

組合繰返応力に対する耐久限度の条件式

大 野 元 明

1. 緒 言

金属材料の疲労耐久限度の条件については従来諸種の仮説が適用されているが、ここに筆者の立案した耐久限度に関する一般式を二次元繰返応力に対して概説しその計算例を掲げて実験結果と比較してみたいと思う。

所謂疲労耐久限度の条件としては繰返応力に基く何等かの量がその材料によって決る一定値に達するとき疲労破壊を起すに到るとするのが最も一般的な考え方である。繰返応力は静平均応力と両振繰返応力に分けられるが、これ等は夫夫別個の形で耐久性に影響を及ぼすものであろうと推定される。元来疲労は鋼等の延性材料については繰返剪断応力に基くとされ鋳鉄の如き脆性材料では繰返分離応力に原因すると考えられているが、筆者は鋼、鋳鉄などは同一原理に基いて疲労するものでただこれ等が相互に影響し合う程度が材料によって異なるものではないかと思う。即ちこの仮説は鋼、鋳鉄、ジュラルミン等の疲労は所謂八面体面に沿う剪断応力と其れに伴う歪によって起り、その歪は該面への垂直平均応力に左右されるだろうという考えのもとに、静垂応力の函数たる繰返剪断歪エネルギーが疲労エネルギーを構成するものと仮定して、また静応力自体は別個の相関エネルギーの形で耐久エネルギー量を減少せしめるという次の

[疲労エネルギー] + 係数 × [静エネルギー] = 一定の条件をたててみた。ここに係数は材料によって決る値を意味し、一定値もその材料についての値である。この条件は耐久限度について成立するもので式中には繰返数を含めず繰返しの一サイクルについて適用する。疲労エネルギーは前記の仮定から

[静垂直応力の函数] × [繰返剪断歪エネルギー]

とし静エネルギー項は鋼においては降伏を起さない平均応力の範囲では八面体面に関する静剪断歪エネルギー、降伏を起す如き大なる平均応力の範囲では全歪エネルギーを採ることにした、これは実験結果をも対照しての結果である。又延性材料では平均圧縮応力が降伏点を超える場合は形状変形に対する影響を導入することにした。鋳鉄其の他脆性材料では静エネルギー項は分離歪エネルギー又は剪断歪エネルギーの形をとることになる。なお本稿においては計算例は主として軟鋼について示すことにし脆性材料についての詳細な記述は後の機会に譲ることにする。

2. 耐久条件式

鋼などの延性材料についての耐久限度の条件を二次元繰返応力の場合に適用すると次の如くである。

$\sigma_1 \sigma_2 =$ 繰返主応力 (振幅の2倍)

$\sigma_{m1} \sigma_{m2} =$ $\sigma_1 \sigma_2$ 方向の平均静応力

$f(\sigma_{m\varphi}) =$ 八面体面に垂直な正静応力 $\sigma_{m\varphi}$ の函数

$f(\sigma_{m\varphi}') =$ " 負 " $\sigma_{m\varphi}'$ "

C = 材料によって決る一定値

(1) 降伏を起さない範囲

$$\sigma_{m1} + \sigma_{m2} \geq 0 \quad W_1 = f(\sigma_{m\varphi}) \cdot |(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2| + \rho |\sigma_{m1}^2 + \sigma_{m2}^2 - \sigma_{m1}\sigma_{m2}| = C \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\sigma_{m1} + \sigma_{m2} \leq 0 \quad W_2 = f(\sigma_{m\varphi}') \cdot |(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2| + \rho |\sigma_{m1}^2 + \sigma_{m2}^2 - \sigma_{m1}\sigma_{m2}| = C \quad \dots\dots\dots(2)$$

(2) 降伏を起す範囲

$$\sigma_{m1} + \sigma_{m2} > 0 \quad W_1' = f(\sigma_{m\varphi}) \cdot |(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_1^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2| + 1.73\rho [\sigma_{m1}^2 + \sigma_{m2}^2 - \frac{2}{m}\sigma_{m1}\sigma_{m2}] = C \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\sigma_{m1} + \sigma_{m2} < 0 \quad W_2' = f(\sigma_{m\varphi}') \cdot |(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2| + k\rho [\sigma_{m1}^2 + \sigma_{m2}^2 - \sigma_{m1}\sigma_{m2}] = C \quad \dots\dots\dots(4)$$

