

衝撃を受けた2, 3のはりの塑性変形に関する一考察

(第1報)

最上幸夫*・阪本紀博*

A Study on the Plastic Deformations of Some Beams under Impulsive Loading

(1st Report)

Sachio MOGAMI and Michihiro SAKAMOTO

Abstract

The writers have already studied the plastic deformations of canti-lever beams considering the strain-rates of materials under large impulse, but the analysis proposed was considerably complicated. So we studied more simplified method of analyzing the large plastic deformations of beams in the case of neglecting the mass of beams comparing with the one of impulsive bodies. Such method here described is considered to be available for the analysis of traffic accidents, for instance, the plastic deformations of guard fence, etc. At any rate, the problems on the fractures and plastic deformations of various materials under impulsive loading are very important and interesting. Among the natural phenomena earthquake and typhoon, etc. are assumed to be one kind of impulsive phenomena. Thus we studied the large plastic deformations of some beams as the first step studying the impulsive phenomena of materials. In this paper we treated the plastic deformations of beams when the impulse acted on the center of the beams or on the tip of the canti-lever beams.

1. 緒言

著者らは大きい衝撃がはり構造に作用した場合の塑性変形について若干の実験的ならびに理論的考察を行ない、片持ちばりの場合について材料のひずみ速度の影響を考慮した算式を提案し、種々検討を行ってきたが、既発表の方法¹⁾はかなり計算が煩雑であるから、今回はさらに簡単化した方法について検討を行ない、衝撃が大きい範囲内での相当大きい塑性変形に対しては、本文で取り扱った方法が近似的に適用可能であると認められたので、ここに報告する次第である。われわれがこのような大きい範囲の衝撃に対するはりの塑性変形を研究の対象とした理由については、すでに前報文²⁾においても触れたことであるが、交通事故解析などの立場から、杭またはさく形式の構造が車両などの衝撃を受けて生じた塑性変形量を測定することによって、これから逆に衝突体の衝突時もっていた衝撃エネルギーを推算する必要がしばしば起こるとい

ことによるものである。もちろんこのような複雑な現象についての解析法はまだ十分確立されたものとはいえない現状である。その合理的な解析法を見出すことは容易ではないが、このような問題解決への approach の第1歩として最も基礎的なはり構造形式の衝撃による塑性変形の現象をとりあげることにした。一方交通事故解析といった目的を別としても、各種の材料が衝撃を受けたときの破壊や塑性変形といった現象は工学的立場から材料の動力学的特性としても今後十分究明されねばならない重要な課題の一つであるといえよう。

実際問題としても、地震や台風などは一種の衝撃現象として各種構造物に作用し、甚大な被害をもたらすことは周知のとおりである。耐震設計の立場から構造物に対する一応の設計法や計算法などは確立されているが、まだ完璧なものとはいえないのが現状である。これも一つには衝撃現象に対する工学的材料の破壊や

* 土木工学教室

塑性変形といった現象について、まだ十分な究明が行われていないことに基因するものと思われる。かかる見地からも各種材料の衝撃現象による破壊や塑性変形特性などを研究することはきわめて重要な課題といわなければならない。そこで本文においては、まず手始めとして最も単純なはり構造として、単純ばり、片持ちばりならびに両端固定ばりの3種をとりあげ、これらについて実験的ならびに理論的考察を行なった。今回の第1報においては、衝撃の作用点が片持ちばりではその先端に、単純ばりおよび両端固定ばりではそのスパン中点にある場合を取り扱った。

