

水平変位を受ける杭の P- Δ 効果について

三浦房紀*・宮坂享明**・坂尾和男***

T. D. O'Rourke****

P- Δ Effect of Piles Subjected to Liquefaction-Induced Large Ground Displacements

Fusanori MIURA, Takaaki MIYASAKA, Kazuo SAKAO
and T. D. O'ROURKE

Abstract

When a pile is subjected to lateral ground displacements, so called P- Δ effect appears because the pile is also subjected to an axial force. The effect increases as the displacements increase and it will be predominant when the pile is subjected to liquefaction-induced large ground displacements such as several meters.

In this study, the p- Δ effect for RC and PHC piles were investigated by employing nonlinear pile-soil interaction models. Geometrical nonlinearity as well as material one was taken into account in the analyses. The analyses revealed that the distributions of displacement and bending moment of piles were significantly affected by the effect. In addition, the effect was a critical factor for the buckling occurrence of a pile.

1. まえがき

1964年、新潟地震によって新潟市は大規模な地盤の液状化によって大きな被害を被った。それから二十年后、立て替えのためあるビルの基礎を掘削した所、ことごとく杭が折損していることが発見された¹⁾。その後の調査で他の多くのビルの基礎杭も同様に折損していることが明らかとなった²⁾³⁾。

杭の変形量と液状化に伴う地盤の側方移動量がほぼ等しいこと、また数値計算によるシミュレーションか

らこれら杭の破壊は液状化によって生じた地盤の側方移動に起因するものと考えられるようになった⁴⁾⁵⁾。

杭は本来上部の自重を支えるものとしてその機能を期待されており、設計においてこのような地盤の側方移動現象はこれまで考慮に入れられていない。そのため、以来、設計にどのようにこの現象を取り入れるべきか、基礎的な研究が進められている⁶⁾⁻⁹⁾。

それらの研究は主に数値計算によって進められており、非線形のはり要素に非線形地盤バネを介して地盤の強制変位を与え、杭の破壊のメカニズムを解明しようとするものがほとんどである。しかし、それらの解析においては軸荷重の杭の応答に及ぼす影響、すなわち P- Δ 効果は考慮に入れられていない。液状化による地盤の側方移動量は数メートルにも達することが珍しくなく、そのような大変位を受ける場合には P- Δ 効果はもはや無視できなくなるものと考えられる。

*知能情報システム工学科

**大同コンクリート工業(株)

***社会建設工学科

****コーネル大学土木環境工学科

本研究は以上のような観点から、新潟地震当時よく使用されていたRC (Reinforced Concrete) 杭と現在市場で90%以上の使用実績を持つPHC (Prestressed High Strength Concrete) 杭を対象に、液状化に起因する地盤の側方移動を受ける際の杭の応答、および破壊に及ぼすP-△効果の影響を数値解析によって調べたものである。

2. 解析方法

Fig. 1 に解析に用いる杭-地盤系の概略を示す。P-△効果を評価するためには大変形解析を行わなければならない。そのため本研究では、杭は幾何学的非線形性を有するはり要素と非線形曲げモーメント-たわみ特性を有する回転バネスライダ要素を交互に直列に配列することでモデル化し、地盤はバイリニアのバネスライダ要素でモデル化した。地盤の変位はこの地盤バネを介して力に変換されて杭に加えられる。地盤変位は増分形で与え、各ステップで数回繰り返し計算を行うという反復計算法を用いる。

2.1 杭の幾何学的非線形性

杭の幾何学的非線形性を表現するため、繰り返し計算ごとにはり要素の節点の座標を更新し、剛性マトリクスを計算し直す。はり要素の記号を Fig. 2 に示し、その剛性マトリクスを式 (1) に示す。剛性マトリクスは軸力 P の関数で、P = 0 とおくと通常の剛性マトリクスと一致する。

$$\begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ \frac{2EI}{L^3} + \frac{6P}{5L} & \frac{6EI}{L^2} + \frac{P}{10} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} + \frac{6P}{5L} & \frac{6EI}{L^2} + \frac{P}{10} & 0 \\ 0 & \frac{4EI}{L} - \frac{2PL}{15} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} + \frac{P}{10} & \frac{2EI}{L} - \frac{PL}{30} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3} + \frac{6P}{5L} & -\frac{6EI}{L^2} + \frac{P}{10} & 0 \\ \text{Sym.} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI}{L} - \frac{2PL}{15} & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

ここに、E、I、A はそれぞれはり要素のヤング率、断面2次モーメント、断面積である。そしてL ははり要素の長さであるが、これは一定値ではなく杭の変形にもなって変化し、繰り返し計算によって収束するものである。

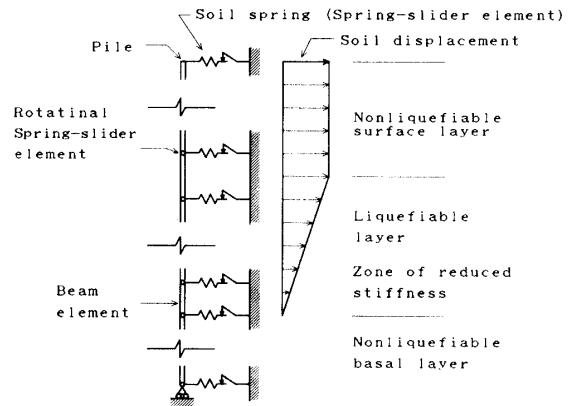


Fig. 1 Profile of pile-soil interaction model.

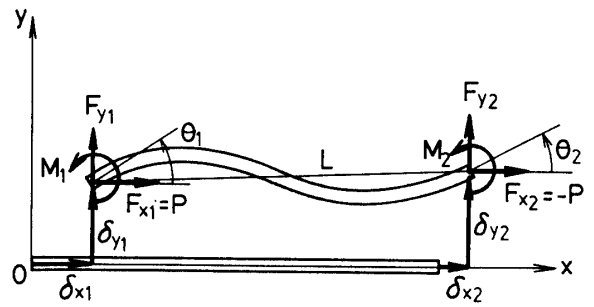


Fig. 2 Notation for the beam element carrying the axial thrust P.