ここに $f(\sigma_{m\varphi}), f(\sigma_{m\varphi}')$ は第1図に示す如く $\sigma_{m1} + \sigma_{m2} = 0$ において1の値をとり $\sigma_{m1} + \sigma_{m2}$ の正側及び負側における別個の函数であつて材料によって異なるもの、 ρ は常数でこれも材料によって決る値をもつ。(3)の係数1.73は八面体面に関する剪断歪エネルギーを全歪エネルギーへ換算する係数で、(4)のKは圧縮変形のための修正係数を示しこれも材料によって異なる。

平均応力が零なる場合即ち両振にては

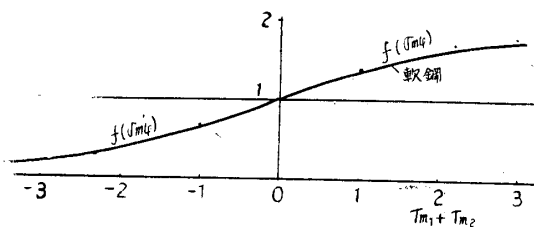
$$(3) \quad \sigma_{m1} = \sigma_{m2} = 0, \quad W_3 = |(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2| = C \quad \dots\dots\dots(5)$$

となる。(1)~(5)中の繰返剪断歪エネルギーに就ては軟鋼の如く静的引張と圧縮に対する応力歪図が降伏点附近まで略々対称的なものでは正、負の二主応力(一方が引張で他方が圧縮)が同時に作用する場合両者に対するエネルギーが同量に効くが、脆性的な材料になると引張に対する変形の方が圧縮に対する変形よりも大なるために引張のエネルギーの方が大きく効いてくることになるが、これを耐久条件式に採入れるために σ_1 を引張、 σ_2 を圧縮とすれば材料と応力の大きさによって決る係数 n を σ_2 に乗じて(5)式に対して

$$(3)' \quad W_3 = |(\sigma_1 - n\sigma_2)^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2 n^2| = C \quad \dots\dots\dots(6)$$

を用いる。 n は1より小なる値をもつもので応力歪図と応力振幅の大きさから決め得る。

第1図 $f(\sigma_{m\varphi}), f(\sigma_{m\varphi}')$



3. $f(\sigma_{m\varphi})f(\sigma_{m\varphi}')$

この函数は軟鋼、硬鋼、鑄鉄等の材料の種類によって夫々異なるが何れにおいても $\sigma_{m1} + \sigma_{m2} = 0$ において値を1としこの点を境として $\sigma_{m1} + \sigma_{m2}$ の正の側と負の側にて曲線状をなすものでこれを各材料について広い範囲に理論

式で与えることは困難であるが $\sigma_{m1} + \sigma_{m2}$ の正負側の或範囲について二次又は三次の代数曲線を用いることによって耐久限度の数值計算を近似的に行うことが出来る。鋼、ジュラルミン等の延性材料に対しては

$$f(\sigma_{m\varphi}) = 1 + \alpha \frac{\sigma_{m1} + \sigma_{m2}}{\sigma_u/2} - \beta \left(\frac{\sigma_{m1} + \sigma_{m2}}{\sigma_u/2} \right)^2 \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$f(\sigma_{m\varphi}') = 1 - \alpha' \frac{\sigma_{m1} + \sigma_{m2}}{\sigma_{-u}/2} + \beta' \left(\frac{\sigma_{m1} + \sigma_{m2}}{\sigma_{-u}/2} \right)^2 \quad \dots\dots\dots(8)$$

但し σ_u = 引張耐久限度
 σ_{-u} = 圧縮耐久限度

$\alpha \beta \alpha' \beta'$ は鋼種によって決る数值で繰返単純応力の実験結果から定めるが $\beta \beta'$ は鋼全般に対しては夫々一定値を探ることが出来る。

鋳鉄に対しては(7), (8)の式に三乗項を附加して三次式とする。

4. $\alpha, \beta, \alpha', \beta', \rho$ の決定

一次元繰返応力に対して(1)~(5)は次の如くなる。 $\sigma_{u1}, \sigma_{-u1}$ を平均応力 σ_m が作用しているときの耐久限度とし

$$W_1 = \left[1 + \alpha \frac{2\sigma_m}{\sigma_u} - \beta \left(\frac{2\sigma_m}{\sigma_u} \right)^2 \right] |2\sigma_{u1}^2| + \rho |\sigma_m^2| = C \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$W_2 = \left[1 - \alpha' \frac{2\sigma_m}{\sigma_{-u}} + \beta' \left(\frac{2\sigma_m}{\sigma_{-u}} \right)^2 \right] |2\sigma_{-u1}^2| + \rho |\sigma_m^2| = C \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$W_3 = |2\sigma_{u1}^2| = C \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$W_1' = \left[1 + \alpha \frac{2\sigma_w}{\sigma_u} - \beta \left(\frac{2\sigma_w}{\sigma_u} \right)^2 \right] |2\sigma_{u1}^2| + 1.73\rho |\sigma_m^2| = C \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$W_2' = \left[1 - \alpha' \frac{2\sigma_m}{\sigma_{-u}} + \beta' \left(\frac{2\sigma_m}{\sigma_{-u}} \right)^2 \right] |2\sigma_{-u1}^2| + k\rho |\sigma_m^2| = C \quad \dots\dots\dots(13)$$