2. 実験の概要

実験に用いたはり材料としては鋼材を使用し、正方形断面 $0.95 \times 0.95 \text{cm}$ のものを採用した。はり構造としては前述のように、片持ちばり、単純ばりおよび両端固定ばりの3種とし、片持ちばりの場合はスパン $l = 22.5 \text{cm}$ 、また比較の便宜上単純ばりおよび両端固定ばりの場合はスパン $2l = 45 \text{cm}$ とそれぞれスパン長を一定に決めて実験を行なった。つきにはりに加える衝撃としては、鋼製おもり 4.6kg 、 9.5kg 、 14.5kg の3種を作製し、これらを高さ $5 \sim 60 \text{cm}$ の範囲で、おもりの大きさによって落高を適当に変化させ、各実験ごとに 5cm 間隔に高さを変えて、鋼製のガイドに沿って自然落下させて、はりに衝撃を加え、そのとき生じたはりの塑性変形量を測定した。実験の経費や労力、時間の関係から、同一状態の実験については3回行ない、特にはなはだしい相異を示したような実験結果がでた場合のみ、これを除外してもう一度実験をやり直すことにした。かくして一般には3回の実験結果の平均値によって一応実験結果を代表せしめた。

片持ちばりおよび両端固定ばりの実験における固定端条件としては、一回の実験ごとに端部をコンクリートブロック中に埋め込むのでは、実験が著しく非効率となるため、やや近似的ではあるが、固定端としてはりの端部を万力で十分締めつけ、この万力をコンクリートブロック内に埋め込んで固定化させた。かくすれば、塑性変形後のはり資料を容易に装置からとりはずして変形量を測定できて、きわめて便利であるし、また実験のための場所や実験に要する労力や時間をはるかに節約しうるので、このような方法によって室内のモデル実験を行なった。

3. 実験結果に対する解析

本文においては鋼製のはりを用いて衝撃実験を行なったので、この場合解析を行なうに当たっては、ひずみ

速度の影響を考慮しなければならない。まず最初に両端固定ばりについて考察する。本文では衝撃がスパン中点に作用する場合を取り扱うのであるから、塑性変形はスパン中央に対して左右対称となり、したがってその左半分について考えればよい。Fig. 1に左半分の

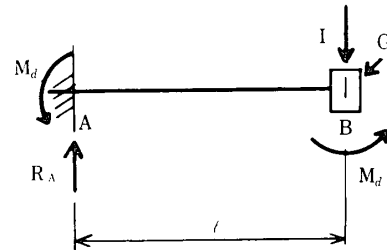


Fig. 1 The left half part of the fixed beam

状態を示す。Fig. 1を参照すると、つぎの関係が成立する。

$$R_A = 2 M_a / l \quad (1)$$

$$I - \int_0^l R_A dt = G \dot{y} \quad (2)$$

$$G = M/2 + ml/s \quad (3)$$

ここに、 R_A : 支点反力、 M_a : ひずみ速度を考慮した材料の動的隆伏モーメント、 I : 衝撃量(運動量のディメンション)、 G : 衝撃点の付着質量、 M : 衝撃落体の全質量、 m : はりの単位長さ当たりの質量、 l : 両端固定ばりの半スパン長、 y : 衝撃点の鉛直塑性たわみ、 \dot{y} : dy/dt 、すなわち、たわみ速度を表わす。衝撃量が相当大きく、したがって塑性変形量もかなり大きい範囲を考えた場合、落体の全質量 M ははりの単位長さ当たりの質量 m に比べて、はるかに大きい数値をとるので、近似的に式(2)においては、はりの質量 m の影響を G の中に含めてある。このような仮定は $M \gg 2ml$ に対しては十分妥当性をもつものと考えられる。つきに動的隆伏モーメント M_a に対しては、近似的に次式を仮定する²⁾。

$$M_a = M_0 [1 + (\dot{y}/2Dl)^{1/p}] \quad (4)$$

ここに、 M_0 : はり材料の静的全塑性モーメント ($M_0 = bh^2/4 \times \sigma_0$ 、 b : はり幅、 h : はり高さ、 σ_0 : はりの静的隆伏応力)、 D 、 p : 材料による定数。

式(1)および式(4)を式(2)に代入すれば、

$$I - \frac{2M_0}{l} \int_0^l [1 + (\dot{y}/2Dl)^{1/p}] dt = G \dot{y} \quad (5)$$

一般に衝撃の作用する時間は微小時間であるから、衝撃点の鉛直方向速度は近似的に停止するまでに直線の変化をするものと仮定すれば、

$$\dot{y} = v_0 (1 - t/t_f) \quad (6)$$

ここに、 v_0 : 衝撃瞬間の衝撃点の鉛直初速度、 t_f : 衝

撃瞬間から衝撃点が停止するまでの時間, t : 任意時刻 ($0 \leq t \leq t_f$).

