

# ニューラルネットワークによる 非対称TSPの一解法

西 正明\* 降矢 順治\*\*

A Solving Method for Asymmetric TSP Using Neural Network

Masaaki NISHI\* Jyunji FURUYA\*\*

(Received November 30, 1992)

キーワード：ホップフィールドニューラルネットワーク，TSP，学習

## 1. 緒 言

TSP（巡回セールスマン問題）とは1人のセールスマンが複数の都市を巡回する際の最短経路を求める問題である。ホップフィールドが相互結合型のニューラルネットワークによってこのTSPが解けることを示して以来<sup>(1)(2)(3)</sup>，ニューラルネットワークが注目されている。このタイプのニューラルネットワーク（今日ホップフィールドニューラルネットワークと呼ぶ）は，相互結合が対称であること（ $W_{ij}=W_{ji}$ ），ニューロンは非同期に動作することの2項目を制約条件としている。ホップフィールドニューラルネットワークは収束結果が必ずしも良好でないのでこれまで幾つかの改良がなされてきている<sup>(4)(5)</sup>。非対称TSPとは相互結合が非対称である場合（ $W_{ij}\neq W_{ji}$ ）のTSPであり，先に都市間の経路の時間的距離が上下線で異なるとして，相互結合が非対称である場合のTSPに適用した結果を報告した<sup>(6)</sup>。

本論文では，その改良の一つとして対称でも非対称でも使える解法を提案し，収束についての検討結果を述べる。さらに，シミュレーション結果について述べる。

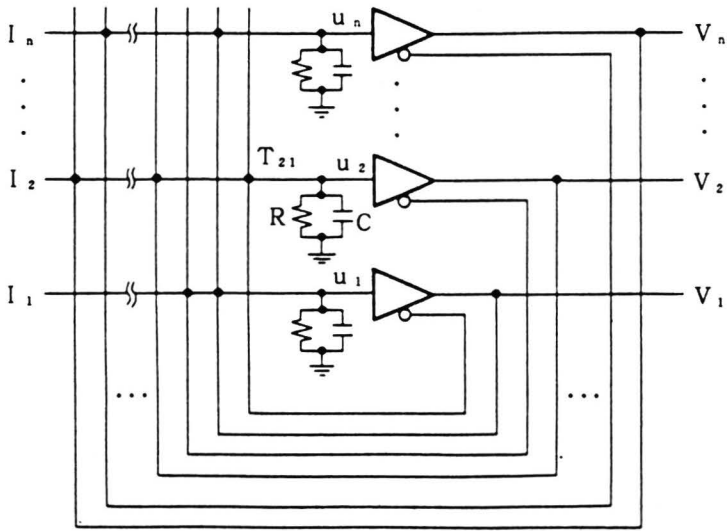
## 2. ホップフィールドニューラルネットワークの概要

まずホップフィールドニューラルネットワークの概要を述べる。回路構成を図1（a）に示す。図1（a）に示される回路では次式に従って収束していく。

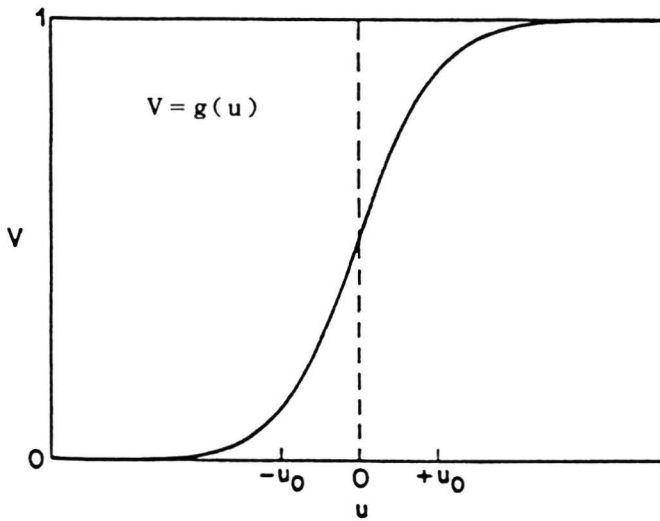
---

\* 山口大学教育学部附属教育実践研究指導センター

\*\*山口大学教育学部技術教育



(a) アナログ回路



(b) ニューロンの入出力特性

図1 ホップフィールドニューラルネットワーク

$$\frac{d u_i}{d t} = \sum_{j=1}^N T_{ij} V_j + I_i - \frac{u_i}{\tau}, \quad \tau = RC, \quad V_j = g(u_j) \quad (1)$$

相互結合型ネットワークでは式(1)に従って収束するとき、同時に次式で示されるエネルギー関数の値が最小になって安定する。

$$E = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_j T_{ij} V_i V_j - \sum_i V_i I_i \quad (2)$$