片振引張, 片振圧縮及び引一圧では平均応力は降伏点以下に存在する故(9)(10)(11)によって

a 片振引張 (9)の σ_{u1} を σ_u で書き $\sigma_m = \sigma_u/2$ とおき

$$W_1 = |1 + \alpha - \beta| |2\sigma_u^2| + \rho \frac{\sigma_u^2}{4} = C \quad \dots\dots\dots(14)$$

b 片振圧縮 (10)の σ_{-u1} を σ_{-u} と書いて $\sigma_m = \sigma_{-u}/2$ とし

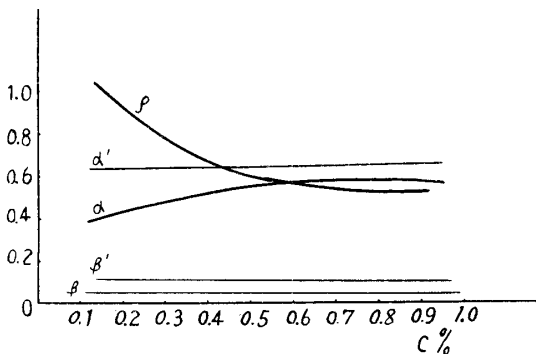
$$W_2 = |1 - \alpha' + \beta'| |2\sigma_{-u}^2| + \frac{\rho}{4} \sigma_{-u}^2 = C \quad \dots\dots\dots(15)$$

c 引張一圧縮 (11)の σ_{u1} を $2\sigma_w$ と書き

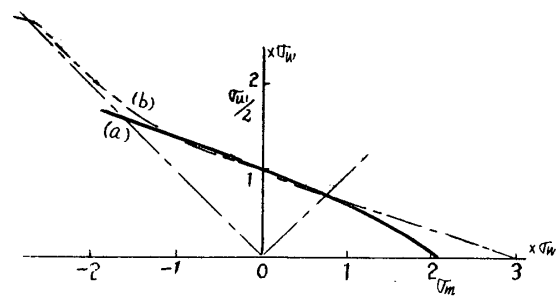
$$W_3 = 8\sigma_w^2 = C \quad \dots\dots\dots(16)$$

(14)~(16)によって $\alpha \beta \alpha' \beta' \rho$ の諸係数を決めるには次の如き実験結果に基く性質を導入する。耐久限度線図上において $\sigma_u/2, \sigma_w, \sigma_{-u}/2$ の三点は略々一直線上に載りその延長は真破断応力 σ_T を過るといふこと, σ_m を増大してゆけば耐久限度線図は σ_m 軸上の引張強さ σ_B に到ること, $f(\sigma_m \varphi) f(\sigma_m \varphi')$ は $\sigma_m = 0$ を境にして略々対称的な形状をもつこと等である。炭来鋼C%を横軸にとって $\rho \alpha \beta \alpha' \beta'$ の値の変化を第2図に示した。

第2図 炭来鋼の係数



第3図 耐久限度線図 (a) 軟鋼 (b) 鋳鉄



これ等の係数值を(7)(8)に入れ更に(1)~(5)に入れれば夫々の鋼種に対する耐久限度の二次元一般式が得られる。第3図は基本の単純繰返応力に対する耐久限度線図である。

鋳鉄では $f(\sigma_{m\varphi}), f(\sigma_{m\varphi}')$ の形は鋼の場合とは若干異った形になるが同様な方法によって係数値を定めることが出来る。

5. 二次元繰返応力

均等分布の二次元繰返応力が作用する場合の耐久限度を軟鋼について計算してみよう。

a. 単純剪断

片振：耐久限度を τ_{u0} で示すと

$$\sigma_1 = -\sigma_2 = \tau_{u0} \quad \sigma_{m1} = -\sigma_{m2} = \tau_{u0}/2 \text{ を(1)に代入し}$$

$$6\tau_{u0}^2 + \frac{\rho}{4} |3\tau_{u0}^2| = C = 8\sigma_W^2 \quad \therefore \tau_{u0} = 1.155 \left(1 + \frac{\rho}{8}\right)^{\frac{1}{2}} \sigma_W \dots\dots\dots(16)$$