式(6)を式(5)に代入すれば, 次式を得る.

$$I - \frac{2M_0}{l} \int_0^t [1 + (v_0/2Dl)^{1/p} (1 - t/t_f)^{1/p}] dt = G\dot{y} \quad (7)$$

式(7)で $t=0$ とおけば, $I = Gv_0$, したがって,

$$v_0 = I/G \quad (8)$$

また式(7)で $t=t_f$ とおけば,

$$I = \frac{2M_0}{l} \int_0^{t_f} [1 + (v_0/2Dl)^{1/p} (1 - t/t_f)^{1/p}] dt$$

となり, これを整理すれば, つぎの関係を得る.

$$t_f = \frac{Il}{2M_0} \frac{1}{\{1 + p/(p+1) \cdot (v_0/2Dl)^{1/p}\}} \quad (9)$$

かくして, t_f が式(9)より求められるから, この値を用いると, 式(6)を積分して, 衝撃点の最終鉛直塑性たわみ δ は,

$$\delta = v_0 t_f / 2 \quad (10)$$

として与えられる.

以上は両端固定ばりの場合であるが, 単純ばりの場合には, 支点モーメント $M_a = 0$ となるから, 単に式(1)の代わりに, $R_A = M_d/l$ とおきかえるだけでよいかから, 単純ばりに対しては, 式(9)の代わりに,

$$t_f = \frac{Il}{M_0} \frac{1}{\{1 + p/(p+1) \cdot (v_0/2Dl)^{1/p}\}} \quad (11)$$

となる. 結局単純ばりの場合の最終鉛直塑性たわみ δ は式(8)および式(11)を用いて, 式(10)によって求められることになる. いいかえると, 単純ばりの場合の鉛直塑性たわみは理論上両端固定ばりのその2倍となることがわかる.

なお片持ちばりの場合には, 単純ばりの I および G の値の2倍した値を用いればよい. すなわち, 同一の衝撃量 I に対して, 片持ちばりの場合の先端の鉛直塑性たわみは, 理論上その2倍のスパン長の単純ばり中央点の鉛直塑性たわみの2倍となる. 以上のような関係は静的集中荷重 p が各はりに作用したときの静的たわみの関係と全く同様である.

4. 解析値と実験値との比較

前節で述べた解析法による計算値と実験による測定値とを対比して示せば, Table 1 ~ Table 3のごとくである. ただし, 計算に用いた諸数値はつぎのとおりである.

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= 2400 \text{ kg/cm}^2, \quad M_0 = 514.43 \text{ kg} \cdot \text{cm}, \\ l &= 22.5 \text{ cm}, \quad p = 5, \quad D = 40.4 \text{ sec}^{-1}, \quad m = 0.7229 \times \\ &10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sec}^2. \end{aligned}$$

Table 1 Comparison of measured values with calculated ones (Drop weight $W=4.6\text{kg}$)

The case of cantilever beams

H : Drop height (cm), Plastic deformations (unit: cm)

H	20	25	30	35	40	45	50	60
Measured values	1.76	2.32	2.84	3.38	3.86	4.36	4.70	5.85
Calculated //	2.07	2.57	3.07	3.59	4.05	4.46	5.05	5.98

The case of simple beams

H	20	25	30	35	40	45	50	60
Measured values	0.78	1.18	1.39	1.69	2.00	2.10	2.48	2.95
Calculated //	1.04	1.29	1.53	1.78	2.02	2.27	2.52	2.99

The case of fixed beams

H	20	25	30	35	40	45	50	60
Measured values	0.48	0.59	0.71	0.89	1.08	1.12	1.26	1.60
Calculated //	0.52	0.64	0.77	0.89	1.01	1.13	1.26	1.49