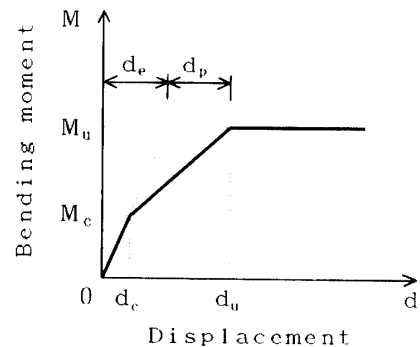


Fig. 3 Trilinear bending moment-displacement model.

2.2 杭の材料非線形性

回転バネスライダ要素の非線形曲げモーメント-

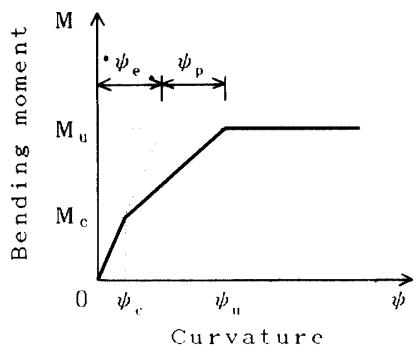


Fig. 4 Trilinear bending moment-curvature model.

たわみ関係は Fig. 3 に示すようにトライリニアを仮定した。ここに M_c , M_u はそれぞれクラッキングモーメント、終局モーメントであり、 d_c , d_u はそれぞれその時のたわみである。この d_u のうち図中の d_e ははり要素のたわみで、残り d_p が回転バネの第2勾配で受け持たれる。すなわち、回転バネスライダ要素は Fig. 4 のような特性を有する。この第2勾配を表すバネ定数 k_ω は次式で与えられる。

$$k_\omega = \frac{n+1}{2} \frac{l}{d_u - d_e} M_u \quad (2)$$

ここに、 n は杭1本をモデル化するのに用いるはり要素の数、 l は杭の長さ、 d_u , d_e はそれぞれ次式で与えられるたわみ量である。

$$d_u = \frac{1}{\psi_u} - \sqrt{\frac{1}{\psi_u^2} - l^2}, \quad d_e = \frac{1}{\psi_e} - \sqrt{\frac{1}{\psi_e^2} - l^2} \quad (3)$$

ここに、 ψ_u , ψ_e は終局状態、およびクラッキングモーメント状態の杭の曲率であり、実験あるいは後述する曲率-軸力曲線 (ψ - N 曲線) から求めることができる。付録に式(2), (3)の誘導を示す。

2.3 地盤の材料非線形性

地盤は Fig. 5 に示すようなバイリニアを仮定している。降伏力 F_y は Hansen によって提案された式(4)¹⁰⁾を用い、バネ係数 k_h は Terzaghi によって提案された式(5)¹¹⁾を用いて求める。

$$F_y = \sigma'_z N_q DL \quad (4)$$

$$k_h = n_h z L \quad (5)$$

ここに、 σ'_z はその節点における有効応力、 N_q は Han-

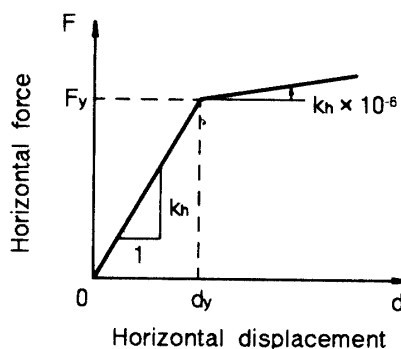


Fig. 5 Force and displacement relation of soil.

Table. 1 Constants of piles.

Pile outer diameter (m)	Pile inner diameter (m)	RC/PHC	M_c (t·m)	ϕ_c ($m^{-1} \cdot 10^{-4}$)	M_u (t·m)	ϕ_u ($m^{-1} \cdot 10^{-2}$)
0.35	0.22	RC	0.967	4.82	6.19	4.25
		PHC	4.050	9.35	6.98	5.71
0.45	0.30	RC	3.260	4.87	25.30	2.56
		PHC	9.630	9.21	18.70	4.17
0.60	0.42	RC	8.550	5.52	44.00	2.17
		PHC	22.60	7.31	40.50	3.20

sen によって提案された無次元係数 (内部摩擦角の関数)、 D , L はそれぞれ杭径と有限要素モデルの節点の受け持つ長さである。また、 n_h は Terzaghi によって提案されている地盤反力係数であり、 z はその節点の地表面からの深さである。

3. 解析モデル

本研究では杭径35cm, 45cm, 60cm の RC 杭と PHC 杭の6種類の杭に対して軸力を変化させて解析を行った。杭の諸元を Table 1 に示す。

表中の M_u , M_c , ψ_u , ψ_c は以下のようにして求めたものである。Fig. 6 (a) は径35cm の RC 杭の終局状態における M - N , ψ - N 曲線であり、(b) はクラッキングモーメント状態におけるそれらである。これらの曲

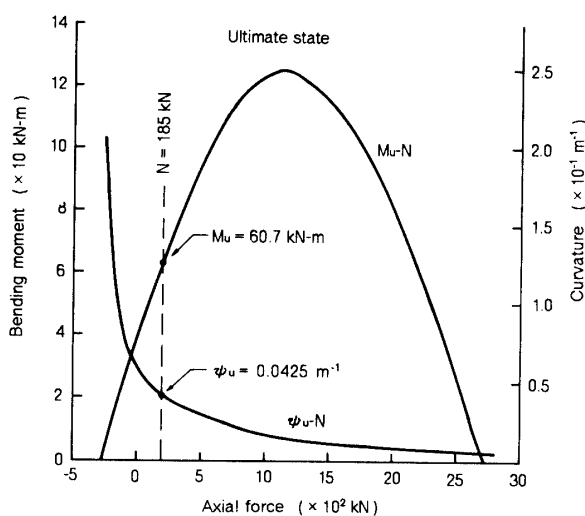


Fig. 6 (a) The M-N and ψ -N curves for the 35cm pile at the ultimate state.