両振：耐久限度を τ_{W0} で示すと

$$\sigma_1 = -\sigma_2 = 2\tau_{W0} \quad \sigma_{m1} = \sigma_{m2} = 0 \text{ を(3)に入れて}$$

$$24\tau_{W0}^2 = C = 8\sigma_W^2 \quad \therefore \tau_{W0} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_W \dots\dots\dots(17)$$

片振と両振の比は

$$\tau_{u0}/\tau_{W0} = 2 \times \left(1 + \frac{\rho}{8}\right)^{-\frac{1}{2}} \dots\dots\dots(18)$$

軟鋼に対する ρ の値を入れると約1.9となる。この値は薄肉円筒の片振振りと両振振りの耐久限度の比率を与えるもので丸棒の場合でもこの値は同じである。

(17)は薄肉円筒の両振振りと同圧耐久限度との関係を与える、丸棒ではこれを基本にして換算すればよい。

単純剪断は正負応力が同時に同位相で作用する場合であるから1項で述べた如く炭素鋼でもC%が大なるものでは非対称性を考慮して例えば両振単純剪断では(6)式を用い

$$W_3' = 8(1+n+n^2)\tau_{W0}^2 = 8\sigma_W^2 \quad \tau_{W0} = \frac{1}{\sqrt{1+n+n^2}} \sigma_W \dots\dots\dots(19)$$

で算出される。nは硬鋼では0.9とか0.95の様な値が適当するが鋳鉄では0.6~0.7位を探る。片振の場合でも同様な方法を適用する必要がある。

b. 等大引張, 等大圧縮

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_{u1} \quad \sigma_{m1} = \sigma_{m2} = \sigma_{u1}/2 \quad \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_{-u1} \quad \sigma_{m1} = \sigma_{m2} = \sigma_{-u1}/2$$

を(1), (2)に入れて

$$W_1 = \left[1 + \alpha \frac{2\sigma_{u1}}{\sigma_u} - \beta \left(\frac{2\sigma_{u1}}{\sigma_u}\right)^2\right] [2\sigma_{u1}^2] + \frac{\rho}{4} |\sigma_{u1}^2| = C = 8\sigma_W^2 \dots\dots\dots(20)$$

$$W_2 = \left[1 - \alpha' \frac{2\sigma_{-u1}}{\sigma_{-u}} + \beta' \left(\frac{2\sigma_{-u1}}{\sigma_{-u}}\right)^2\right] [2\sigma_{-u1}^2] + \frac{\rho}{4} |\sigma_{-u1}^2| = C = 8\sigma_W^2 \dots\dots\dots(21)$$

が得られ $\sigma_{u1}, \sigma_{-u1}$ が算出される。軟鋼では $\sigma_{u1} = 1.52\sigma_W, \sigma_{-u1} = 4.15\sigma_W$ となる。但し σ_{-u1} の方は計算上の値で実際の場合には変形を考慮しての検討を必要とする。かくの如く二方向からの繰返しに対しては耐久限界は一次元の場合と異ってくる。

C. 等大引張一圧縮

等大の引張一圧縮が二方向から同位相で作用する場合の耐久限度を σ_{W1} とすると

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 2\sigma_{W1} \quad \sigma_{m1} = \sigma_{m2} = 0 \text{ を(3)に入れて}$$

$$\sigma_{W1} = \sigma_W$$

を得る。単純応力の場合と同値となる、これは炭素鋼、鋳鉄に対してもこの仮説では相等しい。

以上の計算結果から二次元繰返応力に対する耐久限界を画くと第4図となり図に見る如く軟鋼の両振限界は剪断歪エネルギー則と合致するが片振限界は著しく異なる。硬鋼，鋳鉄などでは単純剪断に対する限度が拵がり両振においても剪断歪エネルギー則から偏在することになる。

6. 組合せ繰返応力

ここに組合せ繰返応力というのは二次元主応力の中一方が静で他方が動的の場合，共に動的な異種応力の場合等すべてを含むものであるが代表的な数種類について説明する。

a. 異種の動応力の組合せ

i. 片振引張と片振剪断

同位相で片振の引張と剪断が同時に繰返す場合は主応力 σ_1 σ_2 とし σ_{u1} と τ_{u01} の組合せにおいては

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{u1}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_{u1}^2 + 4\tau_{u01}^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_{u1}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_{u1}^2 + 4\tau_{u01}^2}$$