Table 2 Comparison of measured values with calculated ones (Drop weight $W=9.5\text{kg}$)*The case of cantilever beams**H: Drop height (cm), Plastic deformations (unit: cm)*

H	5	10	15	20	25	30	35	40
Measured values	1.23	2.59	3.64	5.22	6.18	7.20	8.82	9.98
Calculated //	1.29	2.72	4.02	5.31	6.59	7.84	9.11	10.35

The case of simple beams

H	15	20	25	30	35	40	45	50
Measured values	1.85	2.50	2.95	3.80	4.29	4.86	5.70	6.28
Calculated //	2.01	2.65	3.28	3.92	4.54	5.18	5.80	6.45

The case of fixed beams

H	20	25	30	35	40	5	50	60
Measured values	1.28	1.57	1.90	2.20	2.46	2.82	3.02	3.71
Calculated //	1.33	1.64	1.96	2.27	2.59	2.90	3.23	3.82

Table 3 Comparison of measured values with calculated ones (Drop weight $W=14.5\text{kg}$)*The case of cantilever beams**H: Drop height (cm), Plastic deformations (unit: cm)*

H	5	10	15	20
Measured values	2.27	4.72	6.84	9.48
Calculated //	2.14	4.17	6.18	8.15

The case of simple beams

H	10	15	20	25	30	35	40
Measured values	1.82	2.98	3.81	4.95	5.99	7.01	7.88
Calculated //	2.09	3.09	4.08	5.06	6.03	7.00	7.95

The case of fixed beams

H	10	15	20	25	30	35	40
Measured values	1.02	1.53	1.99	2.55	2.99	3.54	4.01
Calculated //	1.05	1.54	2.04	2.53	3.02	3.50	3.98

なお以上の表の一部から、実験値と計算値との比較の

一例を示すと、Fig. 2~Fig. 4のとおりである。

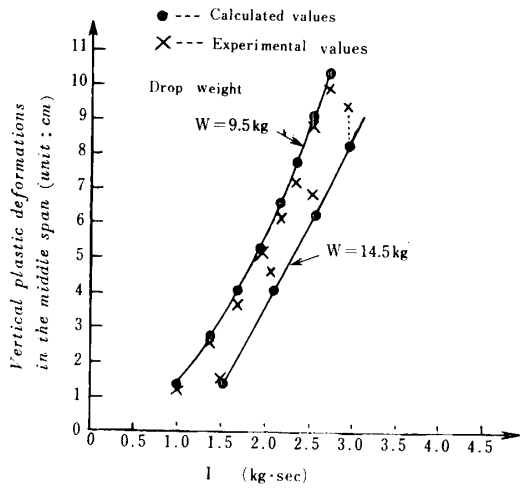


Fig. 2 Comparison of calculated values with experimental ones (Canti-lever beams)

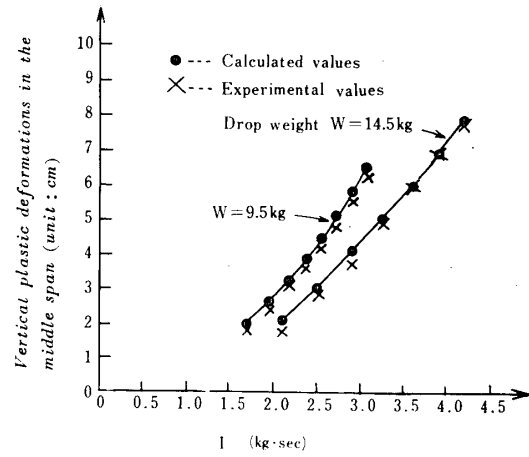


Fig. 3 Comparison of calculated values with experimental ones (Simple beams)