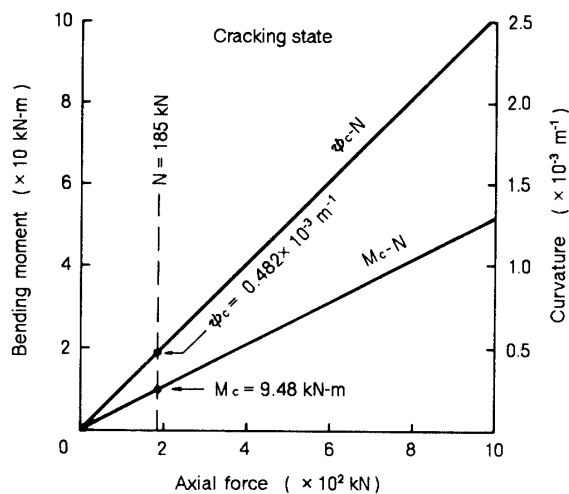


Fig. 6 (b) The M-N and ψ -N curves for the 35cm pile at the cracking state.

Table. 2 Constants of horizontal subgrade reaction.

Soil layer	n_h (t/m ³)
Nonliquefiable surface layer	250
Liquefiable layer	2.8
Nonliquefiable basal layer	1120

線は、与えられた杭の断面、鉄筋あるいはPC鋼の径と本数、およびこれらの応力-ひずみ曲線から計算することができる。本研究では杭の長さは11mの一定値を用い、それに対してはり要素を21要素用いている。

地盤条件は、新潟地震の際、RC杭の破壊が生じた新潟市内のあるビルディングのサイトのものを参考にして決めた。用いた n_h の値を Table 2 に示す。

地盤の側方変位は Fig. 1 に示すように、地表面の非液状化層は一定、その下の液状化層は直線的に変化するという台形分布を仮定し、地表面で最大1mとなるまで解析を行った。ここで、液状化層の地盤バネは非液状化時の50分の1に低減したものをを用いた。

4. 解析結果

4-1 RC杭

Vol. 42 No. 2(1992)

Fig. 7 は地盤が1mまで水平方向に移動するときのRC杭の変位分布の変化の様子を示したものである。図(a)は杭径35cm、(b)は45cm、(c)は60cmに対する結果であり、ここでは軸力の影響をみるために軸力=0としている。

杭径35cmの場合には深さ8.5mと3mの2カ所で終局モーメントに達して、ここにプラスチックヒンジが生じており、杭の変位分布はほぼ地盤の変位に等しくなっている。プラスチックヒンジの生じたこの2カ所は非液状化層と液状化層の境界に一致している。図(b)、(c)から明らかなように、杭径が大きくなるに従って3.5m付近の曲率は小さくなり、ここにはプラスチックヒンジは生じず、深さ8.5mにのみプラスチックヒンジが現れている。

Fig. 8 は軸力を載荷した際の変位分布である。ここで軸力としては実際の設計の場合を想定して、杭先端での極限支持力の約3分の1とした。すなわち、35cm杭には18.9ton、45cm杭には48ton、60cm杭には85tonを軸荷重として載荷した。図(a)の35cm杭は軸力=0の場合と殆ど差は生じていない。しかし、図(b)の45cm、(c)の60cmの場合には途中から変位分布が不安定となっている。

本解析とは別途に片持ちばりに対して軸荷重を増大する解析を行ったところ、ほぼ座屈荷重でその解が不安定になり、変位分布も図(b)、(c)と同様な現象がみられた。そこで本研究では便宜上、このように不安定領域に達したら「座屈した」と呼ぶことにする。