で与えられ平均応力は

$$\sigma_{m1} = \sigma_1/2 \quad \sigma_{m2} = \sigma_2/2$$

これ等を(1)に入れて

$$W_1 = \left[1 + \alpha \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\sigma_u} - \beta \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\sigma_u} \right)^2 \right] \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \right] + \frac{\rho}{4} \left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2 \right] = C$$

$$= \left[1 + \alpha \frac{\sigma_{u1}}{\sigma_u} - \beta \left(\frac{\sigma_{u1}}{\sigma_u} \right)^2 \right] \left[2(\sigma_{u1}^2 + 3\tau_{u01}^2) \right] + \frac{\rho}{4} \left[\sigma_{u1}^2 + 3\tau_{u01}^2 \right] = C \dots \dots \dots (23)$$

この式は言うまでもなく $\tau_{u01} = 0$ のときは片振引張の式(9)と一致し $\tau_{u01} = 0$ のときは片振剪断の式(16)と一致する。

ii. 片振圧縮と片振剪断

前項と同様にして次式を得る。

$$W_2 = \left[1 - \alpha' \frac{\sigma_{-u1}}{\sigma_{-u}} + \beta' \left(\frac{\sigma_{-u1}}{\sigma_{-u}} \right)^2 \right] \left[2\sigma_{-u1}^2 + 3\tau_{u01}^2 \right] + \frac{\rho}{4} \left[\sigma_{-u1}^2 + 3\tau_{u01}^2 \right] = C \dots \dots (24)$$

iii. 引張一圧縮と両振剪断

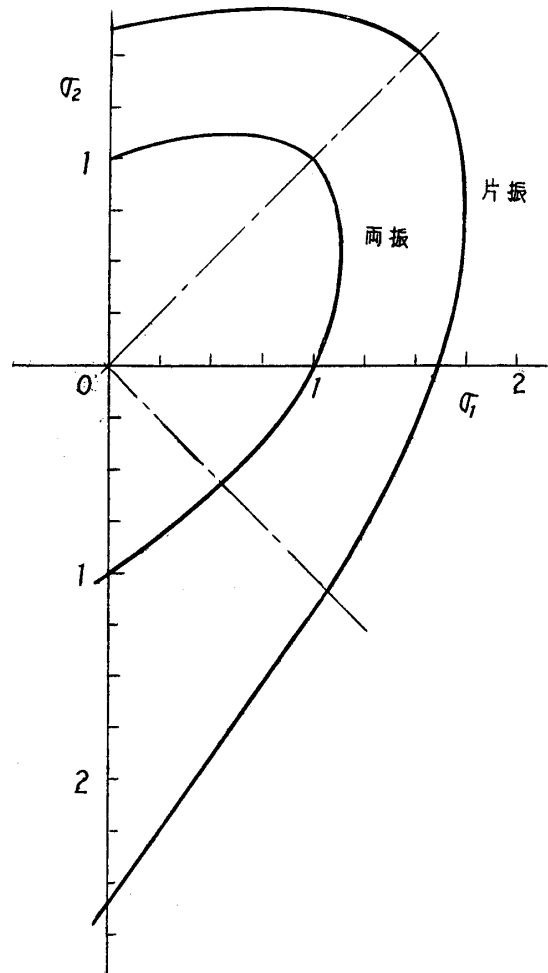
W_3 , τ_{W01} を耐久限度とすれば

$$W_3 = 8(\sigma_{W1}^2 + 3\tau_{W01}^2) = C = 8\sigma_{W2}^2 \quad \text{or} \quad \sigma_{W1}^2 + 3\tau_{W01}^2 = \sigma_{W2}^2 \dots \dots \dots (25)$$

iv. 引張一圧縮と片振剪断

平均応力は $\sigma_{m1} = \tau_{u01}/2$ $\sigma_{m2} = -\tau_{u01}/2$ とおき σ_{u1} の代りに $2\sigma_{W1}$ 書いて

第4図 二次元耐久限界(軟鋼)



$$W_1 = \left[2 \times 4\sigma_W^2 + 6\tau_{u01}^2 \right] + \frac{\rho}{4} [\tau_{u01}^2 \times 3] = C$$

$$\text{or } \sigma_W^2 + \frac{1}{8} \left(6 + \frac{3}{4}\rho \right) \tau_{u01}^2 = \sigma_W^2 \dots\dots\dots(26)$$

v. 片振引張と両振剪断

σ_{u1}, τ_{u01} を耐久限度とすると主応力は

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{u1}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_{u1}^2 + 4\tau_{u01}^2} \quad \sigma_2 = \frac{\sigma_{u1}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_{u1}^2 + 4\tau_{u01}^2}$$

この式にて $\tau_{u01} = 2\tau_{W01}$ とおき平均応力は

$$\sigma_{m1} = \sigma_{u1}/2 \quad \sigma_{m2} = \sigma_{u1}/2 \quad \text{として}$$

