解いた

2. 熱傳導微分方程式と境界條件

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=k\Big(\frac{\partial^2\theta}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\theta}{\partial r}+\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}\Big) \qquad (1)$$

$$\Big(\frac{\partial\theta}{\partial z}-\frac{h}{K}\cdot\theta\Big)_{z=0}=0 \qquad (2)^{1)}$$

$$\Big(\frac{\partial\theta}{\partial z}+\frac{h}{K}\cdot\theta\Big)_{z=l}=0 \qquad (3)$$

$$\Big(\frac{\partial\theta}{\partial r}-\frac{4h}{K}(T_m-\theta)\Big)_{r=a}=0 \qquad (4)^{2)}$$

$$(\theta)_{t=0}=0 \qquad (5)$$

絶対溫度の四乘に比例するという輻射に關するStefan の法則を簡單にして、溫度差に比例するという Newton 法則に、なおすとき、なるべく Stefan の法則に一致するように境界條件を(2), (3), (4) の如く、近似的に取る。

$\theta=T-T_0$, $h=\sigma T^3_m$, K＝熱傳導率、σ＝輻射常数, k＝溫度傳播率、T_m＝炉内溫度°k, $G=4hT_m/K$,

3. 温度分布θ:

(2), (3) を滿足するためには,

$$\theta\infty y(t,r)\cdot\Big(\cos\cdot\frac{\mu_n}{l}\cdot z+\frac{h\cdot l}{K\cdot\mu_n}\cdot\sin\cdot\frac{\mu_n}{l}\cdot z\Big)$$

μ_nは $\tan\cdot x=\dfrac{2l(h/K)\cdot x}{x^2-(h/K)^2\cdot l^2}$ の根である。

(1) に代入して

$$\frac{\partial y}{\partial t}=k\Big(\frac{\partial^2 y}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial y}{\partial r}-\Big(\frac{\mu_n}{l}\Big)^2\cdot y\Big)$$

(5) の條件を用いて、ラプラス変換

$\phi(p)=p\int_0^\infty e^{-pt}\cdot f(t)\cdot dt$, 逆変換$f(t)=\frac{1}{2\pi i}\cdot\int_{Br_1}e^{zt}\cdot\phi(z)\cdot\frac{dz}{z}$, $L\{y\}=u$ を、おこなえば

$$\frac{d^2u}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{du}{dr}-\left\{\left(\frac{\mu_n}{l}\right)^2+\frac{p}{k}\right\}\cdot u=0 \qquad (6)$$

と、なるから有限な解だけ取れば結局、次のようになる。

$$u=A\cdot J_0\left[i.r\left\{\left(\frac{\mu_n}{l}\right)^2+\frac{p}{k}\right\}^{\frac{1}{2}}\right] \qquad (7)$$

J_0は第一種の零階の Bessel 函数

(4) の條件から

$$A=\frac{G}{4h/K\cdot J_0\left[i\cdot a\left\{\left(\frac{\mu_n}{l}\right)^2+\frac{p}{k}\right\}^{\frac{1}{2}}\right]+J_0'\left[i\cdot a\left\{\left(\frac{\mu_n}{l}\right)^2+\frac{p}{k}\right\}^{\frac{1}{2}}\right]}$$

留数計算をして逆変換を、おこなへば

$$y(t,r)=\frac{GJ_0[ir\frac{\mu_n}{l}]}{\frac{4h}{K}J_0[ia\frac{\mu_n}{l}]+J_0'[ia\frac{\mu_n}{l}]}+\sum_{m=1}^{\infty}\left[\frac{e^{pt}\cdot J_0[ir\{(\frac{\mu_n}{l})^2+\frac{p}{k}\}^{\frac{1}{2}}]\cdot G}{p\cdot\frac{d}{dp}\left\{\frac{4h}{K}J_0\left[ia\left\{(\frac{\mu_n}{l})^2+\frac{p}{K}\right\}^{\frac{1}{2}}\right]+J_0'\left[ia\left\{(\frac{\mu_n}{l})^2+\frac{p}{k}\right\}^{\frac{1}{2}}\right]\right\}}\right]_{p=p_m}$$

故に求むる解は次のようになる。

$$T=T_0+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\cos\frac{\mu_n}{l}z+\frac{hl}{K\mu_n}\sin\frac{\mu_n}{l}\cdot z\right)\cdot\left\{\frac{G\cdot J_0\left[i\cdot r\cdot\frac{\mu_n}{l}\right]}{\frac{4h}{K}J_0\left[ia\frac{\mu_n}{l}\right]+J_0'\left[ia\frac{\mu_n}{l}\right]}\right.$$

$$\left.+\sum_{m=1}^{\infty}\left[\frac{e^{pt}\cdot J_0\left[ir\left\{(\frac{\mu_n}{l})^2+\frac{p}{k}\right\}^{\frac{1}{2}}\right]\cdot G}{p\cdot\frac{d}{dp}\left\{\frac{4h}{K}J_0\left[ia\left\{(\frac{\mu_n}{l})^2+\frac{p}{k}\right\}^{\frac{1}{2}}\right]+J_0'\left[ia\left\{(\frac{\mu_n}{l})^2+\frac{p}{k}\right\}^{\frac{1}{2}}\right]\right\}}\right]_{p=p_m}\right\}$$

参考文献

1)：熱伝導論、川下研介著 277頁

2)：鋼の熱処理と作業標準，日本鉄鋼協会編 (1951)，20～22，頁

周邊が任意形状の固定板の自由振動

米 澤 博

1. まえがき

著者はさきに任意形状の周辺を有する板の自由振動の一解法を考え、それを周辺固定せる正方形板に適用して好結果をえた。[1] その後さらにこの方法を実験的に確めるため、後述の如き固定板につき実験により得た結果と、著者の方法により得た結果とを比較検討してみた。

2. 一般解法

壷井氏が湖水の振動に用いた方法[2]を板の振動に拡張して、板の振動中の撓みを次の如く極座標 (r,θ) を用いてあらわす。[3]

$$w=A_0J_0(kr_n)+B_0I_0(kr_n)+A_1J_1(kr_n)\cos\theta_n+B_1I_1(kr_n)\cos\theta_n+\cdots\cdots+A_{N-1}J_{N-1}(kr_n)\cos(N-1)\theta_n+B_{N-1}I_{N-1}(kr_n)\cos(N-1)\theta_n \qquad (1)$$

第1図のごとく周辺の形が $r=f(\theta)$ にてあらわされる板の周辺上の n なる点で固定條件が満足されるとする。すなわち (1) 式に固定條件を適用すると[4]