上式をそれぞれ2次元に拡張すると、

$$\frac{d u_{xi}}{d t} = \sum_Y \sum_j T_{xiYj} V_{Yj} + I_{xi} - \frac{u_{xi}}{\tau} \quad (3)$$

$$E = -\frac{1}{2} \sum_X \sum_i \sum_Y \sum_j T_{xiYj} V_{xi} V_{Yj} - \sum_X \sum_i V_{xi} I_{xi} \quad (4)$$

なお、ニューロンの入出力関係は、次式のようなシグモイド関数で表されるものとする。この関数は図1(b)となり、ニューロンの出力値は、 $0 < V_{xi} < 1$ なる値をとる。

$$V_{xi} = g(u_{xi}) = \frac{1}{2} \left( 1 + \tanh \left[ \frac{u_{xi}}{u_0} \right] \right) = \frac{1}{1 + \exp \left[ \frac{-2 u_{xi}}{u_0} \right]} \quad (5)$$

TSPでは各制約式から次式の値が最小になればよいと考える。

$$E = \frac{A}{2} \sum_X \sum_i \sum_{j \neq i} V_{xi} V_{xj} \quad \begin{array}{l} \text{同じ都市には1度だけ訪問} \\ \text{(X=Y, i \neq j)} \end{array}$$

$$+ \frac{B}{2} \sum_X \sum_i \sum_{Y \neq X} V_{xi} V_{Yi} \quad \begin{array}{l} \text{同時に複数の都市は訪問しない} \\ \text{(X \neq Y, i=j)} \end{array}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{C}{2} \left( \sum_X \sum_i V_{xi} - n \right)^2 && \text{全体の訪問回数は } n \text{ 回} \\
& + \frac{D}{2} \sum_X \sum_i \sum_{Y \neq X} d_{xy} V_{xi} (V_{Yi+1} + V_{Yi-1}) && \text{巡回経路の総距離} \\
& && (X \neq Y, i \neq j)
\end{aligned} \tag{6}$$

添字はモジュラーNで表現され、都市Xと都市Yの距離 $d_{xy}$ は $|d_{xy}| \leq 1$ となるように正規化して与えるものとする。式(6)の第3項に含まれる定数 $\frac{C}{2}n^2$ を無視して式(4)と比較すれば、 $T_{xiYj}$ と $I_{xi}$ はそれぞれ次式となる。

$$\begin{aligned}
T_{xiYj} &= -A \delta_{xy} (1 - \delta_{ij}) - B \delta_{ij} (1 - \delta_{xy}) - C - D d_{xy} (\delta_{j+1} + \delta_{j-1}) \\
\text{但し } \delta_{ij} &= \begin{cases} 1 & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}
\end{aligned} \tag{7}$$

$$I_{xi} = C n \tag{8}$$

上式(7), (8)を用いると式(3)は次式となる。

$$\begin{aligned}
\frac{d u_{xi}}{d t} &= - \frac{u_{xi}}{\tau} - A \sum_{j \neq i} V_{xj} - B \sum_{Y \neq X} V_{Yi} - C \sum_Y \sum_j V_{Yj} \\
&\quad - D \sum_{Y \neq X} \sum_{j \neq i} d_{xy} (\delta_{j+1} + \delta_{j-1}) V_{Yj} + C n \\
&= - \frac{u_{xi}}{\tau} - A \sum_{j \neq i} V_{xj} - B \sum_{Y \neq X} V_{Yi} - C \left( \sum_Y \sum_j V_{Yj} - n \right) \\
&\quad - D \sum_{Y \neq X} d_{xy} (V_{Yi+1} + V_{Yi-1})
\end{aligned} \tag{9}$$

式(9)はニューロンの入力値 $u_{xi}$ の増減の方向を示すもので、次式に従って、 $u_{xi}$ を更新していくものとする。 $\Delta t$ は更新量の大きさを指定するパラメータである。

$$u_{xi}(t+1) = u_{xi}(t) + \frac{d u_{xi}}{d t} \Delta t \quad (10)$$

ニューロンに加える入力 \$u\_{\infty}\$ は、全てのニューロンで等しく、かつ \$\sum\_{X,i} V\_{xi} = N\$ を満足するものとするれば、式 (5) を用いて

$$\frac{1}{1 + \exp\left(\frac{-2 u_{\infty}}{u_0}\right)} \cdot N^2 = N \quad \text{より次式 (11) となる。}$$

$$u_{\infty} = -\frac{u_0}{2} \log_e(N-1) \quad (11)$$

実際には全てのニューロンの値を等しくしてしまうと、初期の動きが鈍く収束性が悪くなるので、次式に示すように \$u\_0\$ の \$\pm 10\%\$ 以内のパラツキを加えて初期値とした。

$$u_{xi} = u_{\infty} + u_0 \cdot \text{RND} \quad (\text{但し, RND は } -0.1 \text{ 以上 } 0.1 \text{ 未満の乱数}) \quad (12)$$