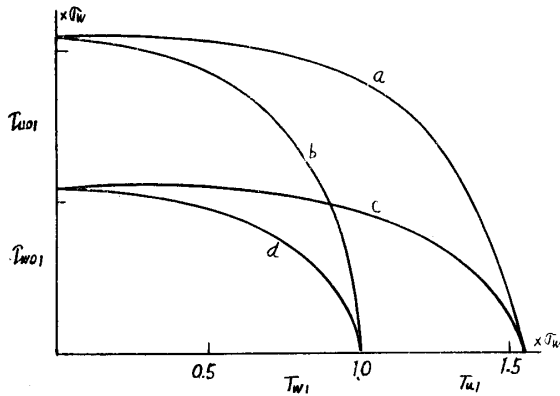
$$W_1 = \left[1 + \alpha \frac{2\sigma_{u1}}{\sigma_u} - \beta \left(\frac{2\sigma_{u1}}{\sigma_u} \right)^2 \right] \left[2(\sigma_{u1}^2 + 12\tau_{W01}^2) \right] + \frac{\rho}{4} [\sigma_{u1}^2] = C = 8\sigma_W^2 \dots\dots(27)$$

これは $\tau_{W01} = 0$ のときは片振引張の(9)と一致し $\sigma_{u1} = 0$ のときは両振剪断の(17)と一致する。

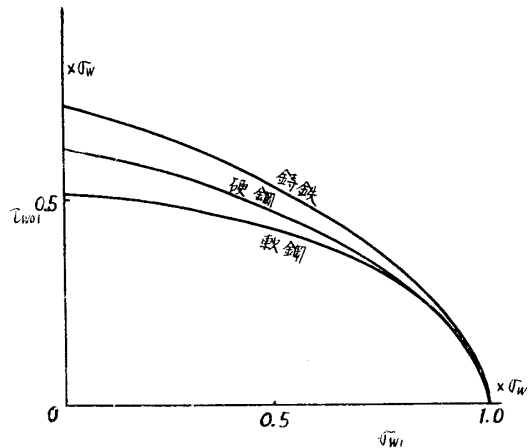
以上 i~v に与えた耐久条件式を解いてその限界を示すと第5図となる。

なお、(6)によって硬鋼、鋳鉄の引-圧と両振剪断の組合せ耐久限界を計算すると第6図の如くなる。これは組合せ曲げ振り耐久限界の基礎となる。

第5図 a 片振引張と片振剪断
b 引圧と片振剪断
c 片振引張と両振剪断
d 引圧と両振剪断



第6図 引圧と両振剪断耐久限界



b. 異種の静応力と動応力の組合せ

i. 静引張と片振剪断

静引張を σ_m とし τ_{u01} を片振剪断耐久限度とすると τ_{u01} の最大振幅時の主応力 $\sigma_1 \sigma_2$ は

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_m}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_m^2 + 4\tau_{u01}^2} \quad \sigma_2 = \frac{\sigma_m}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_m^2 + 4\tau_{u01}^2}$$

でこれは静、動応力より成立っている。今動応力を σ_I, σ_{II} とし平均応力を $\sigma_{MI} \sigma_{MII}$ で示すと、第7図(a)参照。

$$\sigma_I = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_m^2 + 4\tau_{u01}^2} - \frac{\sigma_m}{2}, \quad \sigma_{II} = \frac{\sigma_m}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_m^2 + 4\tau_{u01}^2}$$

$$\sigma_{MI} = \sigma_m + \frac{1}{2} \sigma_I = \frac{3}{4} \sigma_m + \frac{1}{4} \sqrt{\sigma_m^2 + 4\tau_{u01}^2}$$

$$\sigma_{MII} = \frac{1}{2} \left[\frac{\sigma_m}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_m^2 + 4\tau_{u01}^2} \right] = \frac{\sigma_m}{4} - \frac{1}{4} \sqrt{\sigma_m^2 + 4\tau_{u01}^2}$$

$$\sigma_{MI} + \sigma_{MII} = \sigma_m$$

$$\begin{aligned} \therefore W_1 = & \left[1 + \alpha \frac{2\sigma_m}{\sigma_u} - \beta \left(\frac{2\sigma_m}{\sigma_u} \right)^2 \right] \left[3\sigma_m^2 + 6\tau_{u01}^2 - 3\sigma_m \sqrt{\sigma_m^2 + 4\tau_{u01}^2} \right] \\ & + \frac{\rho}{8} \left[5\sigma_m^2 + 6\tau_{u01}^2 + 3\sigma_m \sqrt{\sigma_m^2 + 4\tau_{u01}^2} \right] = C \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(28)$$