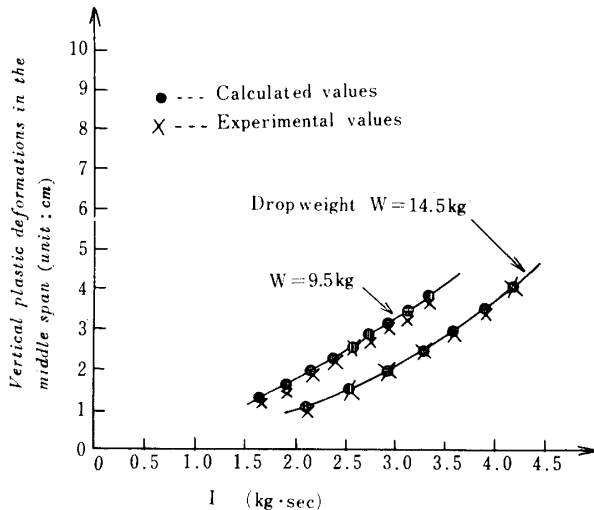


Fig. 4 Comparison of calculated values with experimental ones (Fixed beams)

以上の測定値と計算値との比較を行なうと、概して良好な一致を示しているものと結論してもよいものと考えられる。とくに単純ばりおよび両端固定ばりの場合には、おもりが大きく、したがって衝撃量の大きい場合にきわめて良い一致を示している。片持ちばりの場合には、一般に測定値と計算値とのずれがやや大きく現われており、おもりの重量 $W=9.5\text{kg}$ の場合にはかなり良い一致を示しているが、 $W=4.5\text{kg}$ の場合は計算値がやや過大な値を示し、 $W=14.5\text{kg}$ の場合には計算値が過小な値を示している。この理由について考えてみると、実験を行なう場合、片持ちばりの先端に大きいおもりを用いて衝撃を加えると、先端の塑性変

形に伴って、おもりとはりとの間にすべりを生じ、その影響で落体が加速され、したがって変形も加速されて実際よりもやや過大な値を示したのではないかと考えられる。結局この場合は落体とはりが塑性変形を生ずる過程において一体化した運動を示さなかったことに帰因するものと推定されるのである。以上のようなことを考慮すれば、本文に提案した簡単な算式は測定値とかなり良い一致を示しており、ほぼ実用に供して差支えないものと考えられる。なお Fig. 2~Fig. 4 を参照して、とくに注目されることは、同じはりに対して同じ大きさの衝撃量を加えても、その鉛直塑性たわみが異なることである。つまり衝撃量 $I=Gv_0$ で与えられるが、 I の値が同じであっても、 G が異なれば、当然 v_0 の値も異なり、それによって塑性たわみ量も異なってくるわけである。図を見れば明らかなように、同じ I の値に対しては、 G が小さく v_0 の大きい方が塑性たわみは大きくなるのである。このような実験的事実に対しても、本文に示した算式による計算値はなんら矛盾を示していない点からもほぼ妥当なものといえる。

5. 結 言

本文においては、片持ちばり、単純ばりおよび両端固定ばりが、片持ちばりでは衝撃をその先端に、他の2者においては、衝撃がそれぞれのスパン中点に作用した場合の衝撃点における鉛直塑性たわみを求める簡単な計算式を提案した。ここに導いた算式は近似的方法であるから、 $M \gg 2ml$ とほぼ見なしうる場合に適

用できることを注意しなければならない。実際問題においては、このような仮定を採用できる場合がかなり多いものと思われる。ただ厳密に本計算式の適用範囲を明確にすることは、かなり困難であり、今後実験的に検討する必要があるものと考えられる。いずれにしても今回行なった実験の範囲内においては、実験値と計算値はかなり良い一致を示し、ほぼ実用に供しても差支えないものといえる。本文では衝撃がはりの特殊な位置に作用する場合を取り扱ったが、引き続き衝撃がはりの任意点に作用した場合についても考察を進

めているので、つぎの機会に報告する予定である。

終わりに本実験に協力された木本満、北川良一、地木誠太郎の諸君に深謝の意を表わす次第である。

参 考 文 献

- 1) 最上幸夫・木本満：山口大学工学部研究報告，18，No. 1，(1967)
- 2) T. Nonaka：J. of App. Mech.，34，Ser. E，No. 3，631 (1967)

(昭和44年8月6日受理)