以上より、都市間距離 \$d\_{xy}\$ を与えて、パラメータ \$A, B, C, D, \tau, n\$ を適当に決めて各ニューロンの入力に初期値を与えれば、各ニューロンは式 (10) に従って非同期に入力値を更新していく。このとき、パラメータと初期値が適切に与えられていれば、ネットワーク全体が式 (6) で示されるエネルギー値を小さくするように収束していく。

### 3. 非対称 TSP の解法

非対称 TSP はニューロン間の結合が非対称の場合 (\$W\_{ij} \neq W\_{ji}\$) であり、本論文では都市間の経路の時間的距離が渋滞などのために上下線で異なる場合を例として扱う。都市間の距離は方向を考慮して、\$d\_{xy}\$ を都市 \$X \to\$ 都市 \$Y\$ の距離とする。

非対称 TSP を解く 1 つの方法として式 (9) の第 5 項において都市 \$X \to\$ 都市 \$Y\$ の経路長を取り除く方法を先に報告した<sup>(6)</sup>。この場合、式 (9) を次式 (9A) に変更した。

$$\frac{d u_{xi}}{d t} = -\frac{u_{xi}}{\tau} - A \sum_{j \neq i} V_{xj} - B \sum_{Y \neq X} V_{Yi} - C \left( \sum_Y \sum_j V_{Yj} - n \right)$$

$$- 2 D \sum_{Y \neq X} d_{XY} V_{Y+1} \quad (9A)$$

式 (9 A) では非対称 T S P を解くのに有効であったが、都市 Y → 都市 X の経路長  $d_{YX}$  の代わりに都市 X → 都市 Y の経路長  $d_{XY}$  を 2 倍することで代用しているため最短距離を求める上で効率を落としていると考えられる。また対称な T S P に使用できなくなってしまう。そこで、本論文では都市 Y → 都市 X の経路長も積極的に計算に取り入れる方法を提案する。このときの計算式を次式 (9 B) に示す。

$$\frac{d u_{xi}}{d t} = - \frac{u_{xi}}{\tau} - A \sum_{j \neq i} V_{Xj} - B \sum_{Y \neq X} V_{Yi} - C \left( \sum_Y \sum_j V_{Yj} - n \right) - D \sum_{Y \neq X} (d_{XY} V_{Y+1} + d_{YX} V_{Y-1}) \quad (9B)$$

式 (9 B) は対称 T S P でも非対称 T S P でも共通に使える。また、都市 X と前後の都市 Y との距離  $d_{XY}$ 、 $d_{YX}$  を計算に入れているので、最短距離を求める上で効率が落ちることはないと考えられる。

#### 4. 収束性

ホップフィールドニューラルネットワークの収束性について検討する。即ち、エネルギーが時間とともに減少または一定になるかどうかを検討する。

エネルギー関数を示す式 (2) を時刻を考慮して書き改めると次式となる。

$$E(t) = - \frac{1}{2} \sum_i \sum_j T_{ij} V_i(t) V_j(t) - \sum_i V_i(t) I_i \quad (2A)$$

上式を  $V_i(t)$  について微分すると、次式となる。

$$\frac{d E(t)}{d V_i(t)} = - \left[ \sum_j T_{ij} V_j(t) + I_i \right] \quad (13)$$

これより、ニューロンの入力値  $u_i(t)$  は次式で表されるので式 (15) が得られる。

$$u_i(t) = \sum_j T_{ij} V_j(t) + I_i \quad (14)$$

$$E(t+1) - E(t) = - \{ V_i(t+1) - V_i(t) \} \cdot u_i(t) \quad (15)$$

また、入力値の時間微分式(1)を時刻を考慮して書き改め、式(14)を用いると次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{d u_i(t)}{d t} &= \sum_j T_{ij} V_j(t) + I_i - \frac{u_i(t)}{\tau} \\ &= u_i(t) - \frac{u_i(t)}{\tau} = \left[ 1 - \frac{1}{\tau} \right] \cdot u_i(t) \end{aligned} \quad (16)$$

入力値の更新式(10)を時刻を考慮して書き改めると、次式となる。

$$u_i(t+1) = u_i(t) + \frac{d u_i(t)}{d t} \Delta t \quad (10A)$$

次に  $\left[ 1 - \frac{1}{\tau} \right]$  を正、0、負の場合に分けて収束性を検討する。

[I]  $(1 - 1/\tau) > 0$  (即ち  $\tau > 1$ )