45cm杭はほぼ地盤変位が50cmで、60cm杭はほぼ75cm

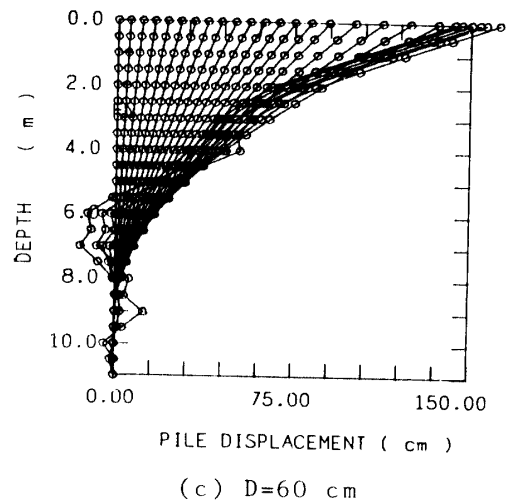
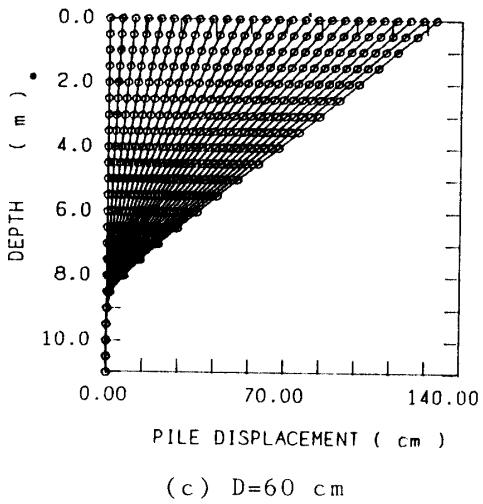
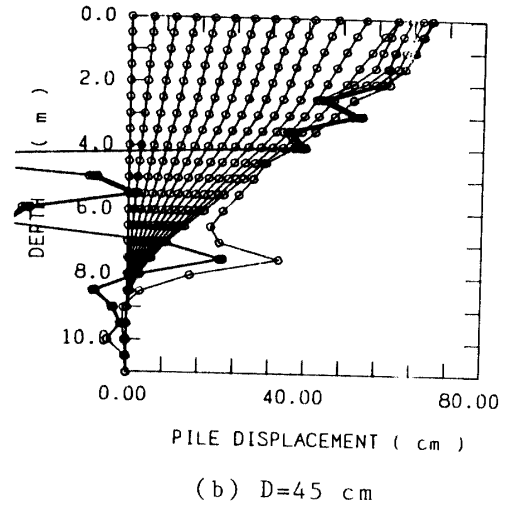
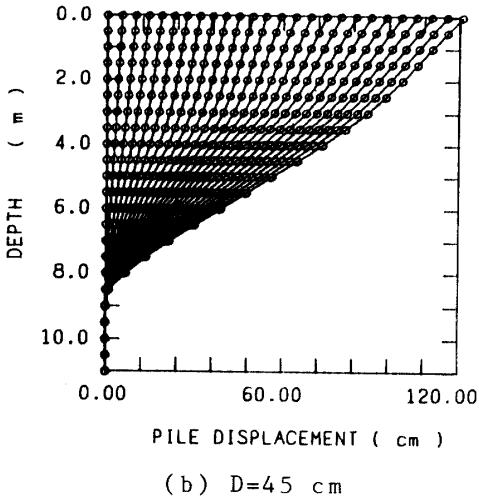
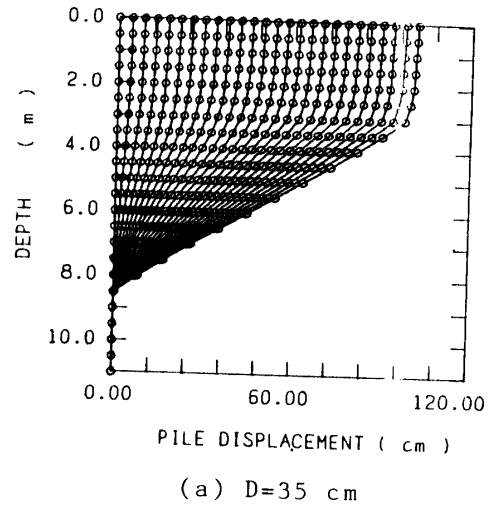
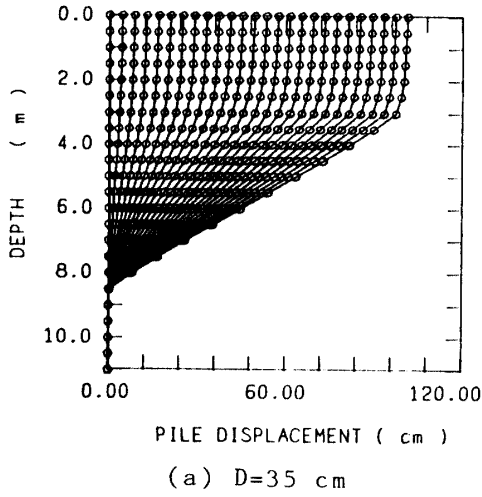


Fig. 7 The distribution of displacements of RC piles subjected to grand displacements. (N=0)

Fig. 8 The distribution of displacements of RC piles subjected to grand displacements. (N≠0)

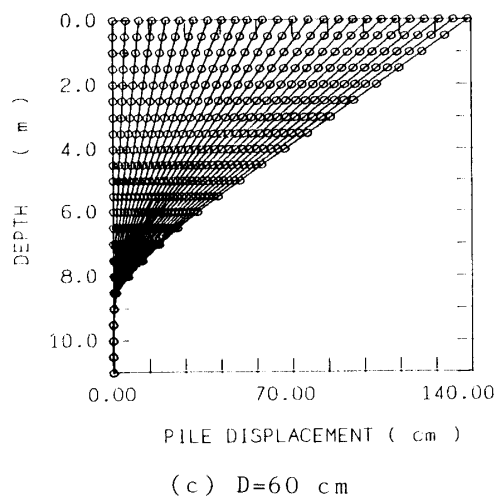
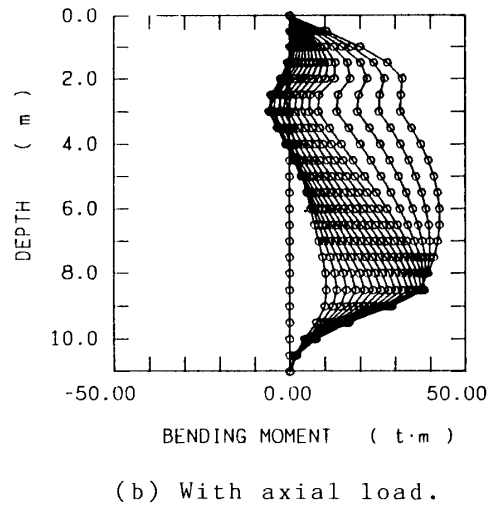
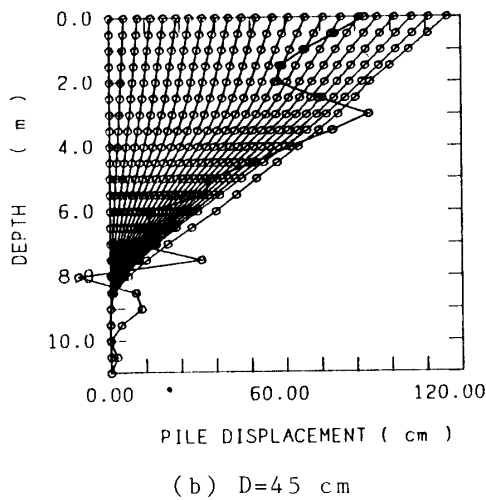
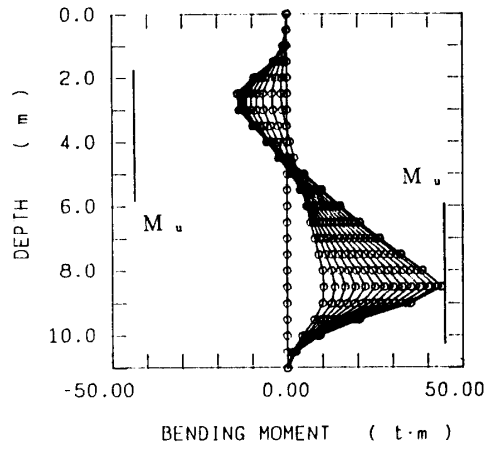
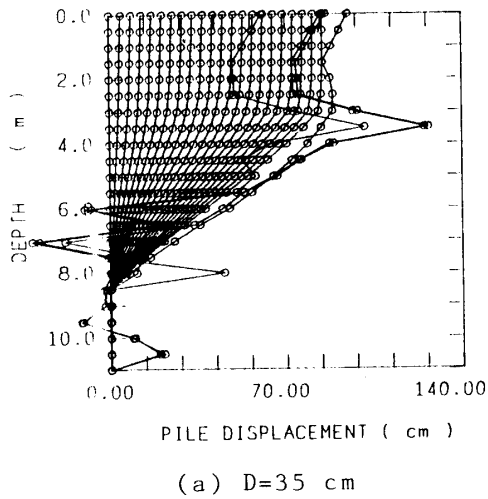