同様にして $W_1' W_2 W_2'$ 等が得られる。

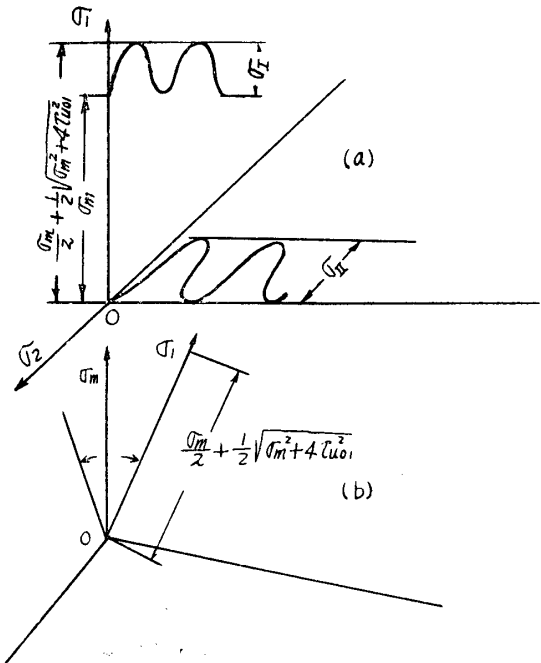
ii. 静引張と両振剪断

この場合は第7図(b)の如く $\sigma_1 \sigma_2$ が方向を時間的に変動し振幅は図示の如くなる。

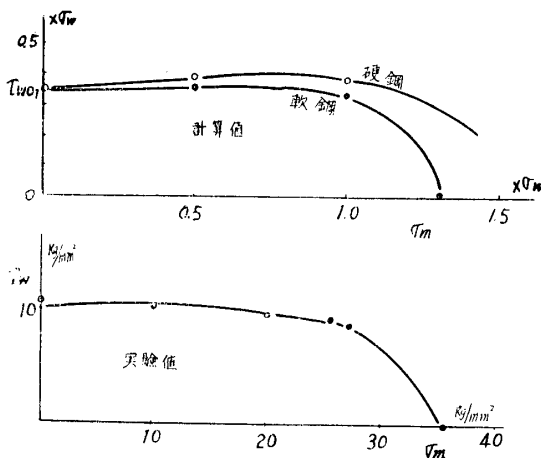
今 σ_1 の一方向について考え耐久エネルギー式は(28)において $\tau_{u01} = 2\tau_{w01}$ とおき、平均応力に基づくエネルギー項で τ は零とおく

$$\begin{aligned} W_1 = & \left[1 + \alpha \frac{2\sigma_m}{\sigma_u} - \beta \left(\frac{2\sigma_m}{\sigma_u} \right)^2 \right] \left[3\sigma_m^2 + \right. \\ & \left. 24\tau_{w01}^2 - 3\sigma_m \sqrt{\sigma_m^2 + 16\tau_{w01}^2} \right] + \\ & \rho[\sigma_m^2] = C \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(29)$$

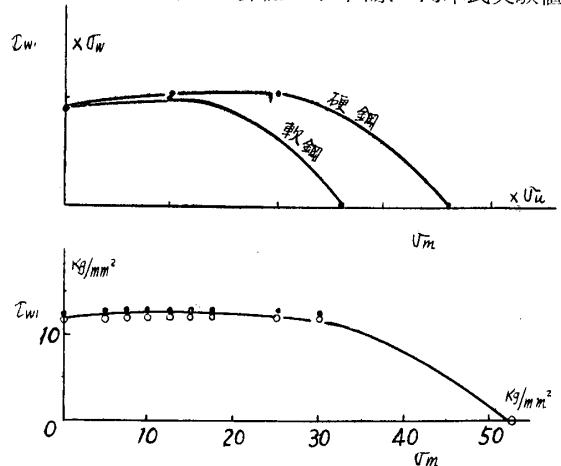
となり $W_1' W_2 W_2'$ 等も同様にして得られる。第8図は軟鋼及び硬鋼について耐久限界を(29)で計算したものである。この種の実験として Hohenemser & Prager のものがある。実験に関する詳細は省いておくが計算結果と対照することが出来、特性が極めてよく合っていることがわかる。又第9図に示す静引張と両振剪断とも比較される。