①  $u_i(t) > 0$       式(16)より  $d u_i(t) / d t > 0$   
                          式(10A)より  $u_i(t+1) > u_i(t)$   
                          式(5), 図1(b)より  $V_i(t+1) - V_i(t) > 0$   
                          従って、式(15)より  $E(t+1) - E(t) < 0$  となる。

②  $u_i(t) = 0$       式(16)より  $d u_i(t) / d t = 0$   
                          式(10A)より  $u_i(t+1) = u_i(t)$   
                          式(5), 図1(b)より  $V_i(t+1) - V_i(t) = 0$   
                          従って、式(15)より  $E(t+1) - E(t) = 0$  となる。

③  $u_i(t) < 0$       式(16)より  $d u_i(t) / d t < 0$   
                          式(10A)より  $u_i(t+1) < u_i(t)$   
                          式(5), 図1(b)より  $V_i(t+1) - V_i(t) < 0$   
                          従って、式(15)より  $E(t+1) - E(t) < 0$  となる。

[II]  $(1 - 1/\tau) = 0$  (即ち  $\tau = 1$ )

- |                |   |  |
|----------------|---|--|
| ① $u_i(t) > 0$ | } | いずれの場合も  |
| ② $u_i(t) = 0$ |   | 式(16)より $du_i(t)/dt = 0$   |
| ③ $u_i(t) < 0$ |   | 式(10A)より $u_i(t+1) = u_i(t)$<br>式(5), 図1(b)より $V_i(t+1) - V_i(t) = 0$<br>従って, 式(15)より $E(t+1) - E(t) = 0$ となる。 |

[III]  $(1 - 1/\tau) < 0$  (即ち  $\tau < 1$ )

- |                |  |
|----------------|--|
| ① $u_i(t) > 0$ | 式(16)より $du_i(t)/dt < 0$<br>式(10A)より $u_i(t+1) < u_i(t)$<br>式(5), 図1(b)より $V_i(t+1) - V_i(t) < 0$<br>従って, 式(15)より $E(t+1) - E(t) > 0$ となる。 |
| ② $u_i(t) = 0$ | 式(16)より $du_i(t)/dt = 0$<br>式(10A)より $u_i(t+1) = u_i(t)$<br>式(5), 図1(b)より $V_i(t+1) - V_i(t) = 0$<br>従って, 式(15)より $E(t+1) - E(t) = 0$ となる。 |
| ③ $u_i(t) < 0$ | 式(16)より $du_i(t)/dt > 0$<br>式(10A)より $u_i(t+1) > u_i(t)$<br>式(5), 図1(b)より $V_i(t+1) - V_i(t) > 0$<br>従って, 式(15)より $E(t+1) - E(t) > 0$ となる。 |

従って以上の検討から, 収束するための条件は  $(1 - 1/\tau) \geq 0$  即ち  $\tau \geq 1$  である。そのうち,  $\tau > 1$  の場合は,  $u_i(t) = 0$  の場合 (入力の初期値を0としない限りほとんど有り得ない) を除きエネルギーは常に減少していき,  $\tau = 1$  の場合はエネルギーは常に変化しない, というのが以上の検討結果である。

但し,  $\tau = 1$  であっても式(12)に示したように入力の初期値  $u_i(0)$  がばらつきを含むように  $u_{\infty} + u_0 \cdot \text{RND}$  (但し,  $\text{RND}$  は  $-0.1$  以上  $0.1$  未満の乱数) で与えられる場合には以下に述べるようにエネルギーは常に減少していく。

式(11)から,  $u_{\infty} = -(u_0/2) \log_e(N-1) < 0$  であり, 付加するばらつきは十分小さく  $|u_{\infty}| > |u_0 \cdot \text{RND}|$  とすれば,  $u_i(0) < 0$  である。一方, 式(5)よりニューロンの出力  $V_j$  の微分式は次式となる。

$$\frac{dV_j}{du_j} = \frac{2}{u_0} \{g(u_j) - g^2(u_j)\} \quad (17)$$

$$\left( \frac{dV_j}{du_j} \right) / dg(u_j) = \frac{2}{u_0} \{1 - 2g(u_j)\} \quad (18)$$



これより、 $dV_j/d u_j$  は  $g(u_j) = 1/2$  即ち  $u_j = 0$  のとき  $1/(2u_0)$  となって最大になり、 $u_j \rightarrow \pm\infty$  で  $dV_j/d u_j \rightarrow 0$  となる。これより、初期値についての入力全体の平均は  $u_i(0)$  のばらつきが一様分布であれば次式のように  $u_{\infty}$  になる。

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i(0) = \frac{1}{N} \sum (u_{\infty} + u_0 \cdot \text{RND}) = u_{\infty} \quad (19)$$