Fig. 9 The distribution of displacements of RC piles subjected to grand displacements. (N ≠ 0)

Fig.10 Comparison of the distribution of bending moments of 45cm RC piles.

で座屈している。また60cm杭は軸力=0の場合に比べて、地盤変位の増大に従って杭の変位増分が加速されて、杭頭の変位が大きい、これはP- Δ 効果による曲げモーメントに起因するものである。なお、3本の杭の座屈荷重は弾性論より両端ヒンジのはりとして計算するとそれぞれ177.5ton, 461.2ton, 1380tonとなる。これより35cm, 45cm杭の載荷軸力は座屈荷重の約10分の1, 60cm杭は約16分の1であるが、このような小さな軸荷重であっても地盤の側方変位を受けると杭は不安定現象を呈することがあることがわかる。

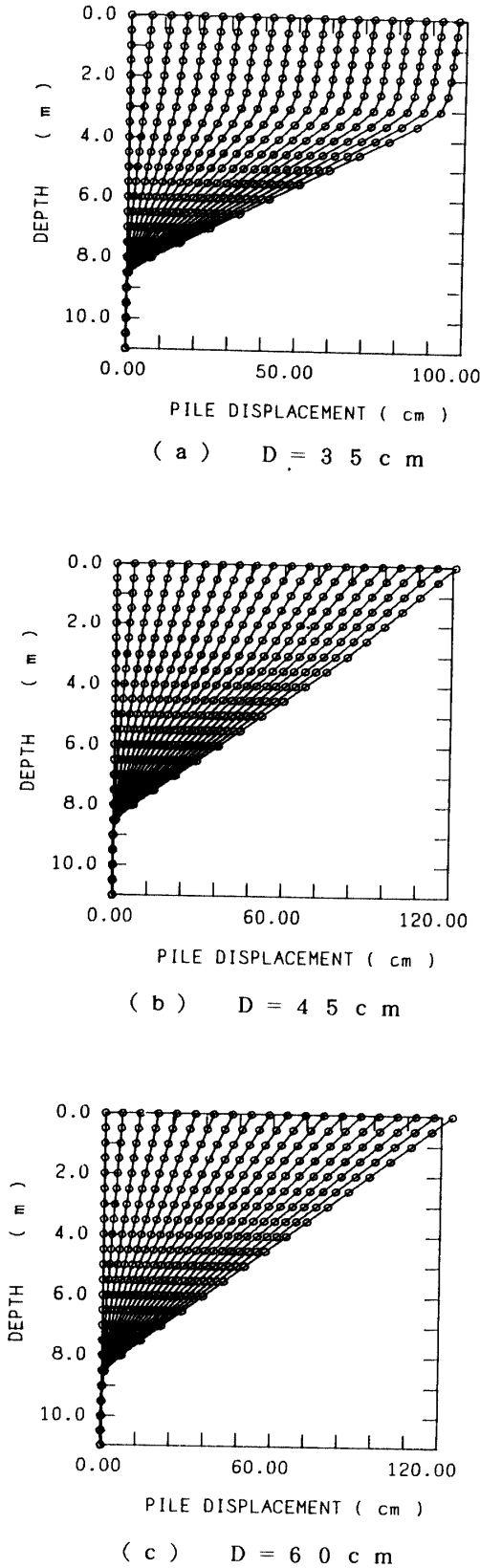


Fig.11 The distribution of displacement of PHC piles subjected to grand displacements. (N=0)

Fig. 9 は軸力を変化させた場合である。すなわち、35cm杭には軸力を Fig. 8 のときの2倍の37.8tonを、45cmと60cm杭には半分の24tonおよび42.5tonをそれぞれ載荷した時の変位である。35cm、45cmは地盤変位約90cmで座屈しているが、60cm杭は座屈していない。

軸力の存在によって杭に発生する曲げモーメントの分布がどのように変わるかを調べた。Fig.10は60cm杭の軸力=0の場合 (Fig. (a)) と軸力が85tonの場合 (Fig. (b)) を比較したものである。これより、軸力がある場合には曲げモーメントがマイナスからプラスの方向へ顕著にシフトしていることがわかる。これもP-△効果の現れである。ここで注目すべきは、最大曲げモーメントの生じる場所が液状化層と基盤層との境界からその上方に移動し、杭のほぼ中央に移動することである。

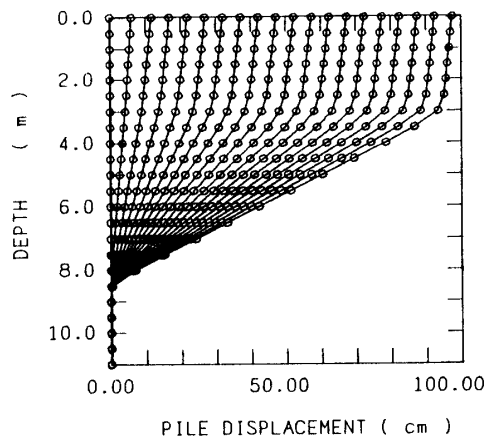
4-2 PHC 杭

Fig.11は軸力=0のときのPHC杭の変位分布である。RC杭の変位分布によく似た結果となっている。Fig.12は軸力18.9ton、48ton、85tonをそれぞれ35cm杭、45cm杭、60cm杭に載荷した場合である。これより、35cm杭は軸力=0の場合とほとんど同じ結果となっており、45cm杭はRC杭にみられた座屈現象が現れていない。しかし60cm杭は地盤変位が約70cmで座屈が生じている。RC杭の場合は約75cmであったのでやや小さい地盤変位で座屈する事になる。