第8図 静引張と両振剪断耐久限界



第9図 静引張と繰返振りの組合せ
上 計算値 下 西原一河本氏実験値



iii. 静剪断と片振引張 第7図(6)参照。

この場合も大体前項同様にして次の耐久式が得られる。 σ_{u1} を耐久限度とし

$$\begin{aligned} W_1 = & \left[1 + \alpha \frac{\sigma_{u1}}{\sigma_u} - \beta \left(\frac{\sigma_{u1}}{\sigma_u} \right)^2 \right] \left[2\sigma_{u1}^2 + 4\tau_{m0}^2 - 2\tau_{m0} \sqrt{\sigma_{u1}^2 + 4\tau_{m0}^2} \right] + \rho[3\tau_{u0}^2] = C \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(30)$$

但し τ_{m0} = 静剪断応力

W_1' W_2 W_2' 等も同様にして得られる。

iv. 静剪断と引張-圧縮

前項と略同様にして

$$W_3 = \left[2\sigma W^2_1 + \tau_{m0}^2 - \tau_{m0} \sqrt{\sigma W^2_1 + \tau_{m0}^2} \right] + \frac{\rho}{4} [3\tau_{m0}^2] = 2\sigma W^2 \dots\dots\dots(31)$$

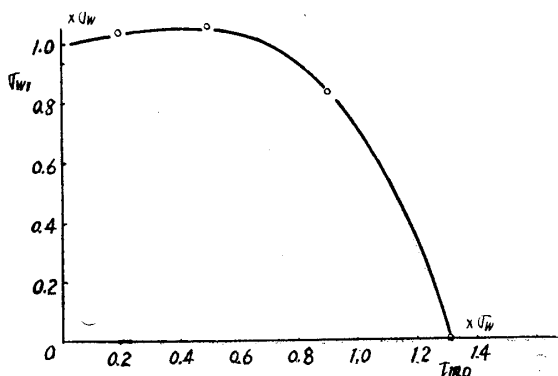
$$W_3' = \left[2\sigma W_1 + \tau_{m0}^2 - \tau_{m0} \sqrt{\sigma W_1^2 + \tau_{m0}^2} \right] + \frac{\rho}{4} [2.6 \times 1.73\tau_{m0}^2] = 2\sigma W^2 \dots\dots\dots(32)$$

が得られる。第10図は軟鋼に対する限界を計算したものである。

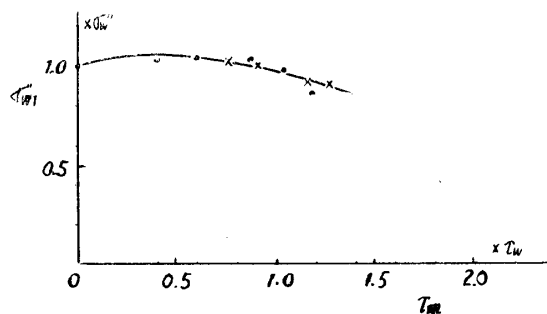
これは丸棒についての静振りと回転曲げ組合せ実験結果と対照することが出来る。但し振り及び曲げは不均等応力なる故換算係数を導入することが必要である。限界の特性は極めてよく合っていることが知られる。第11図参照

以上数種の例について耐久限度条件式を記したが、これ等は何れも不均等応力分布の組合せに対する耐久限度の式の基本となるものである。

第10図 静振りと引張耐久限界 (計算値)



第11図 静振りと回転曲げの組合せ (小野氏, Budgen.)



7. 結 論

耐久限度に関しては未だ明確な理論はないが耐久エネルギー量に基く著者の条件式を述べ諸種の組合せ応力に対する耐久限界を計算してみた。鋼ではC%に応じて諸常数が決るから夫々に対する耐久限度式が本文記載の軟鋼の例と同様にして得られる。

二次元組合せ応力に対する実験結果は比較的少く求めた値を実験値と比較し得ないものが大部分である。勿論実験値のあるものでは大体よく合っていると思うがこれについての詳細な記述は本稿では省略した。

この耐久限度条件式は計算が容易であり、一般式であるから二次元に限らず三次元にも適用されてその範囲が広く、又特に第9図、第11図の如き組合せ繰返応力に関する耐久限界に関して実際とよく一致した結果が得られること等に特徴がある。

本稿では均等分布の応力の場合について述べたが不均等応力の場合は均等応力への換等係数を乗ずることによって直ちに耐久限界が得られるのであるが、それについては別の機会に述べることとする。又鋳鉄やジュラルミンなどの場合も複雑するので本文への記載は省いた。

参 考 文 献

小野 鑑正：繰返組合せ応力をうける材料の強さ、機械学会論文集、6巻25号
 西原 利夫：組合せ繰返応力を受ける金属材料の破壊法則 機械学会論文集、9巻35号
 中西不二夫：疲れ耐久限界の法則 機械学会論文集、8巻65号