しかし、出力の平均は  $u_i(0) < 0$  なる領域では次式になると考えられる。

$$\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N V_j(0) = \frac{1}{N} \sum g(u_{\infty} + u_0 \cdot \text{RND}) = g(u_{\infty}) + \epsilon > g(u_{\infty}) \quad (\text{ここで、} \epsilon > 0) \quad (20)$$

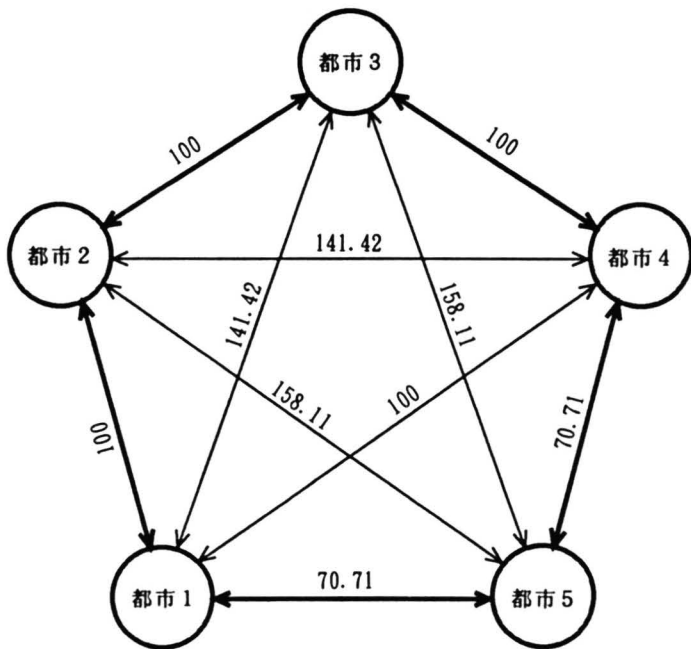
従って、式(16)は入出力の平均値を考慮すると次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{d u_i(0)}{d t} &= \sum_j T_{ij} V_j(0) + I_i - \frac{u_i(0)}{\tau} \\ &= \sum_j T_{ij} \{g(u_{\infty}) + \epsilon\} + I_i - \frac{u_{\infty}}{\tau} \\ &= \left\{ \sum_j T_{ij} g(u_{\infty}) + I_i \right\} + \sum_j T_{ij} \cdot \epsilon - \frac{u_{\infty}}{\tau} \\ &= \left[ 1 - \frac{1}{\tau} + \frac{\sum T_{ij} \cdot \epsilon}{u_{\infty}} \right] \cdot u_{\infty} \end{aligned} \quad (16A)$$

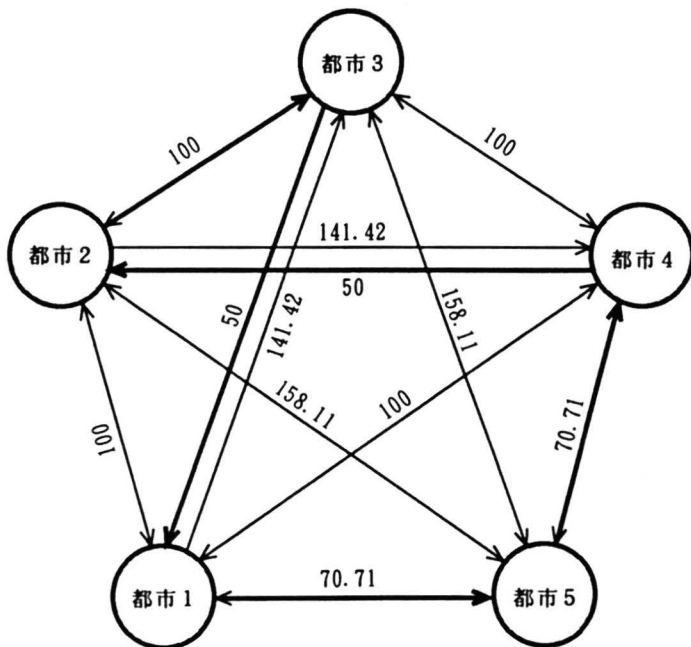
式(16A)において、式(7)から  $T_{ij} < 0$ 、式(11)から  $u_{\infty} < 0$ 、 $\epsilon > 0$  なので、

$$\tau = 1 \text{ のとき } \left[ 1 - \frac{1}{\tau} + \frac{\sum T_{ij} \cdot \epsilon}{u_{\infty}} \right] > 0 \text{ となる。}$$

即ち、 $\tau = 1$  であっても式(12)に示したように入力の初期値に一様なばらつきを与えた場合には先に述べた [I] の場合に相当し、 $E(t+1) - E(t) < 0$  となって、エネルギーは常に減少していく。