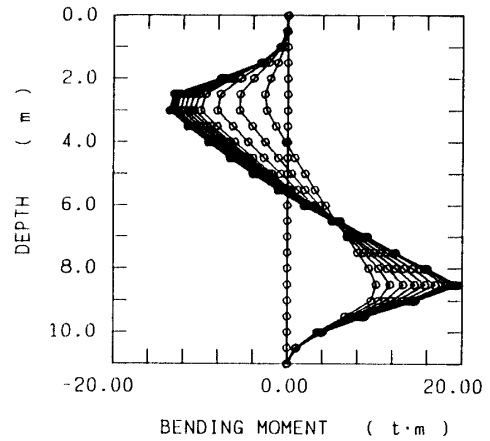
Fig.13は45cm杭の曲げモーメントの分布を軸力のない場合とある場合とで比較したものである。図(a)は軸力=0、(b)は軸力=48tonの場合である。これより、曲げモーメントのシフトが著しいことがわかる。

RC杭とPHC杭とを比較すると、45cm杭の場合はPHC杭の方が座屈するのに大きい地盤変位を要した。これに対して60cm杭はPHC杭の方がやや小さな地盤変位で座屈するという結果が得られた。しかし、PHC杭の場合は最適なプレストレスを杭に導入することによって同じ材料で M_u を上げることが可能で、引いてはより大きな地盤変位まで座屈しないような設計が可能である。これらのことを勘案すると、PHC杭の方が大きい地盤変位に対しても安全であるといえよう。

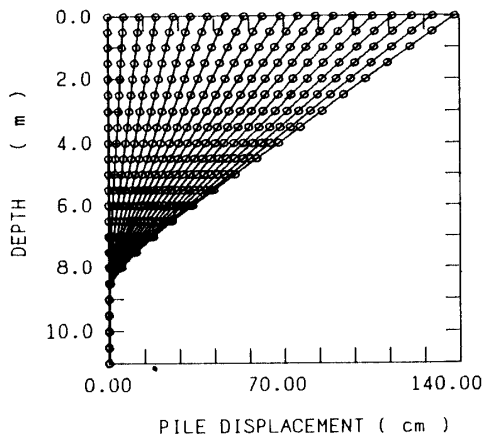
しかしながらこれは終局状態、すなわちプラスチックヒンジが現れて座屈するような状態に対していえることである。PHC杭の場合、クラックが入るとPC線がさびるといことでクラッキングモーメントが重要な意味をもつ。そこでクラッキングモーメントに到達する地盤変位を調べるために曲げモーメントが極大となる8.5mと3.0mの位置における曲げモーメント-地



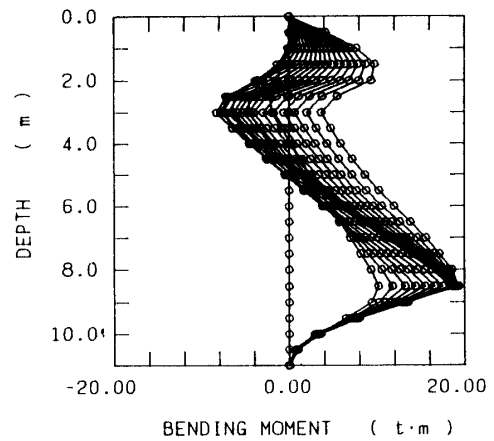
(a) $D = 35 \text{ cm}$



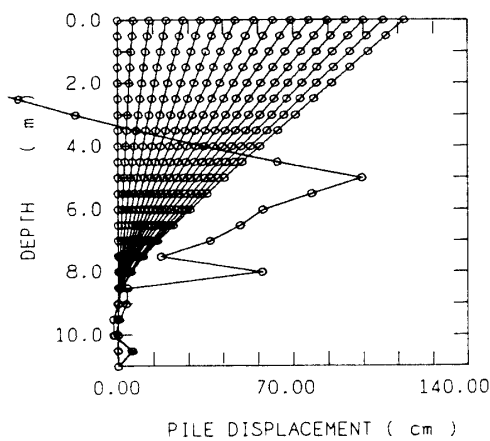
(a)



(b) $D = 45 \text{ cm}$



(b)



(c) $D = 60 \text{ cm}$

Fig.12 The distribution of displacement of PHC piles subjected to grand displacements. ($N \neq 0$)

Fig.13 Comparison of the distribution of bending moments of 45cm PHC piles.

盤変位の関係を示したのが Fig.14である。

図(a)が35cm杭, (b)が45cm杭, (c)が60cm杭に対するものである。図より35cm杭では8.5m, 3.0mの両位置でクラックが生じており, その時の地盤変位はそれぞれ3.5cm, 8.2cmである。また45cm杭と60cm杭では8.5mの位置にだけクラックが生じており, その時の地盤変位はそれぞれ4.8cm, 7.5cmである。これより, クラックは非常に小さい地盤変位で生じることが分かる。