(a) 対称5都市TSP



(b) 非対称5都市TSP

図2 シミュレーションに用いたTSPと最短巡回経路

## 5. シミュレーション結果

第3章に述べたホップフィールドニューラルネットワークの定式化に従い、シミュレーションした結果を以下に示す。本論文で用いたパラメータ値は次の通りである。

$$A=1000 \quad B=1000 \quad C=500 \quad D=1000$$

$$u_0=0.02 \quad \tau=1 \quad n=N \times 1.5 \quad \Delta t=1/20000$$

定式化に式(9)を用いる方式とその代わりに式(9A)及び式(9B)を用いる3種類の方式についてシミュレーションを行った。さらに、式(9B)では $\tau=\infty$ 即ち第1項の $u_{xi}/\tau$ を取り除いた場合と、 $\tau=10^{-5}$ 即ち $\tau < 1$ の場合についてもシミュレーションを行った。

本論文で扱ったTSPを図2に示す。図2の中で、矢印に並記された数値は対応する矢印の向きの経路の時間的距離である。(a)は5都市で対称な場合、(b)は非対称5都市の場合で、都市3→都市1、都市4→都市2の時間的距離をそれぞれ短縮した場合である。太い実線の矢印は最短巡回経路を示す。(a)対称5都市の場合は、都市1→都市2→都市3→都市4→都市5→都市1、およびこの逆向き経路、(b)非対称5都市の場合は、都市1→都市5→都市4→都市2→都市3→都市1がそれぞれ最短巡回経路であることを示す。

表1-1 対称5都市TSPシミュレーション結果(1000回学習, 500回試行)

項目	方式	式(9B)				
		式(9) $\tau=1$	式(9A) $\tau=1$	$\tau=1$	$\tau=\infty$	$\tau=10^{-5}$
収束率		100%	100%	100%	100%	0%
正しい経路のできた数 (全体比)		160 32%	61 12%	146 29%	147 29%	27 5%
最短経路のできた数 (全体比) (正しい経路数比)		100 20% 63%	35 7% 57%	99 20% 68%	93 19% 63%	2 0% 7%

表1-2 非対称5都市TSPシミュレーション結果(1000回学習, 500回試行)

項目	方式	式(9B)				
		式(9) $\tau=1$	式(9A) $\tau=1$	$\tau=1$	$\tau=\infty$	$\tau=10^{-5}$
収束率		100%	100%	100%	100%	0%
正しい経路のできた数 (全体比)		123 25%	109 22%	173 35%	208 42%	30 6%
最短経路のできた数 (全体比) (正しい経路数比)		20 4% 16%	51 10% 47%	84 17% 49%	106 21% 51%	0 0% 0%

表2-1 対称5都市TSPシミュレーション結果 ( $\Delta E < 10^{-12}$ で学習打切, 500回試行)

項目 \ 方式	式(9) $\tau=1$			式(9A) $\tau=1$			式(9B) $\tau=1$			式(9B) $\tau=\infty$			式(9B) $\tau=10^{-5}$		
	max	min	ave	max	min	ave	max	min	ave	max	min	ave	max	min	ave
全体の学習回数 エネルギー(E)の増加回数	170	49	113	160	33	94	216	18	113	198	26	112	1000	1000	1000
	1	0	0	36	0	14	1	0	0	2	0	0	498	487	493
収束率	100%			100%			100%			100%			0%		
このときの学習回数	170	49	113	160	33	94	216	18	113	198	26	112	0	0	0
このときのEの増加回数	1	0	0	36	0	14	1	0	0	2	0	0	0	0	0
正しい経路のできた比率	19%			17%			21%			24%			5%		
このときの学習回数	158	63	111	143	43	94	175	63	113	166	51	113	1000	1000	1000
このときのEの増加回数	1	0	0	31	3	14	1	0	0	1	0	0	497	489	493
最短経路のできた比率 (全体比)(正しい経路数比)	8%	41%		5%	32%		11%	54%		10%	41%		0%	7%	
このときの学習回数	158	65	112	141	43	93	154	68	111	166	76	114	1000	1000	1000
このときのEの増加回数	1	0	0	22	3	12	1	0	0	1	0	0	492	490	491

表2-1 非対称5都市TSPシミュレーション結果 ( $\Delta E < 10^{-12}$ で学習打切, 500回試行)