これより, 必ずしも PHC 杭の方が RC 杭に比べて地盤の側方移動に対して有効とはいきれないといえよう。

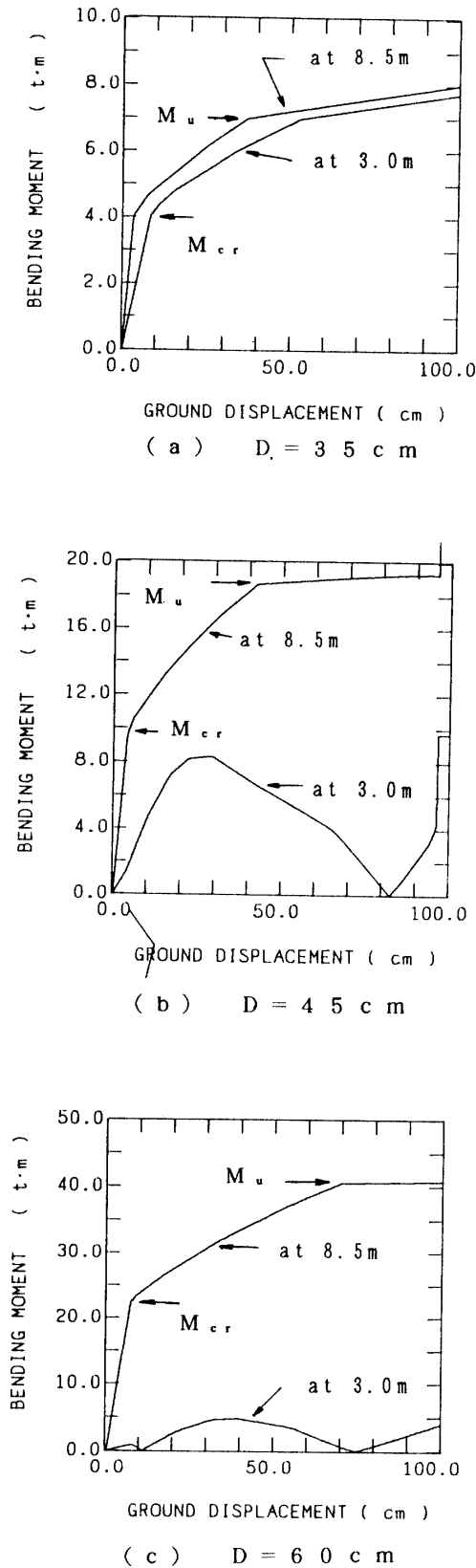


Fig.14 Bending moment and ground displacement relations for PHC piles.

5. 結論

本研究は、液状化によって地盤が側方移動する際のRC杭, PHC杭の応答を軸荷重の影響を考慮にいれて調べるために、まずその解析手法を示し、次にRC, PHC杭それぞれ3種類、計6種類の杭に対して解析を行ったものである。

液状化による地盤の側方移動は時には数mにも達するが、本研究では1mまでの地盤変位を考えた、この変位内においても軸荷重によるP-△効果によって座屈現象に似た不安定現象が現れることが分かった。

またPHC杭の方がRC杭よりも大きな地盤変位に対して安定性を保持することが期待できるが、クラックは非常に小さな(数cmのオーダーの)地盤変位で生じることとも判明した。PC線のさびの悪影響を考えると、これはPHC杭が地盤の側方移動に対して必ずしも有効であるとは言えないことを示唆するものである。

参考文献

- 1) 河村・西沢・和田; 20年後の発掘で分かった液状化による杭の被害, Nikkei Architecture, 7月29日号, 1985.
- 2) K. Kawashima, K. Shimizu, S. Mori, M. Takagi, N. Suzuki and S.Nakamura; Analytical studies on Damage to Bridges and Foundation Piles Caused by Liquefaction-induced Permanent Ground Displacement, Proc. of First Japan-U. S. Workshop on Liquefaction, Large Ground Deformation and Their Effects on Lifeline Facilities, pp. 99-126, 1988.
- 3) 清水・森・高木・中村・田中・川島・鈴木; 地盤の永久変位による橋梁および建物基礎杭の被害の調査, 一日本共同研究-地盤変状と地中構造物の地震被害に関する研究, 昭和63年度調査・研究報告書, 第9章, 地震予知総合研究振興会, pp. 501-521, 1989.
- 4) H. Hamada, S. Yasuda, R. Isoyama and K. Emoto; Study on Liquefaction Induced Permanent Ground Displacement, Association for the Development of Earthquake Prediction, pp. 51-57, 1986.
- 5) 浜田・吉田・中村; 地盤の永久変位による杭基礎の調査, 一日本共同研究-地盤変状と地中構造物の地震被害に関する研究, 平成元年度調査・研究

- 報告書, 第4章, 地震予知総合研究振興会, pp.195-233, 1989.
- 6) H. E. Stewart, F. Miura and T. D. O' Rourke; Pile Damage due to Large Ground Displacement, Proc. of First Japan-U. S. Workshop on Liquefaction, Large Ground Deformation and Their Effects on Lifeline Facilities, pp. 99-126, 1988.
 - 7) F. Miura, H. E. Stewart and T. D. O' Rourke; Lateral Spreading Effects on Pile Foundation, Proc. from the Second U. S. -Japan Workshop on Liquefaction, Large Ground Deformation and Their Effects on Lifeline Facilities, pp. 295-307, 1989.
 - 8) 清水・森・高木・中村・田中・川島・鈴木・大保; 数值解析による構造物基礎杭の被害の研究, 一 日米共同研究-地盤変状と地中構造物の地震被害に関する研究, 昭和63年度調査・研究報告書, 第11章, 地震予知総合研究振興会, pp. 635-683, 1989.
 - 9) N. Yoshida and M. Hamada; Damage to Foundation Pils and Deformation Pattern of Ground due to Liquefaction-Induced Permanent Ground Deformations, Proc. From the Third Japan-U. S. Workshop on Earthquake Resistant Design of Lifeline Facilities and Countermeasures for Soil Liquefaction, pp. 147-161, 1991.
 - 10) J. B. Hansen; The Ultimate Resistance of Rigid Piles Against Transversal Forces, Bull. 12, Danish, Geotech. Institute, Copenhagen, pp. 1-9, 1961.
 - 11) K. Terzaghi; Evaluation of Coefficients of Subgrade Reaction, Geotechnique, Vol. 5, No. 4 pp. 297-326, 1955.