項目 \ 方式	式(9) $\tau=1$			式(9A) $\tau=1$			式(9B) $\tau=1$			式(9B) $\tau=\infty$			式(9B) $\tau=10^{-5}$		
	max	min	ave	max	min	ave	max	min	ave	max	min	ave	max	min	ave
全体の学習回数 エネルギー(E)の増加回数	185	50	116	184	30	95	184	33	112	179	37	107	1000	1000	1000
	17	0	5	36	1	13	1	0	0	1	0	0	498	486	493
収束率	100%			100%			100%			100%			0%		
このときの学習回数	185	50	116	184	30	95	184	33	112	179	37	107	0	0	0
このときのEの増加回数	17	0	5	36	1	13	1	0	0	1	0	0	0	0	0
正しい経路のできた比率	24%			17%			29%			27%			6%		
このときの学習回数	171	60	117	147	46	92	184	55	112	173	45	108	1000	1000	1000
このときのEの増加回数	17	0	5	33	2	12	1	0	0	1	0	0	495	489	492
最短経路のできた比率 (全体比)(正しい経路数比)	3%	11%		6%	32%		9%	33%		8%	32%		0%	0%	
このときの学習回数	162	87	123	125	50	89	163	71	104	138	77	104	0	0	0
このときのEの増加回数	10	2	6	18	2	10	1	0	0	1	0	0	0	0	0

次にシミュレーション結果を示す。表1-1, 表1-2はそれぞれ対称5都市, 非対称5都市についてのシミュレーション結果で, 1試行当たり1000回のニューロン値更新を行い, 500回の試行を行った。この中で, 収束率とは規定のニューロン値更新回数(1000回)以内で次式を満たすようになってエネルギーが収束した場合の全試行回数(500回)に占める比率である。

$$\Delta E = E(t+1) - E(t) < \text{eps} = 10^{-12} \quad (21)$$

$\tau \geq 1$  の場合は, いずれの場合でも収束率は100%であるが,  $\tau = 10^{-5} < 1$  の場合は100%にはならず0%になった。これは第4章に示した検討結果と一致している。 $\tau = 1$  の場合を比較すると, 表1-1から対称5都市では, 式(9A)の方式は他の方式に比べて正しい経路, 最短経路共に得られる数が少なく, 式(9A)の方式は対称TSPが正しく扱えていないことがわかる。表1-2から非対称5都市では, 式(9A)の方式は有効ではあるが, 式(9B)の方式はより多くの最短経路が得られさらに有効であることがわかる。また正しい経路のできた数, 最短経路のできた数について $\tau = 1$ と $\tau = \infty$ の場合を比較すると, 表1-1から対称5都市ではほとんど差はなく, 表1-2から非対称5都市では $\tau = \infty$ の方が正しい経路, 最短経路共に多く得られていることがわかる。これより $\tau$ は大きい方が良さそうであることがわかる。

表2-1, 表2-2は式(21)が満たされた時点でニューロン値更新を打ち切った場合の対称5都市TSP, 非対称5都市TSPそれぞれについて500回の試行を行ったシミュレーション結果である。この中で, エネルギーの増加回数とは学習の過程で $E(t+1) > E(t)$ となった場合の回数である。学習回数とエネルギーの増加回数を最大値(max), 最小値(min)及び平均値(ave)で示している。表2-1, 表2-2からばらつきはあるものの平均値で比較すると,  $\tau \geq 1$ ではどの場合にも100回前後の学習回数で式(21)を満たして収束したが,  $\tau = 10^{-5} < 1$ の場合では設定した打ち切り学習回数(1000回)でも式(21)を満たさず収束しなかったことがわかる。エネルギーの増加回数について $\tau \geq 1$ の場合を比較すると対称5都市では表2-1から式(9A), 式(9B)を用いた方式, 非対称5都市では表2-2から式(9B)を用いた方式は, エネルギーが増加することはほとんどない。しかし, 式(9A)を用いる方式では, 対称TSPで学習回数平均94回当たり14回, 非対称TSPで学習回数平均95回当たり13回エネルギーが増加している。このことから, 式(9A)を用いる方式は対称TSPばかりでなく非対称TSPも正しくは扱えていないことがわかる。さらに $\tau = 10^{-5} < 1$ の場合には, 式(9B)を用いる方式であっても表2-1, 表2-2から対称TSPでも非対称TSPでも1000回の学習のうち約半分の500回はエネルギーが増加しており, 秩序の無い動きになっていることがわかる。

次に式(9B)を用いた方式で $\tau = 1$ ,  $\tau = 10^{-5}$ の2つの場合で, 対称5都市, 非対称5都市をそれぞれ解いているときのエネルギー変化の一例を図3に示す。図3から対称でも非対称でも,  $\tau = 1$ の場合にはエネルギーは100~200回の学習で収束しているが,  $\tau = 10^{-5}$ の場合にはエネルギーが大幅に振動していて, とても収束しそうにないことがわかる。

以上のシミュレーション結果から, 本論文で述べた式(9B)を用いる方式は対称TSPでも非対称TSPでも正しく扱うことができ,  $\tau \geq 1$ であれば第4章で検討した通りエネルギーが途中で増加することなく収束することが確認された。表1-1, 表1-2から正しい経路の得られる比率は1000回学習したとき, 5都市の対称TSPと非対称TSPで30~40%であった。最短経路の得られる比率は20%程度であり, 正しい経路が得られた中では50~70%が最短経路として得られている。

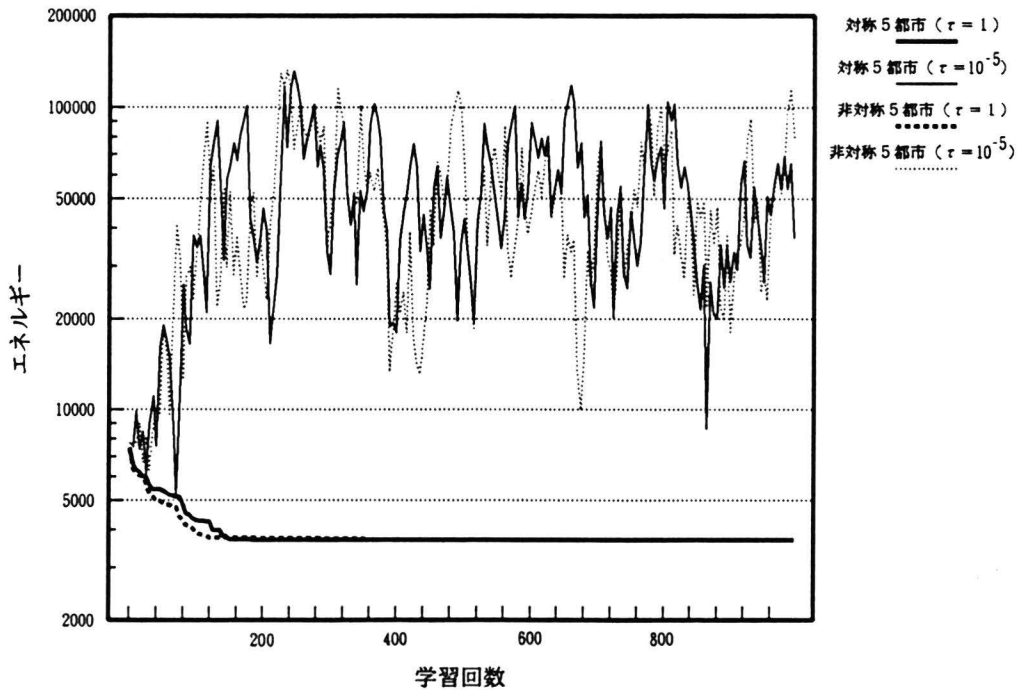


図3 学習過程におけるエネルギーの変化 [式(9B)方式]

#### 4. 結 言

都市間の時間的距離が通行の向きで変わらない対称TSPと通行の向きによって異なる非対称TSPの両方が扱えるホップフィールドニューラルネットワークを提案した。シミュレーションを行った結果、1000回学習したとき対称TSPでは約30%が正しい経路になりそのうちの約70%は最短巡回経路が得られた。同様に非対称TSPでは約40%が正しい経路になりそのうちの約50%は最短巡回経路が得られ、良い収束結果を得た。

ホップフィールドニューラルネットワークの収束性を検討したところ、ニューロンの入力値の時間微分  $du/dt$  に含まれる回路上の時定数  $\tau$  によって収束するかないかが左右され、 $\tau > 1$  で収束し、 $\tau = 1$  ではニューロン入力値の初期値にばらつきを一様に与える場合には収束し、 $\tau < 1$  では収束しないことを理論的に明らかにした。このことは本論文で提案したホップフィールドニューラルネットワークにおいて  $\tau$  の値を変えてシミュレーションを行い、同様の結果になることが確認された。

今後は、最短巡回経路をもっと高い比率で求めていくための各種改良、及び大規模なTSPの収束について引き続き検討していくことが必要と考える。

## 参考文献

- (1) J.J.Hopfield: “ Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities ” , Proceedings of the National Academy of Sciences, 79, pp. 2554-2558 (1982).
- (2) J.J.Hopfield: “ Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons ” , Proceedings of the National Academy of Sciences, 81, pp. 3088-3092 (1984).
- (3) J.J.Hopfield, D.W.Tank: “ “Neural” Computation of Desisions in Optimaization Problems” , Biological Cybernetics, 52, pp. 141-152 (1985).
- (4) X.Xu, W.T.Tsai: “ Effective Neuron Algorithms for the Travelling Salesman Problem ” , Neural Networks , Vol.4, pp. 193-205 (1991).
- (5) Yoshiyasu Takefuji, Kuo Chun Lee: “ Artificial Neural Networks for Four-Coloring Map Problems and K-Colorability Problems ” , IEEE Trans. on Circuits and Systems Vol.38, No.3, March, pp. 326-333 (1991).
- (6) 西, 降矢: “ニューラルネットワークの非対称 T S P への応用” ,山口大学教育学部論叢, 第42巻第2部, pp.83-92(1992).