付録

式(2), (3)の誘導

曲げモーメント M と回転角 θ は等価なバネ定数 k_ω を用いて次式で関係づけられる.

$$M = k_\omega \theta \tag{A1}$$

この等価なバネ定数 k_ω は, はり要素と回転バネ-スライダ要素を配列してモデル化した杭の変位と非線形性を有する均質なはりの変位が等しくなるように,

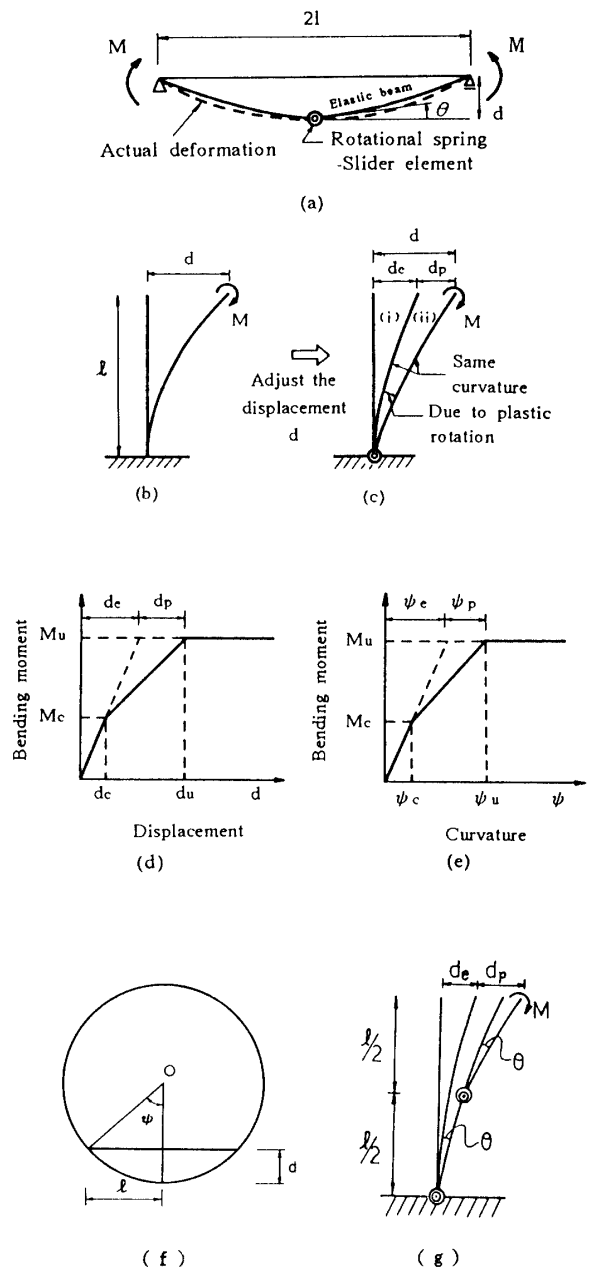


Fig. A Schematical drawing to obtain the equivalent spring coefficient of the rotational spring-slider element.

以下の手順で決定する. Fig. A はその基本的考えを示したものである.

まず, Fig. A (a)は曲げモーメント M を受けている長さ $2l$ のはりの変位分布を比較したものである. 実線は本研究で用いたはり要素と回転バネ-スライダ要素でモデル化したはりであり, 破線は非線形性を有する均質なはりの変位 (実際の変位) である. 図は簡単

のためはり要素が2要素の場合について示してある。この図より、はり要素の数を増やすことによって十分な近似を得ることができることが分かる。

図(b)と(c)は(a)の変位と等しい変位を片持ちばりで表したものである。図(c)に示すように、変位dははり要素の弾性変形による変位 d_e と回転バネスライダ要素の回転による変位 d_p の和で表される。このとき図(c)の2本のはり(i), (ii)の曲率は等しい。

一方、図(c)の変位 d_e と d_p をモーメント-変位曲線に表すと図(d)のようになる。これらの変位は直接計算できないので、図(e)に示したモーメント-曲率曲線から求めることを考える。曲率 ψ_e ははりの弾圧変形によるものであり、 ψ_p は非線形性による曲率の増加分である。ここで、曲げモーメントがクラッキングモーメント M_c に到達するまでは、回転バネスライダ要素は回転をしない、すなわち、回転バネスライダ要素は d_p にのみ関与するものである。

さて、図(c)より、

$$d_p = \theta l \tag{A2}$$

また、図(d)より、

$$d_p = d_u - d_e \tag{A3}$$

式(A 1)より、

$$\theta = \frac{M_u}{k_\omega} \tag{A4}$$

式(A 2), (A 3), (A 4)より次式を得る。

$$k = \frac{l}{d_u - d_e} M_u \tag{A5}$$

一方、はりの変位分布が図(f)に示すように円弧の一

部であると仮定すると、変位dは曲率 ψ の関数として両者の幾何学的関係から次式で与えられる。

$$d = \frac{1}{\psi} - \sqrt{\frac{1}{\psi^2} - l^2} \tag{A6}$$

したがって、終局状態に対しては、

$$d_u = \frac{1}{\psi_u} - \sqrt{\frac{1}{\psi_u^2} - l^2} \tag{A7}$$

そして弾性限界(クラッキングモーメント)の状態に対しては、

$$d_e = \frac{1}{\psi_e} - \sqrt{\frac{1}{\psi_e^2} - l^2} \tag{A8}$$

式(A7), (A8)を式(A5)へ代入することによって等価なバネ定数 k_ω が求まる。しかし、これは1はり要素、1回転バネスライダ要素でモデル化した場合のものである。

いま、長さlのはりをn個のはり要素とn個の回転バネスライダ要素でモデル化した場合には d_p は次の式で与えられる(Fig. (g)を参照されたい。この場合はn=2である)。

$$\begin{aligned} d_p &= \theta l + \frac{n-1}{n} \theta l + \frac{n-2}{n} \theta l + \dots + \frac{1}{n} \theta l \\ &= \frac{n+1}{2} \theta l \end{aligned} \tag{A9}$$

上式と式(A3), (A4)から等価なバネ定数 k_ω が次式のように与えられる。

$$k_\omega = \frac{n+1}{2} \frac{l}{d_u - d_e} M_u \tag{A10}$$

(平成3年10月25日受理)